

直流电路中功率问题的几个二级结论

田博芳

(蒲城县尧山中学, 陕西 渭南 715500)

摘要: 在电路分析与计算时, 经常会遇到电路中用电器和电源内外电功、电功率的定性分析和定量计算。在涉及电源最大输出功率问题时, 本文就纯电阻电路和非纯电阻电路中电源输出功率的相关知识作了一个规律的归纳和学习方法的指导, 希望对学生学习有所帮助。

关键词: 电源最大输出功率; 路端电压; 纯电阻电路; 非纯电阻电路; 闭合电路欧姆定律; 能量守恒定律

直流电路中用电器以及电源内外电路的功率分配问题和最大值问题一直是高考命题率较高的重要考点之一。直流电路分为纯电阻电路和非电阻电路。

一、直流电路中单个电器的能量问题:

1. (1) 电气功: 指电流通过电器所做的功, 表示为:

$$W=qU=UIt;$$

电功率: 指电流通过电器做功的速度, 表示为: $P=UI$;

(2) 电加热: 指电流通过电器时产生的焦耳热, 用 $Q=I^2Rt$ 表示

热功率: 指电流通过电器时产生的焦耳热的速度, 用 $P=I^2R$ 表示

在纯电阻电路中, 由于 $W=Q$, $UI=I^2R=$

在非纯电阻电路中, $W>Q$, 即 $UI=I^2Rt+W_{\text{其他}}$

无论在纯电阻电路还是非纯电阻电路中, 加热功率都是 I^2R 。在处理非纯电阻电路的计算问题时, 要善于从能量转换的角度出发, 紧紧围绕着能量守恒定律, 用“电功 = 电热 + 其他能量”找到一个相等的关系进行求解

结论 1: 在非纯电阻电路中, $UI>I^2R$ 表示 $U>IR$ 或 $I<0$ 。因此, 当对具有相同直流电阻的纯电阻和非纯电阻施加相同电压时, I 非纯 $<I$ 纯

二、直流电路中电源的几个功率:

(1) 总功率: 描述闭合电路中电源把其它形式的能转化为电能快慢的物理量, $P_{\text{总}} = EI$

(2) 内部消耗的功率: 指内电阻的热功率, $P_{\text{内}} = I^2r$ 。

(3) 输出功率: 是指外电路上的电功率, $P_{\text{出}} = UI$ 。

(4) 电源的效率: 指电源的输出功率与其消耗的功率之比. $\eta = \frac{UI}{EI} \times 100\% = \frac{U}{E} \times 100\%$

根据能量守恒定律, 纯电阻电路和非纯电阻电路都符合输出功率和热功率的基本定义, 区别在于电源的输出功率与外部电阻的热功率之间的关系。它们对于纯电阻电路是相等的, 而对于非纯电阻电路则是不相等的。

进一步讨论了这两个电路中与电源输出功率有关的以下问题 (在以下描述中, 本文使用 E 表示电源的电动势, R 表示外部电路的总电阻, r 表示电源的内阻, U 表示端子电压):

在纯电阻电路中根据闭合电路欧姆定律可知:

①、电源输出功率随干路电流的变化关系为:

$$P_{\text{出}} = UI = EI - I^2r$$

显然是一个二次函数关系, 配方得: $P_{\text{出}} = \frac{E^2}{4r} - r(I - \frac{E}{2r})^2$

$P_{\text{出}}$ 随电流 I 变化的函数图像如图 1 所示:

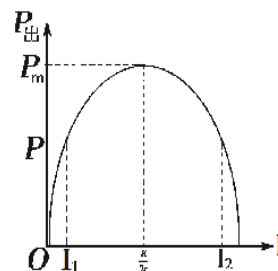


图 1

显然, 当 $I = \frac{E}{2r}$ 时, 即当 $R = r$ 时 ($U_{\text{内}} = U_{\text{外}}$), 电源输出功率最大, $P_m = \frac{E^2}{4r}$;

②、电源输出功率随外电路总电阻 R 的变化关系为:

$$P_{\text{出}} = I^2R = \frac{E^2R}{(R+r)^2}$$

变形并整理的: $P_{\text{出}} = \frac{E^2}{R + \frac{r^2}{R} + 2r}$, 由于积定数等和最小, 当

$R = \frac{r^2}{R}$ 时, 即当 $R = r$ 时 ($U_{\text{内}} = U_{\text{外}}$), 电源输出功率最大, $P_m = \frac{E^2}{4r}$; $P_{\text{出}}$ 随外电路总电阻 R 变化的函数图像如图 2 所示:

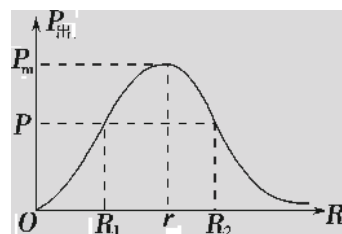


图 2

③、当 $P_{\text{出}} < P_m$ 时, 同一个输出功率对应两个不同的外电阻

$$R_1 \text{ 和 } R_2, \text{ 即 } P_{\text{出}} = \frac{E^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{E^2 R_2}{R_2 + r^2}, \text{ 整理得: } R_1 R_2 = r^2$$

