

以问题串形式引领高中数学课堂教学

——《空间向量基本定理》教学设计片段及反思

陈美莎

(威海市第四中学, 山东 威海 264200)

摘要: “定理”是数学学习的有效工具与重要手段,是解决各类问题的前提保障,定理课的教学也是培养学生形成良好数学思维的重要依托,更是培养学生逻辑推理的重要途径。《空间向量基本定理》即为一节典型的定理课且研究思路非常具有代表性,在本节课中教师应确定好主线:引导学生思考为什么要学习本节课定理?该定理的内容是什么?运用该定理我们可以解决什么问题?并将各种问题重点难点进行分解,化难为易,将枯燥的“定理课堂”转化为具体形象的课堂,并在课堂中注重培养学生数学抽象、直观想象、逻辑推理的数学核心素养,提高学生提出问题并解决问题的能力。

关键词: 高中数学; 教学设计

一、教学分析

(一) 课标分析

课程标准对本节课的要求分成两个层面:一是要求学生掌握空间中的共线向量基本定理、共面向量定理及空间向量基本定理;二是能够灵活应用这三个定理解决空间几何体中的简单问题。从第一层面看,本节思路是让学生感受从一维空间扩展到平面二维空间并延伸到空间三维空间的过程,探索空间向量与平面向量的共同点与差异性;第二层面是应用层面,学生能够根据定理判断并证明得出空间向量的位置关系,能用向量法解决立体几何中的简单问题。

(二) 学情分析

从学生知识层面看:学生对于向量部分已有了初步的认识,在探究学习的过程中,能够通过类比的方法将平面中的定理推广到空间中;从学生素质层面看:良好的计算能力一直是学生所欠缺的环节,经过高一的培养训练学生逻辑思维能力较好,并可以在一定程度上自己探索,不断增强数学逻辑思维,提高分析问题、解决问题的能力。

(三) 教学方法

本节课主要采用启发引导式的教学策略,通过复习回顾及问题引导入新课,在重点难点问题探究中,采用多种合作方式,使课堂氛围积极活跃:一是通过两人合作,一人提问一人回答的环节设置,学生自主发现问题,产生疑问,并共同协作解决问题;二是通过小组合作的探究方式,组内生成问题,并互相协助不断解决问题,增强学生的合作探究能力。在各环节设置中,主要以问题串的形式引导学生提出问题、启发学生思考问题,初步形成良好的数学逻辑思维,并促进和发展学生的数学核心素养。

二、教学流程设计片段

【问题探究一】

如图(1)所示,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 BC, CD 中点, M 在 AD 上且 $MD = \frac{1}{4}AD$, N 为 A_1D_1 中点.

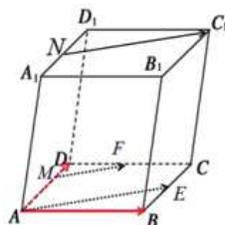
问题①: 试用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ 分别表示 $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{MF}$

问题②: \overrightarrow{AE} 与 \overrightarrow{MF} 的数量关系是 _____

\overrightarrow{AE} 与 \overrightarrow{MF} 的位置关系是 _____

问题③: \overrightarrow{AE} 与 $\overrightarrow{NC_1}$ 的数量关系是 _____

\overrightarrow{AE} 与 $\overrightarrow{NC_1}$ 的位置关系是 _____



图(1)

结论: 平面中共线向量基本定理中的结论在空间中是否成立?

【设计思路】以平行六面体为例,通过问题串的形式,以具体向量的数量关系及位置关系为例,由特殊到一般,并对比平行四边形中的两个向量与平行六面体中的两个向量,直观感知两向量的平行关系,类比于平面中的共线向量基本定理推出空间中该定理仍成立。通过本环节培养学生数形结合的思想,使抽象的问题更加直观形象。以具体问题设置作为本环节的引导,既复习了已学知识,又推导出本节课新学内容,这样知识的生成更加具体化、形象化,学生易于接受,并培养了学生自主学习的能力。

【问题探究二】

问题①: 若 P 是空间中任意一点, \overrightarrow{AP} 能否用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ 线性表示?

小游戏: “我来考考你”

同桌两人一组,每位同学在平行六面体内任意作出一点 P 的位置。

同桌交换,尝试能否用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ 表示出 \overrightarrow{AP}

问题②: 向量 $\overrightarrow{NC_1}$ 能否用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ 表示,若能,请表示出来,若不能,说明理由。

问题③: 若以 $\{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BB_1}\}$ 为基底,能用这组基底表示出 \overrightarrow{AN} 吗?

