# 数形结合思想方法在高中数学教学中的应用
## ——以“圆锥曲线”为例

张文明
（山东省平邑第一中学，山东 临沂 273300）

**摘要：**数形结合，总体来说，就是对具体的数学问题其内在结构与层次进行深入分析，梳理其条件、过程、结论之间的本质联系，在分析其代数含义基础上进一步明了其几何意义，从而可以把数学问题复杂的关系与具体的空间图形进行有效结合，在建立这种结合的基础上，对其灵活运用，从而得到一种全新的解题方向与思路，降低问题难度，使问题在另一种方法指导下顺利得到解决。圆锥曲线为高中数学教学的一个难点，在该模块教学中应用数形结合方法能达到简化数学问题、提高数学解题效率的目的。本文就数形结合思想在圆锥曲线解题中的渗透展开论述，分析数形结合的优势，提出具体的渗透方法，以期能为更多教育工作者提供有价值的借鉴。

**关键词：**数形结合；高中数学；圆锥曲线：实践应用

数形结合是一种常见的数学解题思路，该思路能够帮助学生摆脱解题困境。圆锥曲线是高中教学的难点，其多为数与形的转化，对学生逻辑思维能力要求比较高。在这类问题教学中引入数形结合方法犹如锦上添花，能够使学生在“绝境重生”，使学生在数与形之间快速转化，找到问题的突破口，同时还能提升其解题信心。

**一、数形结合思想方法在高中数学圆锥曲线教学中的应用优势**

（一）帮助学生梳理解题思路

现阶段部分高中生不能有效梳理数学知识，特别是对一些抽象的知识，找不到问题的突破口，且“讨数学而色变”，久而久之陷入了学习困境。圆锥曲线是高中数学的难点，教学过程中，教师可引入数形结合法，帮助学生提取题目中的有效信息，找到各个量之间的关系，进而找到问题的切入点。

（二）提高学生的知识应用能力

数学知识种类比较多，且比较琐碎，部分知识学生理解起来有一定困难，且应用能力也比较差。针对这一问题，引入数形结合方法能够使学生以全新的视角看待数学学科，更好地理解数学概念，如椭圆方程、焦点、准线等，于学生知识应用能力的提升也有重要帮助。

（三）提升数学教学成效

数形结合思想作为一种重要的数学思想，其在圆锥曲线问题中的应用能够拓宽数学教学范围，使学生从多个视角审视数学，重获数学学习兴趣，同时也有利于降低数学教学难度，提升数学教学成效。

**二、传统教学模式下，多数数形结合思想在圆锥曲线结题中的具体应用**

（一）数形结合在求椭圆上某一点坐标中的应用

【例题呈现】如图 1，点 F 为椭圆（$x^2/16+y^2/12=1$）的右焦点，点 A，横坐标为 1，纵坐标为$\sqrt{3}$，如有一点为 M，该点在椭圆上。当 |AM|+2|MF| 为最小值时。求 M 点的坐标。

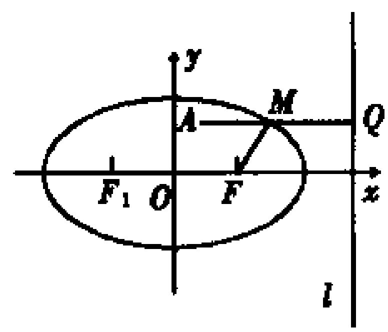


图 1

【例题分析】对于这一问题，学生首先要对椭圆的概念有清晰的认知，能够根据椭圆表达式正确写出各个量，如 a、c 以及焦点坐标、右准线等。同时还要从概念入手分析各个量的关系，寻找与所求内容的联系，进而解决实际问题。

【解题过程】通过分析题目中的已经条件，可知 a=4，c=2，右准小 l：x=8。为了方便解题，学生可作辅助线，即过 A 做 AQ 垂直于直线 L，且点 M 在直线 AQ 上，这种情况下根据所学知识，学生能够得到 |MQ|=2|MF|。很显然，|AM|+2|MF| 的最小值为 |AQ|，那么点 M 就为所求点，且纵坐标为$\sqrt{3}$，将其代入椭圆方程求横坐标为 $2\sqrt{3}$，这种情况下就能求出 M 的坐标。

（二）解决动直线过定点问题的应用

动直线过定点问题是圆锥曲线教学中的难点，该内容不仅考察学生对圆锥曲线相关知识的巩固情况，而且还考察学生的数学分析能力，即是否能根据题目中的已知信息得出直线斜率等各个量之间的关系？是否能根据这一内容表达直线上的某个点，进而求出对应直线的方程，最终得出定点的坐标。

对于这一问题，由于直线处于动态变化之中，但点是一定的，如仅以这两个条件为中心，学生的思维容易混乱，借助数形结合方法能够帮助学生归纳各个量之间的数学关系，能够帮助学生梳理写作思路，以便其提取题目中的有效信息，以便其找到问题的

突破口，缩短解决问题的时间。

【例题呈现】例如，一个椭圆参数已定（$y=x^2/4+y^2=1$），该椭圆上有一点 A，点 A 在 y 轴上半部分，且距离原点为 1，过该点做两条互相垂直的直线（L1 与 L2），且每条线与椭圆均有一个交点，分别为点 M 与点 N，连接者两点，求证直线 MN 恒过定点，并求出相应坐标。