同理, 当 $P_{\text{出}} < P_m$ 时, 同一个输出功率对应两个不同的电流

$$\text{值 } I_1 \text{ 和 } I_2, \text{ 即 } P_{\text{出}} = EI_1 - I_1^2 r = EI_2 - I_2^2 r, \text{ 整理得: } I_1 + I_2 = \frac{E}{r}$$

在非纯电阻电路中根据闭合电路欧姆定律可知:

$$P_{\text{出}} = UI = U \frac{E - U}{r}, \text{ 由于和定数等积最大, 当 } U = E - U \text{ 时,}$$

即 $U_{\text{内}} = U_{\text{外}}$ 时, 电源输出功率最大。

综上所述: (1) 不论是纯电阻还是非纯电阻电路, 只有当路端电压等于内电压时, 电源输出功率有最大值, 此时电源的效率为 50%。

(2) 纯电阻电路中, 当 $R = r$ 时 $U_{\text{内}} = U_{\text{外}}$, 电源输出功率最大; 非纯电阻电路中, $U_{\text{内}} = U_{\text{外}}$ 时电源输出功率最大, 但此时 $R \neq r$ 。

(3) 电源的路端电压越高, 电源的效率越高。

下面, 我们通过几道练习题对以上情况加以分析和说明。

三、典型例题分析:

【例 1】、如图 3 所示, 电源电动势 $E=12\text{V}$, 内阻 $r=3\Omega$, $R_1=1\Omega$, 直流电动机内阻 $R_2=0.2\Omega$ 。当调节滑动变阻器 R_3 时, 可以使图甲电路电源输出功率最大, 调节 R_4 时可使图乙电路电源输出功率最大, 且此时额定功率为 6W 的电动机刚好正常工作。试求 R_3 、 R_4 接入电路中的阻值。

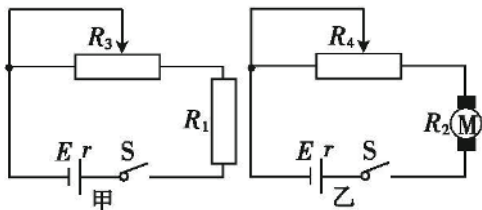


图 3

【解析】: 对于图 3 甲, 当外电路总电阻与内阻 r 相等时, 电源输出功率最大。所以甲: $R_3 = r - R_1 = 3\Omega - 1\Omega = 2\Omega$ 。

对于图 3 乙, 因为有电动机存在, 电源消耗的电能一部分通过电动机转化为机械能, 另一部分转化为热能。则:

$$P_Z = UI = U \frac{E - U_Z}{r}, \text{ 由数学知识可知, 和定数等积最大, 所以}$$

当 $E - U_Z = U$ 时, 即 $U_Z = \frac{E}{2} = 6\text{V}$ 时, 输出功率最大。

$$\text{则, 电路中电流强度 } I_Z = \frac{E - U_Z}{r} = 2\text{A},$$

$$\text{所以 } R_4 \text{ 的发热功率 } P' = U_Z I - P_{\text{机}} = 6\text{W}, \text{ 又因 } P' = I_Z^2 R_4$$

$$\text{解得: } R_4 = 1.5\Omega$$

点评: 从本题可以看出, 无论外电路有哪些元件, 只有当路端电压等于内电压时, 电源输出功率有最大值。

【例 2】如图 4 所示电路中, 已知电源电动势 $E=3\text{V}$, 内电阻

$r=1\Omega$, $R_1=2\Omega$, 滑线变阻器 R 的阻值可连续增大, 求:

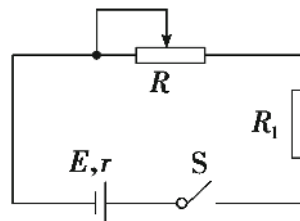


图 4

(1) 当 R 多大时, R 消耗的功率最大? 其值为多少?

(2) 当 R 多大时, R_1 消耗的功率最大? 其值为多少?

【分析解答】: 在求解可变电阻器的最大功耗时, 由于电流随电阻的变化而变化, 不能采用上述方法。 R_1 可归类为内部电阻。当 $R=R_1+r$ 时, R 消耗的功率最大。这种方法称为“内部法”或“等效功率法”;

在求解定值电阻器的最大功耗时, 根据 $P=I^2 R$, 只要电流是最大的, 就可以确定。这种方法被称为“电流最大值法”。

解决方法: (1) 设 R_1 为内阻, 当 $R=R_1+r=3\Omega$ 时, R 消耗的功率最大。它的尺寸是 0.75W 。

由 $P=I^2 R$ 可知, 当 I 最大时, P_1 最大。为了使 I 最大, 应该设置 $R=0$ 。当 $R=0$ 时, 达到最大功耗。它的大小是 2W 。

说明: 在纯电阻电路中, 当电源输出功率最大时, 外部电阻的功率不一定是最大的。当外部电阻等于内部电阻时, 电源的输出功率最大。当外阻不能等于内阻时, 更接近内阻的电源输出功率最大。在确定外接电阻器的最大功率时, 要灵活运用“内缩法”和“最大电流法”。

参考文献:

- [1] 王鹏张永才高俊. 直流闭合电路功率的动态分析 [J]. 中学物理, 2022, 40 (7): 50-52.
- [2] 程建兰文莉王海楠罗光. 高中物理课程思政的教学研究——以能量守恒定律为例 [J]. 物理通报, 2022 (9): 92-95.