

# 浅析初中数学中的最值问题

张 媛

(南宁市第十四中学, 广西南宁 530028)

**摘要:** 最值问题是初中数学的一个重点和难点问题, 也是每年中考数学中的热门考点之一。最值问题的出题形式和解法灵活多变, 很多最值问题都与生活中的实际问题相关, 例如: “花费最少” “时间最短” 等最值问题, 这类问题展现了数学所蕴含的人文价值, 且灵活多样的解法有利于培养学生的数学思维。本文分析了初中数学最值问题教学中存在的问题, 并对其常用方法进行了介绍, 最后针对最值问题教学提出了几点建议。

**关键词:** 初中数学; 最值问题; 求解; 数学思维

## 一、研究背景

### (一) 最值问题在初中数学中的重要性

最值问题, 顾名思义就是最大值和最小值问题。这类问题在中考乃至高考中都是作为考试重点内容来出现的, 且占据着较大的分数比重。

最值问题的解法灵活多样, 往往存在着“一题多解”的情况, 其中蕴含着分类讨论、数形结合、函数与方程、化归与转化等数学思想方法, 握这些方法, 对于学生求解最值问题大有帮助, 同时还能够帮助学生提高数学素养, 为学好高中数学打下基础, 因此, 掌握最值问题的求解在初中数学中非常重要。

### (二) 最值问题分类研究解法的必要性

由于最值问题的解法多样, 不同的题型采取合适的解法能够快速求解, 起到事半功倍的效果, 所以在教学过程中, 教师要帮助学生针对不同类型的最值问题采取不同的解法。但是由于最值问题在初中数学中占据着重要地位, 其解法非常灵活, 如何高效、合理地选择解法, 学生经常感到困惑。

如果最值问题有系统的类型与相应的解法, 那么学生就能够迅速而相对轻松地掌握每种类型的解法, 提高学习效率, 增强学习数学的自信心。同时, 在解题过程中渗透一些数学思想方法, 能够潜移默化地提高学生的思维能力与思维灵活性。

## 二、初中数学最值问题教学中存在的问题

最值问题既是近几年中考的必考知识点, 又是学生经常丢分的一类题, 产生这种现象的原因:

一是部分学生的知识点掌握不扎实, 解题基本技能达不到要求, 从而很难在原本薄弱的学习基础上求解最值问题;

二是最值问题题目设计可以很灵活, 有时候需要学生从多角度进行分析, 找到解题思路, 如果学生不能全面掌握的最值问题解法的话, 就很难快速得到正确答案;

三是教师的教学方式较为单一化, 未形成体系, 机械式的讲授最值概念、解法等。

一个教学经验丰富的初中教师, 在教授知识点的过程中, 可以利用有一定的代表性, 同时难度也不太高的典型例题, 启发和帮助学生去发掘问题、分析问题, 使他们通过一道道例题, 掌握解法, 就好像是使用一把钥匙, 打开了一扇门, 从而把学生带入到一个完整的知识领域中。

目前, 许多教师为了提高学生们的考试成绩, 在安排他们进

行数学习题练习或布置作业时, 当存在着一题多解情况的时候, 只是强调让学生从多种解法入手, 而缺乏对解法过程的探索以及解法本质和不同解法之间的研究, 对其中蕴含的解题技巧和技能更是未进行全面、深入研究, 导致学生们虽然做了很多类似的题型, 但并未掌握其方法。

长此以往, 导致学生学习压力过大, 对于数学学习产生了较为严重的逆反心理。为此, 教师在讲解最值问题, 要在强调一题多解的同时, 注重让学生掌握其题目中蕴含的规律, 从而提高学生们的数学素质。

## 三、初中数学最值问题的常用解法

### (一) 运用配方法求最值

配方法是初中数学中非常重要的一种数学方法, 通常用于解答一元二次方程及其演变而来的题型。但是, 在实际应用中, “最值”问题在简单求解时也会用到配方法来求解, 但是学生在做题过程中却经常忘记或忽视。所以, 教师在讲解最值问题时遇到二次多项式、一元二次方程时, 要注意引导学生用配方法来求最值。

配方法的主要思路是将式子配成若干个完全平方式, 在求解“最值”问题时, 通过配方来将代数形式变成完全平方式进行求解, 利用完全平方式在实数范围内来确定最值, 从而达到顺利解题的目的。配方法主要考查学生的观察和计算能力。笔者认为, 配方法是解答最值问题的主要方式之一, 学生应当熟练掌握并能够快速应用。

### (二) 基本不等式求最值

最值问题和不等式问题是一对“老搭档”, 所以, 在讲授最值问题的时候, 教师一定要注意引导学生掌握基本不等式。当遇到两个数的积为定值, 求这两个数平方和的最小值时, 那么在解题时就可以先使用这种方法, 考虑不等式“ $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ”, 当且仅当“ $a = b$ ”时取等号。同时要提醒学生, 在求解的过程中, 一定要保证式子的每一项都是正数, 在此基础上灵活运用。

### (三) 运用判别式法求最值

如果使用配方法或不等式法去求解最值问题, 发现没有思路或着难以入手的时候, 那么就要考虑使用判别式法去求最值, 这种方法要首先根据题意去构造关于未知数  $x$  的一元二次方程, 再利用  $x$  为实数, 通过方程判别式来求出  $y$  的取值范围, 最终得到最值, 这种求解方法就称为判别式法。

“判别式法”是初中数学解题中常用的方法, 学生在解题中

常常用到,掌握起来非常有必要。一般而言,判别式法能够求取函数的值域、最值、不等式证明及参数的范围,由此可知,判别式法是求解最值问题的重要方法,也是中考必考考点。因此,教师在教学中要注重培养学生应用判别式法解决问题的能力,有效提升他们的数学水平,帮助其在解题中学会应用判别式法求解“最值”问题。

