

构建初高数学衔接课程助力初高数学教育有机衔接

余 睿 韦文月

(成都七中万达学校, 四川 成都 610000)

摘要: 以国家课程为蓝本, 构建初高数学衔接课程深化初高双边教师、教育教学的交流, 帮助学生顺利适应高中数学学习, 通过凸显教材隐性结构彰显数学统一性、对接青少年经验关注主体连续性实施衔接课程, 在问题解决、思维表达、数学活动中衔接数学思维促成素养衔接。

关键词: 初高数学衔接课程; 高中“一年级”问题; 凸显教材隐性结构; 问题解决; 思维表达; 数学活动

2014年《关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》指出“高校、中小学课程目标依然存在有机衔接不够”的问题。2021年国家出台“双减”政策, 指出要“强化学校教育主阵地作用”, 同时还需要“帮助学生做好入学准备”, 因此学校教育需要探寻一条学段内及学段间有效衔接的途径。

一、初高数学衔接课程助力初高数学教育有机衔接

近几年根据国家“落实立德树人”大政方针, 各级各类课程标准都在修订, 其中《高中数学课程标准(2017年修订版)》, 重视“预备知识”, 帮助高一学生做好入学准备; 《义务教育数学课程标准(2022年版)》主张“加强学段衔接”, 把义务教育数学课程分三个阶段, 小学1-3及4-6、初中7-9, 更好体现不同阶段学生的心理特点; 义务教育和高中数学课程标准体现了两者之间的连续性和一贯性。在实践中, 针对各级学生“一年级问题”, 引发教育工作者深入研究, 如小学“一年级问题”引发幼小衔接相关研究, 初中“一年级问题”引发小初衔接研究, 高中“一年级问题”引发初高衔接研究。本文着眼高中“一年级问题”, 大部分学生在高一数学学习中普遍遇到较大困难, 其根本原因在于不同学段间的学生观和教育观不一致, 不时产生割裂和断层问题, 也与数学学科自身特征密不可分, 数学学科三个主要特性是: 高度抽象性、严密的逻辑性、应用的广泛性, 导致不同教师对数学学科本质及数学与生活联系的感悟各有不同, 尤其是不同学段间的数学教师对数学的体会差距较大, 较容易忽略不同学段间数学内在一致性。可见高中一年级凸显出来的问题, 揭示了初高衔接不仅仅需要课程内容要连贯, 还需要双方展开更深层次的具体交流和衔接。高中一年级学生的自主学习能力、迁移能力、思辨能力不足, 需要初高双边努力衔接, 尤其需要加强初中数学学习能力的培养, 为适合未来高中学习做好充分准备。课程暗含怎样教? 如何学? 为什么这样教和这样学? 课程可以把教师、学生、教学有机联系在一起, 更好帮助教师开展教育教学活动。因此, 以国家课程标准为蓝本, 构建初高数学衔接课程, 可以预防高中“一年级问题”, 有效推动初高数学教育有机衔接。

二、初高数学衔接课程建设的内涵与理念

初高数学衔接课程在义务教育和高中数学课程标准的指导下, 旨在深化初高双边数学教育教学交流, 以解决问题为中心, 推进使用数学知识和思维解决实际问题、科学问题, 进一步组织青少年参与数学活动, 期待青少年在问题和活动中实现初中数学学习向高中数学学习贯通衔接。衔接课程可以包含两大部分: 高中起始课程、初中连接课程, 其中初中连接课程需要培养初中生具有充分的数学学习能力, 为达此目标, 初中连接课程首先需要做好小初衔接中垂直向下的弥补性衔接, 其次连接数学内部一致性内容, 让数学内容与思想真正结构化, 最后有意在初中推进初高数学一致性数学思维的升华, 只需初中生感受和意会初高数学的统一性即可; 另外高中起始课程切实关注与高中数学同源的初中内容, 可采用项目式学习让逻辑思维能力稍弱且偏向借助活动形式

参与思考的初中生过渡到高中借助抽象结构展开逻辑推理或形式运算的理性思维的学习中。

初高数学衔接课程主张教师引导下的学生主动参与和同伴协同及师生共创的建构主义课程观与学习观, 尊重青少年学习和成长中的连续性、生成性、主体性, 克服强行塞给学生缺失的数学知识及思想, 关注青少年学习的具身性、建构性、活动化等特点, 遵循青少年从形象思维向逻辑思维过渡的客观规律, 构建能够促进青少年数学思维逐渐深入发展、激发青少年天赋潜能的衔接课程, 重视培养青少年思考能力、提问能力、多重表征能力及自主学习能力, 推进问题对话式、课题式、项目式等深度学习的衔接课程, 尝试深化知识衔接到学习能力衔接, 最终实现素养衔接的衔接路径。

