

论数形结合思想在初中数学解题中的应用

宋慧珍

(扬州大学附属中学东部分校, 江苏扬州 225000)

摘要: 数形结合思想是较为常见的数学解题思维, 有利于将复杂的问题转化成较为简单的问题, 使学生更为直观、高效地解决相应的数学问题。为了更好地运用数形结合思想开展数学解题教学, 笔者注重从数形结合思想在初中数学解题的意义、注意点以及应用三方面论述此部分内容。

关键词: 数形结合; 初中数学; 数学解题; 教学应用

在初中数学解题教学过程中, 部分教师不是让学生总结数学解题规律, 而是让他们盲目地做题, 导致最终学习结果事倍功半。针对这种状况, 引入数形结合思想, 并简要介绍数形结合思想的运用条件, 让学生更为灵活地运用这种思想解题, 使他们在实际的操作过程中逐渐把握数学解题的规律, 促进学生解题效率的提升, 获得事半功倍的学习效果。

一、数形结合思想在初中数学解题中的意义

(一) 培养学生良好的学习思维习惯

在数学解题过程中, 学生可以结合具体的数学题目灵活运用数形结合思想, 将数量问题转化成图形, 直观发现各个条件之间的关系, 或是将图形问题转化成数量问题, 化难为易, 解决数学问题, 让学生更为高效、准确地解决相应的数学习题, 促进学生良好思维习惯的养成。

(二) 消除学生畏惧数学的心理

与小学数学题相比, 初中数学题具有较强的抽象性。在初中阶段, 很多学生开始出现听不懂数学知识的状况, 进而产生严重的畏惧心理。针对这种状况, 初中数学教师在教学的过程中可以引入数形结合思想, 让学生更为直观地分析数学问题的同时, 激活他们头脑中解题的灵感, 在正确解题的过程中获得自信心, 使学生真正克服畏惧学习数学的心理, 提升他们的数学学习能动性。

二、数形结合思想在初中数学解题中注意点

(一) 数形结合思想的应用范围

1. 用于数问题以及运算问题

在解决数以及运算问题的过程中, 教师注重引导学生从“以数助形”的角度思考, 让他们将数的问题转化成形的问题, 真正更为直观地将题目中的各个条件运用在图形中, 激发学生的解题灵感。具体主要运用在以下数学问题中:

(1) 数轴。解答与数轴相应的题型, 比如有理数的四则运算、数的概念性问题(相反数、绝对值)。(2) 公式。在推导相应的公式以及定理问题时, 会运用到数形结合思想, 比如平方类公式(完全平方和或差等)。(3) 函数。学生可以将数问题转化成图形问题, 解决函数中的值域问题, 或是最值问题。(4) 比较大小。学生可以运用数形结合思考解决比较大小的问题, 即根据题目中数的相对关系, 画出相应的图形, 将复杂的问题转化成直观的图形, 进行相应数值的比较。

2. 解决图形的性质问题

在解决图形的性质问题时, 学生需要根据图形的特点联系可能的函数类型, 并做出相应的判断, 从而解决此类问题。常用习题类型如下:

(1) 大小。学生需要根据具体的图形问题比较相应数的大小,

或是线段长度的大小。(2) 位置。学生可以运用数形结合思想, 将有序数对描述在相应的平面直角坐标系中。(3) 几何量。学生结合具体的图形性质, 运用不同的函数, 比如方程、不等式等, 解决几何中量的问题。(4) 关系。学生可以根据图形的相对位置关系, 并结合各个公式的特点, 得出相应的函数公式。比如直线与圆相对位置的函数公式、两条直线相对位置的函数公式。

(二) 运用数形结合思想的注意点

1. 一致性。学生在运用这种思想解题的过程中需要注意数与形在变换前后的一致性, 比如, 注意函数在绘图过程中的定义域取值范围、特殊的点等。2. 精确性。学生需要观察图形的特征, 并结合这种特征运用相应的数描述, 增强数形转换的精确性。3. 灵活性。有些数的问题对应的图形具有不唯一的特点。为此, 学生在运用此种解题思想时需要注意数的特殊性与图形的特殊性一一对应, 注重考虑其中的特殊图形或数。

