

# 基于分类、运动的视角探索“空间与图形”的教学创新与实践

汪晓舟

(上海市大场中学, 上海 200436)

**摘要:** 数学问题研究的创新, 既可以融入教材, 又可以跳出教材。简洁、有趣的几何问题往往能激发学生自主思考与解决。本文以激活课堂为目标, 基于分类、运动的视角研究“空间与图形”, 教学中以创新问题及深度设计促进学生的思维向高阶发展, 进一步提升课堂的有效性。

**关键词:** 分类、运动问题设计; 深度设计

“空间与图形”主要研究现实世界中的物体和几何图形的形状、大小、位置关系及其变换。其内容主要分为四个方面: 图形的认识、图形的测量、图形与变换、图形与位置。如何立足课堂, 把握好本领域的教学研究呢?

当前, 国内教育的数学研究热点已转向“问题表征”“问题设计”等实证研究。立足课堂, 把握好“空间与图形”的教学, 可从加强问题设计入手, 力求激活课堂学习。

于是, 笔者关注学生学习活力的激发与保持, 积极创新并深度探索“问题设计”, 对问题研究的过程和方式积极思索, 细思引导设计, 巧设探究路径。

本文教学实证创新从分类、运动的视角出发研究“空间与图形”, 以拼图问题为契引, 激发学生运用全等三角形的性质等解

决问题, 在活动中体验分类、运动的数学思想, 并进一步提炼相关问题解决的方法, 形成相关思考的一般视角。

## 一、以“问题研究”构思课堂教学引入




数学家哈尔莫斯曾说: “问题是数学的心脏。”如果说教学活动的实施是为了引导学生学习并解决问题, 那么教师进行教学研究则是为了指导学生更好地学习与解决问题。

教学引入的着力点应聚焦把教学中的“问题研究”设计成吸引学生愿意研究的活动。例如, 在复习全等三角形的课堂教学中, 为引导学生有效掌握相关几何图形的形状、大小、位置等关系及其变换, 笔者考虑先结合生活的实际情景复习三角形的基本运动(如表1), 再从较多学生感兴趣的“三角形拼图游戏”出发创设教学活动(如表2), 从而促进全等三角形相关内容的复习。

表1 问题研究——三角形“1对1”

活动1: 三角形“1对1”	学生活动	教师活动	设计意图	相关说明
视频情景问题: 建筑截图中的三角形, 红色的分别由什么运动与橙色的重合?	看“陆家嘴”建筑视频, 听讲解。 思考与判断。	讲解视频, 铺垫探究。 听回答, 作评价。	引探究兴趣; 回顾图形基本运动(3种)。 以运动视角引导后续探究。	图中均为全等的等腰直角三角形。

表2 问题研究——三角形“2拼1”

活动2: 三角形“2拼1”	学生活动	教师活动	设计意图	相关说明
材料: 全等的等腰直角三角形4个。 选2个, 使之仅一边重合, 拼尽形状不同的平面图形。 	小组合作, 代表汇报。	巡视、指点。	小组合作探究, 促自主提升解题能力。	此图线段叠合, 非重合。 
小组合作的成果				

活动1、2都是基于大多数学生已有的认知进行的设计, 问题研究对象是可自主操作的探究问题, 激发了学生研究的兴趣。课堂上, 学生依据图形运动的经验进一步实践, 获得的拼图解题的体验推动了学习的发展。

## 二、以“问题设计”引领课堂教学前行

在学习前行中, 魏书生说: “教师不替学生说学生自己能说的话, 不替学生做学生自己能做的事, 学生能讲明白的知识尽可能让学生讲。”因此, 教师应着力设计能有效引导学习的问题, 能有效引导学习的方式。这两个“设计”包含了引导学生发现问题与解决问题的能力发展的学习主旨, 是引领课堂教学推进的重要载体。

活动1、2作为这节复习课的引入, 有效激发了学生的学习兴趣与探索意愿, 初步达到了激活课堂的目标, 接下去如何推进学

生继续深入学习呢? 紧随拼图活动, 学生根据引导继续思考: 如何从分类讨论的视角确保三角形“2拼1”的问题完整解决? 学生经讨论并梳理刚才的活动经验, 归纳出三角形“2拼1”的分类标准(如图1)。接着笔者设计三角形“4拼1”的游戏(如表3), 活动任务以小组形式完成, 任务中包含了两个问题: 结果是否完整? 拼图的方式是否高效?

仅一边重合  $\left\{ \begin{array}{l} \text{—边重合} \left\{ \begin{array}{l} \text{此外—边重合} \\ \text{此外—边重合} \end{array} \right. \\ \text{—边重合} \left\{ \begin{array}{l} \text{此外—边重合} \\ \text{此外—边重合} \end{array} \right. \end{array} \right.$

图1 “2拼1”的分类标准

表 3 问题设计——三角形“4 拼 1”

活动 3: 三角形“4 拼 1”	学生活动	教师活动	设计意图	相关说明
材料: 全等的等腰直角三角形 4 个, 直角边长均为 1, 拼成形状不同, 面积为 2 的四边形。	小组合作展示	巡视、互动	提升解题能力	整合知识、技能, 促领悟数学思想、合理解答, 提升核心素养。 注意: 如图可拼, 即可不 同时选 (或不选) “2 拼 1” 的结果。
	组合“2 拼 1”的结果就可“4 拼 1”?	如何高效解决三角形“4 拼 1”?	引反思, 促多维思考。	
	再次思考、合作	组合“2 拼 1”的结果能“4 拼 1”无遗漏?	引导用分类讨论、运动思想全面解答, 促思维严密。	
小组合作的成果				