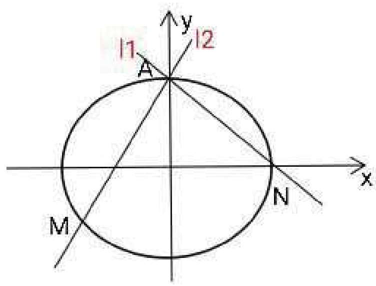


图 2

【例题分析】两点能够确定一条直线，根据上述信息作图（如图 1 所示），由图可知点 A 既在直线 L1 上，也在直线 L2 上，且两条直线垂直，通过分析可得：两条直线的 k（斜率）有一定关系。那么在表示直线的过程中，只要设一条直线的斜率就能求表示另一条直线的方程，这一思考也排除了斜率不存在的疑惑。

【解题方法】求直线恒过某一点，一般思路为求出直线的方程，那么直线方程需要两个点才能求出，那么在解题过程中，学生要根据已知条件表示点 M 与点 N 的坐标。

解：将直线 L1 的斜率设为 k，且 L1 过定点 A（0，1），那么该条直线的方程为 $y=kx+1$，且直线 L1 与直线 L2 垂直，根据垂直的定义可得 L2 的斜率为 $-1/k$，那么方程可以表示为 $y=-1/k+1$。将椭圆方程与直线 L1 联合起来建立方程组，可得到等式：$(1+4k^2)x^2+8kx=0$，对其求解可得 $x=0$ 或 $-8k/(1+4k^2)$，很明显，$x=0$ 不符合实际情况，那么方程的根取后者。将 x 坐标带入点 M 与点 N 中，能够表示出两个点的坐标。最后用两点式能够得到直线 MN 的方程，即 $y=(k^2—1)x/5k—3/5$，最后得出该直线恒过定点（0，3/5）。

【解题分析】通过分析这一例题，如采用直接求解法，容易使学生陷入解题困境，而部分学生思维受限，不能根据题目信息得出一些隐含的知识，这种情况下解题速度会变慢，而且也会消磨学生的解题信心。如采用数形结合的方法，学生能够很好地分析各个量之间的关系，这种情况下能够降低解题难度，于学生解题能力的提升也有积极意义。

（三）数形结合方法在直线与椭圆位置关系分析中的应用

以直线与椭圆位置关系这一内容为例，该内容为高中数学的重点，也为基础性圆锥曲线问题。一般情况下，椭圆与直线位置关系的判断可由两者的表达式解析而得，根据等式中“△”判断两者的关系，分为三种情况，该值大于零，那么整个方程组的解有两个，关系为相交；该值等于 0，整个方程组解有一个，关系为相切；该值小于零，整个方程组没有解，关系为相离。

【例题呈现】已经椭圆方程 $x^2/2+y^2=1$，且该点经过固定一点 P，该点横坐标为 1/2，纵坐标与横坐标相等，求被该点平分的弦所在的直线方程。

【例题分析】在遇到椭圆与直线位置关系这一题型时，关键的问题是求出直线的斜率，在解题中可设斜率为 k，在此分析题目中的已知信息并求解。

【解题方法】

方法 1：在解题这类问题有两种思路，常规思路为设直线斜率，根据已知条件表示直线方程，再将其代入椭圆方程求解，根据 P 为弦的中点，再根据条件求直线方程。

方法 2：解决这一问题还有另外一种思路，即设点法，即设点 P 于椭圆有两个交点，点 M 与点 N，分别设他们的坐标，点 M（x1，y1），点 N（x2，y2），可联系椭圆方程，将这两点代入椭圆中得出两个关系式，在此基础上再引入两个关系式，即 $x1+x2=1$，$y1+y2=1$（学生可绘制相应的图，帮助其梳理思路，此处不多加赘述），通过整合各个关系式得出 $=(y1-y2)/(x1-x2)=-1/2$，即直线的斜率为 $-1/2$，这种情况下得出直线方程。

【解题分析】在椭圆与直线关系这一问题中，通过数形结合方法能够帮助学生梳理题目中的已知信息，将各个关系建立联系，这种情况下能够避免其陷入思维困境。可以说，数形结合方法在这一问题的应用效果显著。

**三、结语**

圆锥曲线题型多样，且对学生多方面能力考察均有积极作用。在教学过程中，教师要革新教学理念，从多个方面入手，如求椭圆上某一点的坐标、解决动直线过定点问题、直线与椭圆位置关系确定等，充分发挥数形结合教学模式的优势，化复杂为简单，帮助学生梳理解题思路，提升其数学学习兴趣，为其数学素养的发展奠定思想基础。

**参考文献：**

[1] 李思思 . 在《圆锥曲线》教学中渗透“数形结合”思想 [J]. 中学文科：教研论坛，2018（11）：10-11.

[2] 刘桂玲 . 数形结合思想方法在高中数学教学中的应用分析 [J]. 中国校外教育旬刊，2015（5）：106.

[3] 刘仕秀 . 论数形结合思想方法在高中数学教学中的应用 [J]. 文存阅刊，2017（24）.

[4] 李贞凌 . 数形结合思想方法在高中数学教学与解题中的应用 [J]. 学周刊，2017（27）.

[5] 张松柏 . 数形结合思想方法在高中数学教学与解题中的应用方法探究 [J]. 中学课程辅导（教学研究），2020，014（001）：161.

[6] 庞保平 . 数形结合思想方法在高中数学教学与解题中的应用策略探究 [J]. 教育观察（下旬），2019，008（009）：53.

[7] 侯建芳 . 高中数学数形结合思想方法在高中数学教学与解题中的应用分析 [J]. 信息周刊，2019（047）：1.