三、初高数学衔接课程实施路径和策略

(一) 凸显教材隐性三维结构彰显数学统一性实施衔接课程

“数学教材本身自带隐性三维结构系统: 一、数学知识结构系统; 二、数学学习结构系统; 三、数学教学结构系统。”根据初高教材内部隐性的三维结构系统, 初高教材之间存在的隐性联系, 考虑儿童、青少年成长的阶段性和发展性, 首先从数学“四基”展开学段衔接, 发展到从数学“四能”角度深化学段衔接, 最终在数学“三会”升华学段衔接, 完成学段间从知识到能力最后到素养的衔接。

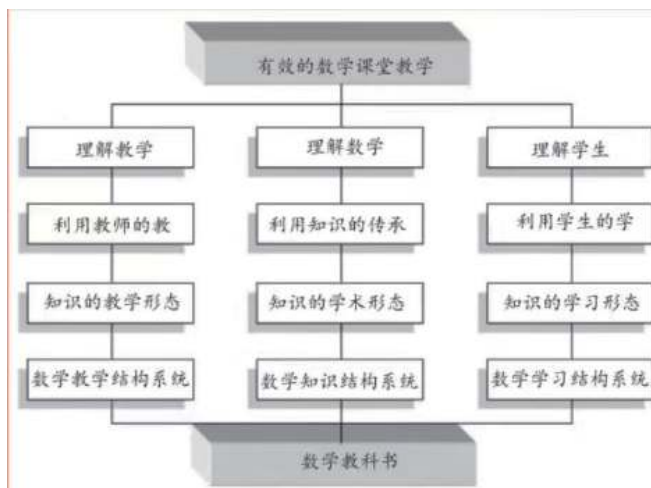


图1教材隐性三维结构

(二) 对接青少年经验关注学习主体连续性开展衔接课程

任意学段, 数学对于相应阶段的青少年来说, 都是高度抽象的, 需要给学生提供丰富的载体来帮助学生衔接, 对接儿童及青少年的生活经验, 借助实物模型或者信息技术, 深挖教材隐性逻辑结构, 提供适合的情境帮助学段间“四基”的衔接, 通过做一做、画一画、想一想、算一算等形式的活动经验, 提供匹配的问题, 用问题串联数学隐性逻辑结构, 推动“四能”的衔接, 通过单元整体教学,

凸显教材隐性逻辑结构,提供主题学习、项目式和课题式的学习途径,在数学综合实践中逐步衔接问题解决的不同水平能力,最终达到数学素养的衔接。

设计测量工具,帮助教师和学生更准确评估“四基”断点,关注学生普遍的“四基”断点与学生个性的“四基”断点,通过衔接课程选取适合的衔接素材帮助学生补齐“四基”断点,完成四基衔接,在教学上,四基的衔接融入到常规的教学中,在某一课或者某一章的缺失部分,在常规教学中及时弥补;某些技能性的缺失,如基本计算技能,可以选取相应的练习,配合对应的教学视频,帮助学生实现四基衔接;某些关键基本活动经验的缺失,可以融入到综合实践活动中,在教学形式上,可以通过选修课有

针对性的弥补。“四基”的断点容易评估出来,“四能”的缝隙比较隐蔽,本课题通过开发能力测试题,帮助教师和学生发现自己能力的缝隙,让学生感知到“四能”存在不足,就已经成功了一半,提供合适的载体,帮助学生填补“四能”的缝隙。“素养”的培养是循序渐进的过程,不同学段之间,对“素养”的要求有较明显的层级高低要求,教师较容易只着眼本学段的课标素养要求,忽略相邻学段间的课标素养要求,这样无法把完整的一个人放在人长期素养发展的历史进程中,对当前学段的课标素养要求容易理解不够深刻,帮助教师以及学生意识到学生“素养”断层的位置,准确搭设学段间梯子,让学生的核心素养逐级养成,最终发展理性思维。