在活动 3 的问题引导下, 参与小组讨论的学生积极探究。有牵引力的问题设计作为整个教学设计中极为关键的部分, 引导学生思维推陈出新, 真正激活了课堂气氛。

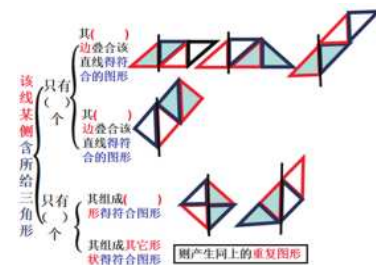
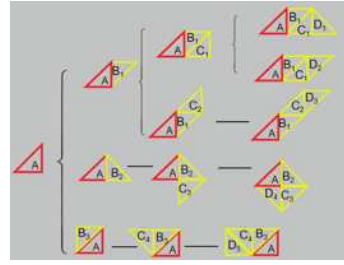
三、以“深度设计”推进课堂教学发展

如何说明三角形“4 拼 1”的问题被完整解决呢? 这个深入的问题网上没有参考, 三角形“4 拼 1”解答完整可依据的分类标准

比较难找。笔者尝试多种思路后, 依据图形运动及空间位置等关系, 遴选出 2 种分类的标准, 并以此设计相关引导问题。

课堂上师生互动归纳提炼出其中一种相应的结构与表述 (如表四, 法一)。值此, 学生不仅掌握了三角形“4 拼 1”的分类标准, 而且领悟了依据图形运动的视角开展分类标准的探求是一个有效的思维角度。

表 4 深度设计——探索分类讨论的标准

分类标准	法一	法二
思维触发	逆向思考, 过拼出的四边形某顶点的直线, 用其一侧含三角形个数进行分类讨论。	如图, 用 A-B-C-D 的标序, 摆放同字母不同下标的三角形, 当出现同种图形不画出。
结构表述		

一些学生课后还饶有兴致地研究三角形“6 拼 1”或三角形“8 拼 1”的问题。有了课堂学习三角形拼图的经验和教师的指导, 学生对这样的高阶思维就容易掌握, 课堂上的深度设计及有效施教促进了学生思维的发展, 推动了课堂教学的高阶前行。

四、“实践运用”形成分类、运动视角

国家《基础教育课程改革纲要 (试行)》指明: 在教学过程中, 教师应该和学生积极互动, 师生应该共同发展, 教师在教学中要处理好传授知识与培养能力的关系。

本节复习课引入摩天大楼的截图, 由其抽象出如图所示的平面几何图, 结合如下问题, 请学生进行自主探究。

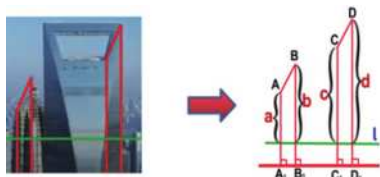


图 2

如图二, 上海金茂大厦和环球金融中心的侧面局部截图分别勾勒为四边形  $AA_1B_1B$  四边形  $CC_1D_1D$  线段  $AA_1$ 、 $BB_1$ 、 $CC_1$ 、 $DD_1$  均垂直于地面上的水平直线  $A_1D_1$  垂足分别是  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ 、 $D_1$ , 平行于直线  $AD_1$  的直线  $l$  由下往上平移, 这些线都在同一平面内, 且  $A_1B_1 = C_1D_1$ ,  $\angle B = \angle D$ , 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ , 到直线  $l$  的距离分别记为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 。

- (1) 当  $l$  在如图位置,  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  之间有什么数量关系?
- (2) 当  $l$  向上平移后, 以上的结论会变吗?

解答问题 (1): 有一些学生运用图形的旋转, 拼出长方形进行解答; 有一些学生运用图形的平移, 叠合题中原有四边形, 不重叠处产生平行四边形, 即可解答, 等等, 方法还有多种。

解答问题 (2): 参考以上学生们分享的方法, 选择平移线段  $A_1B_1$ 、 $C_1D_1$  构造两个全等的三角形的方法。

五、结语

综上所述, 本堂复习课整合了全等三角形的相关知识、技能、思想与方法……这种秉承创新问题、深度设计的教学方式有效地引导学生打开学习思路, 构建了有活力、有深度的课堂。当教学改革的实践落实在创新的层面, 课堂教学就一定会富有活力, 选取不同的视角积极地探索与实践就会有更多的真知灼见。

参考文献:

[1] 刘京莉, 李佳. 国内外数学问题解决研究热点与趋势探析 [J]. 教育导刊: 上半月, 2018 (005): 58-62.

[2] 陈建华. 从形出发, 展开想象——高中立体几何教学中解题策略的实践探究 [J]. 中学数学 (高中版) 上半月, 2020 (2): 74-76.

[3] 吴荣沛. 深入理解数学知识, 培养学生应用意识——高中数学教学中学生应用意识的培养 [J]. 数学学习与研究: 教研版, 2020 (005): 29.