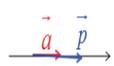
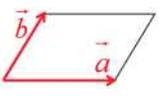
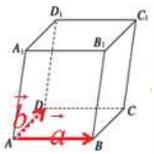
【设计思路】学生自己做出 P 点的位置,同桌另一人进行解答,教师组织学生展示出结果,在黑板上板书出学生呈现出的答案,

帮助学生进行分类: $\begin{cases} \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \text{共面} \\ \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \text{不共面} \end{cases}$

同桌两人合作，通过游戏互动的方式，增强课上的趣味性；以学生为主体，呈现出学生的答案，辅助学生分成两类，建立知识的内在联系，并使得本节课更有层次感；为下面环节中的共面向量定理作出了铺垫，为推出空间向量基本定理引出问题。

【问题探究三】

表 1 向量与向量表示

	\vec{p} 表示某一方向上的任意向量	\vec{p} 表示某一平面上的任意向量	\vec{p} 表示某一空间上的任意向量
图像			
表示			
依据			
基底个数			
基底要求			

【设计思路】根据问题③中的第 2 类情况，当 $\vec{AP}, \vec{AB}, \vec{AD}$ 不共面时， \vec{AB}, \vec{AD} 不能表示出 \vec{AP} ，教师引出问题：应该如何如何表示出向量 \vec{AP} ；学生根据表格提示，自主完成表格中第二列与第三列，类比一维与二维空间的线性表示，推广到三维空间，通过小组合作共同完成表格中的第 4 列，总结出三维空间下的结论。以表格的形式呈现，学生可以更直观的感受出从一维空间到三维空间中的推广过程以及之间的联系，并且可以类比平面向量基本定理推出空间向量基本定理的内容，锻炼学生自主学习和将已有知识推广的能力；空间向量基本定理的证明对于学生而言难点较高，此环节直接由教师引领学生证明。

定理证明：

给出空间中不共面的向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ，平移至共起点 O ，如图 (2) 所示，回答下列问题：

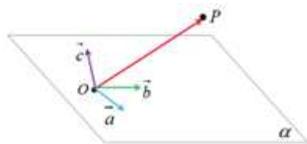


图 (2)

- (1) 过点 P 做 PP' 平行于 \vec{c} 交面 α 与 P' ，在 $\triangle OPP'$ 中， $\vec{OP} =$ _____
- (2) 在平面 α 内， $\vec{OP'}$ 可由 \vec{a}, \vec{b} 线性表示为 _____ (由平面向量基本定理可得)
- (3) 因为 $\vec{PP'} \parallel \vec{c}$ ，所以 $\vec{PP'} =$ _____ \vec{c}
- (4) $\vec{OP} =$ _____

【设计思路】定理的证明是本节课的难点，对于该难点的处理通过具体的问题串引领的形式，帮助学生分解问题，降低难度。

教师引导学生得出证明空间向量基本定理的思路，学生通过问题设置，自己完成问题，并证明出定理的一部分。本定理的证明比较难，学生自己完成缺少思路，通过教师的引导，可以规整学生的证明方向，并通过具体的问题设置，将复杂问题简单化，减轻学生的证明压力。

三、课后教学反思

本节课的核心内容是三个定理，定理课相对而言比较枯燥、难懂，为突破本难点，课堂上内容的设置以问题串的形式进行引领，对每个疑难点进行问题分解，学生在问题串的带领下进行探索，不仅能够归整思路，并且可以启发学生进行自主探索。本节课属于高二年级教学内容，根据学生实际情况，结合学生的认知特点，在教学方法上采用引导式：在例题解答思路上，以学生讲为主，规律认知上以学生找为主，结论上以学生得为主，错误上让学生分析为主，让学生逐步体会定理的层层递进感。在整堂课的进程中，以最大化程度让学生完成，包括自主独立思考、同桌合作以及组内合作共同完成，通过在实践中思考，探索中交流，学会学习，从而最大限度发展自己的潜能。

本节课的亮点处一是对每一个环节的设置都是以问题串的形式设置安排，学生可以在问题引领下自己探索或小组合作探究，充分发挥自主能动性，提高思维能力和逻辑推理能力；二是在构建 P 点位置时，放手给学生自主选择，可以通过学生的角度引出问题，并在课堂中不断解决学生提出的问题，这一过程自然形成，不拘泥刻板、牵强附会，对学生来说是自然而成的，学生的求知欲望就被激发出来了。

四、结语

数学学习是自然的、水到渠成的，任何的数学定理、原理等都是建立在问题需要的基础之上，在定理课的教学中，教师应注意定理是通过不断探究生成的，而不是以定论的方式直接告诉学生，在定理的生成探究中，学生可以深刻体会数学思维的形成过程，只有通过不断提出问题、分析问题并解决问题，才能形成良好的数学逻辑思维，最终促进学生数学核心素养的提升。

参考文献：

[1] 吴玉章. 以问题引领高中数学概念教学—空间向量基本定理的教学设计片段及教后思考 [J]. 当代教育实践与教学研究 (电子版), 2015.