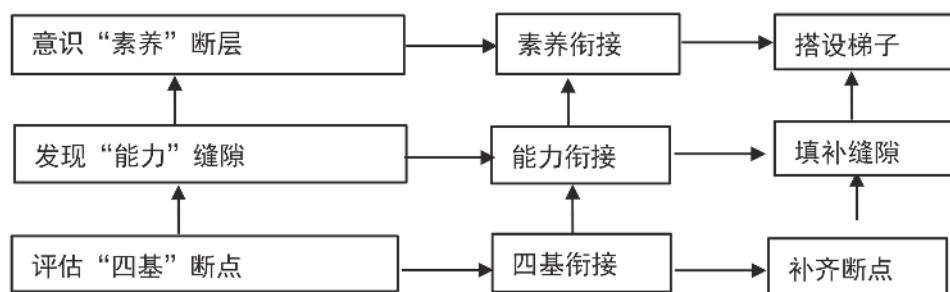


图2 素养衔接路径

(三) 在思维表达中促成思维的衔接

“思维表达指学生的学习过程中,合理搭配各个学习要素的过程,通过思维性对话产生互通、致力于培养学生的思维品质,实现从掌握知识和能力到提升思维和智慧的转向。”思维表达能够达成,离不开师生、生生之间民主的环境,平等的地位,开放的观念。数学思维表达是可以达成的,数学可以称之为科学语言,自带三种语言,可以通过文字语言、符号语言、图形语言口头表达或者书写思维。为了学生大脑中能够呈现网状甚至是立体图式思维,可以采用各种形式的思维导图帮助学生逐步形成整体的解决问题的策略性知识。

1. 思维表达是思维清晰化的良好路径

学生在学习的过程中,思维并不一直都是清晰的,思维有可能出现混乱,甚至出现某些错误,还有可能颠三倒四,在思维表达的过程中推动思维混乱的点位慢慢理顺,逐渐清晰地寻求解决问题的合理思路。思维表达可以将学生隐性思维显性化,思维表

达这一过程比文本阅读理解和听课学习蕴含了更丰富的知识提取,可以更清晰地帮助学生意识知识间的缝隙,从而主动填平这些缝隙。

2. 多重表征帮助构建深度思维能力

多重表征问题解决教学设计模型,让问题连成“问题链”,形成“问题片区”,多重表征转换的顺畅程度影响“问题的适配与失配”。由于数学思维的高度抽象性,对数学思维的表达以及不同数学表达方式的转换,推动学生思考逐渐深入,让学生从现实世界开始对数学有最浅显的感受,采用生活语言表达自己的想法,通过表达的逐层深入把学生带入知觉世界,意识到现实世界背后抽象的数量关系或者空间关系后,通过一定的数学表达推动学生进入认知世界,在多重表征的过程中,学生学得抽象度更高的思维,让素养衔接成为可能。对数学问题的多重表征,可以帮助学生从知识到能力到素养展开衔接。

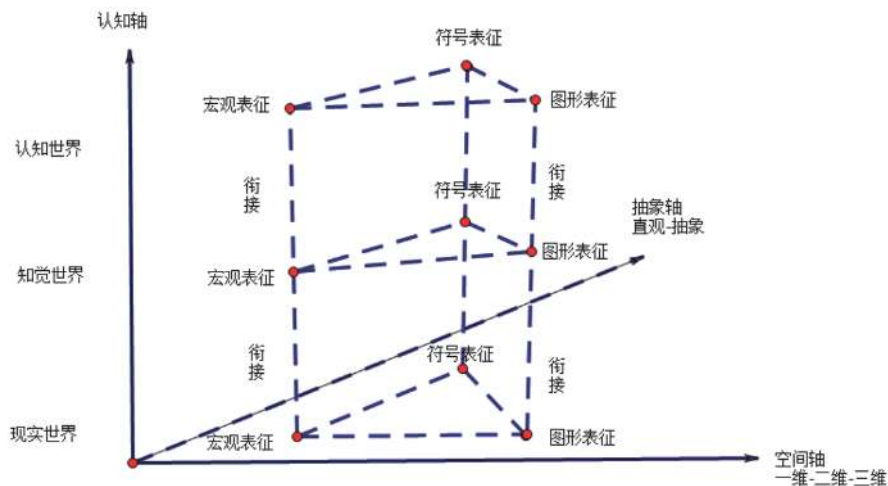


图3 多重表征达成深度衔接

（四）在问题解决中达成思维衔接

1. 系统设计、编排问题推动知识、思维的衔接

针对数学学科，从问题来源分类，可以分为数学问题和实际问题，可以选取延展性较强的数学问题串联起小初高数学知识，问题在不断改变条件的过程中，可以采用到不同具体数学知识，甚至可以横跨不同板块的数学知识，背后暗含数学家在解决问题的过程中创造了新的解决问题的办法，乃至开创出新的研究领域来解决问题的科学精神，本课题对问题进行筛选、改编，同时对问题逐渐改变条件，重新设计问题呈现形式，让此类问题真正串联起教材的隐性三维结构，让学生置身于熟悉而又有挑战性的问题面前，知识和思维能力的衔接自然生成。这类问题的特点是：