(三) 培养学生数形结合思想的原则

1. 循序渐进的原则

在运用数形结合解题的过程中, 教师应遵循循序渐进的原则, 即根据学生的实际数学知识水平以及每个年级阶段的特点, 灵活设置相应的习题, 让学生由浅入深地解题, 逐渐获得数学解题能力的提升。

2. 自觉性原则

教师在开展此部分内容的授课中侧重让学生真正运用数形结合思想解题, 从感性的角度认知这种解题思维便捷性的同时, 使他们获得数学学习的成就感, 并更为自觉地运用此种思想解决相应的习题。

3. 因势利导性原则

任何一种解题思想与其他思想具有较强的关联性。为此, 在开展数形思想解题的过程中, 教师需要让学生把握数与形的属性, 并在此过程中遵循由一般向特殊的解题规律, 相机性地对学生的思维进行引导, 促进他们运用数形思想能力的提升。

三、数形结合思想在初中数学解题中的应用

(一) 采用自主探究法, 提升学生运用数轴解决数问题的能力

本文中的数轴解决的问题为两个不等式组的解集问题, 即学生需要解对应的不等式方程组, 并将所得的解标注在数轴上, 从而得到相应的答案。由于这部分内容相对简单, 教师以自主探究教学法为教学途径, 让学生在解答不等式后, 进行相应的作图, 总结对应的答案, 使他们牢固掌握此部分知识点。教师以下面一道题为例子:

问题: 请解出下列两个不等式组的解集。不等式一: $2x > -4$ 。

不等式二： $x-2 \leq 0$ 。请判断上述两个不等式解集的公共部分，并运用不等式表示。在开展上述问题的解题过程中，为了提升学生的计算精准性，教师做出如下提示：

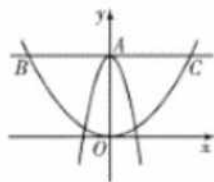
(1) 注意未知数系数是负数的项，当此项系数化为“1”时，则不等号的方向要随之发生变化。

(2) 注重数字符号与图示符号的对应性。

假如不等号中有等号，则图形符号表示为实心；不等号中没有等号，则图形符号表示为空心。由于这道问题相对简单，因而大部分学生可以画出相应的数轴，并得出 $-2 < x \leq 2$ 的答案。值得注意的是，在运用自主探究法的过程中，教师需要对学生进行针对性的提醒，让他们避免由于标注错误，而引发的解题错误。通过运用数轴教学，教师让学生将数的问题转化成相应的图形，减少学生的思维量，让他们更为直观地发现不等式中的解，提升学生的解题效率。

(二) 采用合作教学法，提升学生运用直角坐标系解决函数问题的能力

初中数学教师可以设置相应的函数问题，让学生结合函数的特定参数，画出相应的图像，使他们掌握相应的数形结合思想。在初中数学中，常见的函数有二次函数、一次函数以及反比例函数等。在进行上述函数问题的解题过程中，教师可以以合作教学为主要手段，开展函数解题教学，让学生之间通过深入讨论，探究出函数的特点，并做出相应的图形，更为高效地解答相应问题。在本段的论述中，笔者注重让学生绘画坐标系图形解决相应的函数问题。具体的题目如下：