#### (四)数形结合求最值

当遇到的最值问题中涉及到几何意义的时候,或者通过分析题目发现问题与几何有所关联的时候,那么可以考虑“数形结合”,利用数形结合的方法求最值。

#### (五)借助一次函数求解

一次函数在中学数学求最值中非常重要,一般都会涉及实际问题,如,支出最少、利润最大等问题,这些问题往往以实际问题为背景。学生在解题过程中要注重综合分析相关信息,运用相应的函数模型来求解问题,建立起正确的函数关系式,从而应用一次函数的性质来求解得到最值。

如果在应用题中,学生发现能够列出一一次函数,就需要通过一次函数来列出方程,根据相关性质来求取最值,从而增强自身的数学水平。

一次函数求最值是重要的一种求解方法,教师在教学中要联系应用题开展数学课堂教学,帮助学生掌握解题技巧,避免在本环节丢失不必要的考试分数,从而为获取数学高分打下坚实基础。

#### (六)分区间讨论法

分区间讨论法也是一种分类讨论思想,使用这种方法求解,首先要确定自变量 $x$ 的取值区间,然后确定函数在取值区间内的增减性,最后结合函数图象来确定最大值或最小值。对于函数 $y = kx + b$  ( $k \neq 0, m \leq x \leq M$ ),含绝对值符号函数及函数等,可以利用这种方法确定最值。

### 四、对初中最值问题在教学中的建议

在整个数学教学体系中,最值问题贯穿始终.它不仅是初中数学课程的重要部分,而且是“教”与“学”过程中的重难点,同时,也是历年中考的热点问题。

另外,数学最值问题与实际生活、高学数学都有着密切的联系,或许受传统教学的影响,教师在数学教学中暴露出各种各样的问题。为了提高教学,结合学生认知发展和学习理论,提出以下几点教学建议。

#### (一)依据学生的心理特点,合理设计课程

教师在进行最值问题的教学设计时,总是会面临课程多、课时少、方法繁的问题,要想解决这些问题,笔者认为首先要发挥学生课堂的主观能动性,设计合适的导学案。导学案一般由学习目标、复习旧知识、提炼新知识、达标检测和学习总结等部分组成,最值问题包含知识点较多,通过合理的导学案可以指导学生自主学习有关最值问题的概念、解法等,做到充分的课前预习。

其次,教师应该合理地安排课时和教学时间,与导学案相互照应,让学生牢固掌握最值的概念和解法,进而对最值问题的类型进行总结,循序渐进的进行教学使学生更容易接受教学效果会更好。

#### (二)改变教学模式,鼓励学生探究学习

很多教师在教学中存在“照本宣科”的问题,直接给出最值问题的概念、解法,而忽视了学生的接受能力。新课标背景下,教师要改变传统的教学方法,以学生为本。

最值问题与生活联系密切,教师可以鼓励学生进行探究学习,锻炼他们的自学能力,进而激发学生对学习最值问题的兴趣,帮助学生主动构建适合自己学习的知识理论体系,学会主动探究和解决实际问题。

#### (三)重视习题课

当学生初步掌握最值问题的概念和解法时,认知和理解都处于表面状态,处理和解决新的问题存在困难,需要通过习题课来巩固强化所学知识,做到全面深刻的理解。

同时,习题课也具有活化拓展、教学反馈的功能。数学教师在最值问题的习题课上,需要做到回顾相关概念、总结类型和方法、加强训练等方面。这样,有助于学生的查漏补缺和及时巩固,做到举一反三和一题多解。

具体而言,可以从两个方面着手:一方面是合理设计课后例题,通过反复训练以加强学生思维培养,让学生熟练地运用基础知识,提高学生的知识应用意识和解题能力;另一方面要帮助学生养成总结和归纳的习惯。比如每一次习题训练后,都应该针对不同类型习题进行归类,对考核同一知识点但出题形式不同的例题进行总结归纳,对易错题进行错题集整理,将课后训练价值最大化,并且为后续复习做好准备,同时也能够潜移默化地培养学生良好的学习习惯。

#### (四)借助多媒体技术辅助教学

随着科学技术的快速发展,多媒体技术被引入教学中,为教学的世界提供了多彩的风景。部分数学教师认为言传身教的传统教学方式是应对高考的最优教学方式,不需要借助多媒体技术辅助。其实将多媒体技术运用到最值问题的教学之中,不仅可以缩短教学时间,增加教学内容;通过多媒体技术可以将抽象的函数图象和几何图形呈现给学生,使问题变得简单化

同时,多媒体技术改变了教师教学的方式和学生学习的模式,能够吸引学生的注意力,唤起学生的求知欲,进而调动了学生多角度思考和处理问题。

### 五、结语

总之,广大初中数学教师要从多个角度为学生展示“最值”问题的解法,帮助他们灵活应用各种数学方法来求解,从而有效提升其数学水平,帮助学生进入心目中的理想高中。

#### 参考文献:

- [1] 张曼.初中数学中函数最值问题[J].中学课程辅导(教师教育),2019(04):86.
- [2] 王树莲.初中生数学逻辑推理能力的现状及影响因素研究[D].天津师范大学,2020.
- [3] 王李杰.分类讨论思想在初中数学解题中的应用研究[J].中学生数理化(教与学),2020(10):45.
- [4] 叶照贯.浅析用“数形结合”的方法求“最值”[J].科学咨询(教育科研),2019(005):111.