延展性强、可改编性。比如：几何中的面积问题，可以串起小学的基本面积公式、初中平面直角坐标系背景下的面积问题、初中全等转换面积、初中相似计算面积、高中向量表达面积等。此类问题推动学生衔接知识、思维的关键在于系统设计、编排问题。

2. 素养衔接是目的，衔接也是问题解决的重要助推器

从问题结构是否完整清晰来分类，问题可以分为结构良好问题和结构不良问题。不论是哪一种类型的问题的解决过程中，都可以遵循杜威的思维过程模式。在这五个问题解决的思维过程中，第二个步骤：可能解决办法的产生一定需要与已有的解决方法展开衔接，因此教师提供必要的素材帮助学生建立衔接，是问题能够顺利解决的重要助推器。

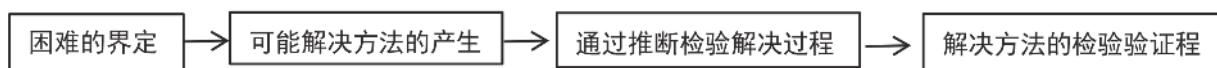


图4 问题解决路径中衔接点位

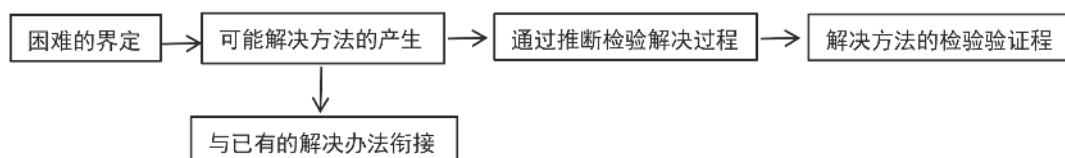


图5 问题解决路径中衔接点位

波利亚在《怎样解题》一书中，也指出解题的四步骤：“一、首先弄清问题（理解题目的未知和已知条件），二、拟定计划（找到已知条件和未知之间的联系），三、实现计划（利用找到的联系进行解题），四、回顾解题（检验每一步，推理是有效的，演算是正确的）。”在教学过程中，如果学生无法自主找到已知条件和未知之间的联系，教师可以帮助学生搭桥，人为介入学生解题的过程，提供学生需要的媒介帮助学生建立联系，即帮助学生衔接已知、未知之间的联系，有效的衔接可以推动问题解决更加顺利完成。

不管是哪一种类型的问题，教师在学生遇到障碍的时候，帮助学生“牵线搭桥”，有助于学生在有教师引导下学会解决问题，再进一步到丢掉拐杖，也可以解决问题，逐步学习自主解决问题。当前研究中，学生在解决问题的过程中，常常遇到的思维障碍有：“信息感知障碍、线索关联障碍、定式思维障碍、完整归纳障碍、情境联想障碍”，在平时的教学过程中，根据不同类型的障碍特点，寻求试切的策略帮助学生跨越障碍，从而顺利解决问题。

3. 在问题解决中达成素养衔接

核心素养中的关键能力和必备品格就是为了培养学生问题解决的能力，为未来学习和工作做准备，要提高学生解决问题的能力，也只有在长期的教学中，教学生解决问题的基本思路，才可以教会学生解决问题，正如要让学生掌握游泳的能力离不开在水里教学一样。通过不断改变问题的难度，从数学问题到生活问题，从结构良好的问题到结构不良的问题，通过问题的层次和广度，推动知识衔接、能力衔接、素养衔接。

（五）在活动中丰富学习体验促进思维衔接

1. 活动促使感性向理性飞跃

数学活动是教师主导，具备特定数学学习目标，以学生为主体参与的活动。数学活动经验主要包括显性的操作活动经验、隐性的思维活动经验以及实践活动经验等。张奠宙等教授认为：数学基本活动经验是指在教学目标的指导下，通过对具体事物进行实际操作、考察和思考，从感性向理性飞跃所形成的认识。学生在数学活动过程中，教师利用相匹配的数学问题引导学生自发展开数学思考，不管是显性的操作活动经验，还是综合的实践活动经验，都指向隐性的思维活动的产生。

2. 活动提供思维萌芽生根所需的肥沃土壤

在学生需要作图（常规作图、尺规作图、几何画板作图、另类作图等）、实物操作（如折纸、数学设计等）、推理实践（从平行推三角形内角和和推多边形内角和等新课）、数学调查等形式的实践活动中，教师提供适当的问题，给够给足学生实践的过程，丰富学生的学习体验，足够的实践体验提供肥沃的土壤供学生思维萌芽、生根，充分的实践体验还可以让学生热爱数学，热爱探索，给学生提供源源不断的学习动力。