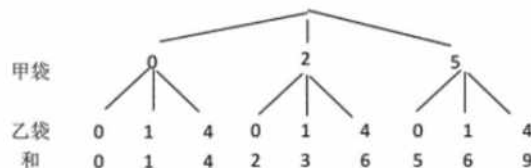
图一 “二次函数”问题

在一个平面直角坐标系中，有一个抛物线，公式为 $Y=ax^2+3$ 。这个抛物线与坐标系中的 Y 轴有一个焦点，即为 A 点。与此同时，有一个抛物线为 $Y=\frac{1}{3}x^2$ 。此抛物线与过 A 点，且与 X 轴平行的线有两个交点，分别为 B 点和 C 点。请求 BC 线段之间的距离。在列出上述问题后，教师考虑到此部分内容具有一定的难度，运用合作教学的方式，对本班学生进行分组，让学生充分挖掘题目中隐含的条件，并将各个条件进行组合，探究此项问题。值得注意的是，为了让学生的思考更具有方向性，教师引导他们从画图时的四看入手，即看图形的开口方向、对称轴、顶点坐标以及特殊的点。与此同时，教师让学生运用 3 这个常数项，进行相应问题的推断。通过学生的讨论，教师发现大部分学生可以得出 A、B、C 三点的纵坐标相等，并结合第二个抛物线的公式得出 BC 两点的纵坐标，从而算出 BC 线段的长度。

(三) 运用微课教学法，攻克概率教学中的重难点

通过观看历年的中考题型，笔者发现统计性题型的比重连年上升。在初中习题的表现为概率类题型逐渐增多。概率类题型既是教学中的难点，又是教学中的重点。为了攻克此部分题型，教师以微课教学为重要方式，让学生在课下结合教师的引导，绘制相应的概率图形，解决此项问题。在此，教师展示一道概

率性问题：

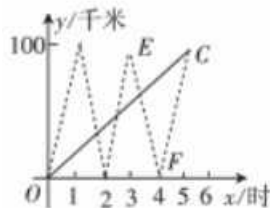


图二 “概率问题”

有两个黑色的袋子，分别以甲袋和乙袋命名。在甲袋子中有三个玻璃球，分别标有 0、2、5 字样。在乙袋子中同样有三个玻璃球，分别标有 0、1、4 字样。请运用画图的方式，列出随意在两个袋子中分别摸出一个球，求出这两个球的数字之和为 6 的概率。更为重要的是，教师让学生在课下画图，进行一一列举，并注重让他们不要漏掉可能的数字。在再次开课后，教师让他们分享思考结论。一位学生说：“我一共列出九种可能情况，其中两种可能的情况是 6，因而出现概率的可能性是九分之二。”在进行概率的教学中，教师采用微课法，让学生在课下进行相应图示的绘制，从而更为直观地解决上述问题，攻克概率教学中的重难点。

(四) 利用数形结合思想，解决“柳卡问题”

“柳卡问题”即为相遇问题，也是中考中的常考点。在解决此类问题的过程中，教师可以引导学生运用一次函数图形进行解析，得到两者的实际相遇次数。在此，教师提出如下问题，让学生思考：



图三 “柳卡问题”分析

一辆迈凯伦跑车和一辆野马同时从 A 地驶向 B 地。两地的距离为 100 公里。迈凯伦的车速为每小时 100 公里；野马由于发生故障只能以每小时 20 公里的速度前行。迈凯伦在 AB 两地之间行驶。问题为野马在 A 地出发后，到 B 地之间一共与迈凯伦相聚的次数。在解决此类题型时，教师需要让学生明确相遇的概念，并作出行驶路程以及时间之间的一次函数即可。通过绘制相应的图形，教师发现学生可以得出野马与迈凯伦一共可相遇四次。

总而言之，数形结合思想与初中数学具有紧密的联系。教师既要熟知数形结合思想的特点，又要了解这种解题思想的局限，真正在初中数学解题教学中充分发挥这种解题思想的优势，拓展学生的数学解题思维，让他们更为高效地解题，促进学生数学综合学习能力的提升。

参考文献：

[1] 朱仰龙. 数形结合思想在初中数学解题中的有效渗透 [J]. 中学课程辅导 (教师通讯), 2020 (24).
 [2] 张跃龙. 数形结合思想在初中数学解题中的应用 [J]. 数理化解题研究, 2020 (33).
 [3] 曹艳. 初中数学解题中数形结合思想的应用分析 [J]. 数学学习与研究, 2020 (24).
 [4] 陆燕妮. 数形结合思想在初中数学解题中的应用 [J]. 语数外学习 (初中版下旬), 2021 (01).