3. 活动积累的思维模式促进思维衔接

积累数学基本活动经验，需要从学生已有的经验和直观开始，让学生经历思考的过程，从中领会和感悟并形成一定的思维模式，这样的思维模式在学生整个数学学习生涯中奠定坚实的基础，也正是这样的思维模式促进学生的思维逐步深入，促进思维逐层衔接，最终达成素养的衔接。

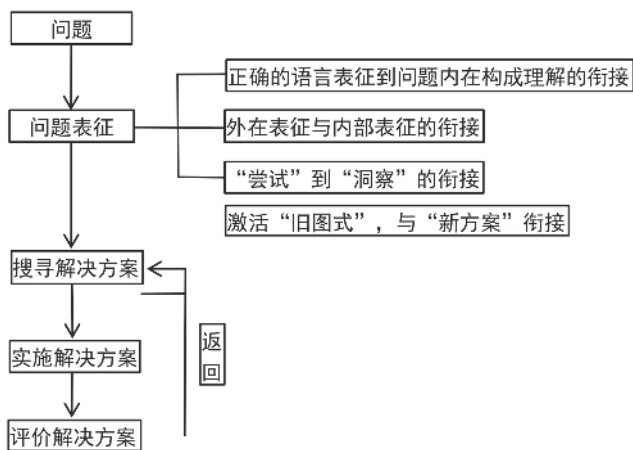


图6 衔接促进问题解决

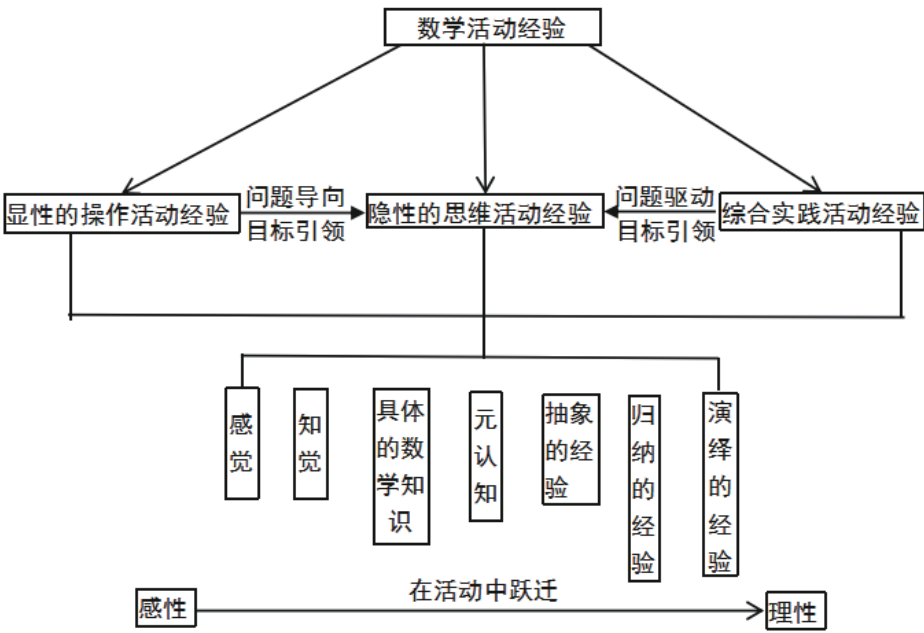


图 7 活动中推动感觉向演绎衔接

(六) 衔接课程运行机制



参考文献:

[1] 谢金芮. 初高中数学教材知识结构衔接研究 [D]. 西南大学, 2023.

[2] 王久成, 郭恒武. 数学初高中一体化大单元教学设计初探 [J]. 数学学习与研究: 教研版, 2021 (013): 91-93, 96.

[3] 张少锋. 基于初高中数学课程衔接的二次函数问题探究 [J]. 中学生数理化 (学习研究), 2021 (5): 8.

[4] 黄良友. 新课程背景下初高中数学课程衔接问题的探究 [J].

中学课程辅导 (教学研究), 2020, 014 (23): 166-167

本课题成都市一般课题“核心素养导向下初中数学衔接课程建构与实施研究”的阶段性成果。

作者简介:

余睿: 成都七中万达学校副校长、成都金牛区余睿名师室领衔人、本课题主持人

韦文月: 成都金牛区余睿名师室成员、本课题主研人员。