# 高中数学不等式易错题型和解题技巧分析

叶新红
（江苏省扬州中学教育集团树人学校，江苏 扬州 225000）

摘要：在当前的高中数学教学中，不等式在教学中的占比逐渐增大。与此同时，在高中数学教学过程中，笔者发现大部分学生在解答不等式题目时常常出现不得法的问题，进而产生严重的畏难心理，导致最终的数学教学效果不理想。针对这种状况，高中数学教师结合个人多年的教学经验，从具体实际教学的角度入手，分析常见的几种错题题型，并简要介绍不等式题目的解题技巧，让学生在实际的数学学习过程中掌握数学不等式解题规律，促进数学教学质量的提升。

关键词：高中数学；不等式解题；易错题型；解题技巧

通过对数学不等式解题进行总结，教师一方面可辅助学生掌握数学不等式解题的规律，促进他们数学知识体系的搭建，另一方面可让学生真正树立数学学习的自信性，即让他们调整心态，更为积极地融入到数学学习的过程中，突破个人畏难心理，激发他们的数学学习潜能，促进高中数学教学质量的提升。在实际的不等式教学过程中，笔者注重从以下几点进行此部分的教学：

## 一、高中数学不等式易错题型

在本文的高中数学不等式易错题型中，笔者注重从最值、数形结合以及含有参数的题目入手，并在此过程中简要介绍出现错误的细节，为广大师生在进行此部分内容的学习中提供借鉴，促进高中数学不等式题型解题教学质量的提升。

### （一）不等式解题中的最值问题

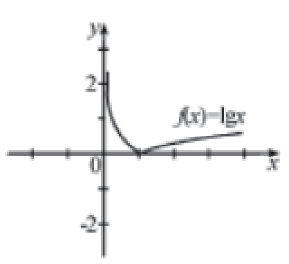
众所周知，最值问题是不等式解题中的常见问题。在解答这些问题时，部分学生往往将解题的重点放在具体的解题中，并不注重分析题目中的隐性条件，从而导致数学问题频发的状况。比如，最值中的等号成立条件等等。在具体的解题过程中，多出现这类问题的题型是填空题。

以下题为例，$2\sqrt{\frac{2a}{a-1}} \le a+\frac{2}{a-1}$ 这是具体的题目。给出的条件为：求这个不等式的最小值，并注重运用 a ＞ 1 这个条件。在这道题的解题过程中，部分学生常常忽视 a 等于 2 这个条件，导致最终相应数学问题的出现。为此，解决此类项目的题型时，教师应注重让学生分析题目中的隐含条件。

### （二）不等式中的数形结合问题

与其他不等式问题相比，不等式中的数形结合问题具有较强的直观性，可直接性地反应相应的题目内容，减轻学生在数学学习过程中的阻力，促进相应问题的解答。然而，在实际的解题过程中，部分学生存在过于粗心的状况，导致数形结合问题存在种种漏洞。

以下题为例，条件：第一，为 f（x）=lg*x* 的绝对值。第二，f（a）＞ f（b）＞ f（c）。第三，三个字母的关系为，c>b>a




这道题的问题是让学生通过给出的数据，画出相应的函数图形。这道题的关键点在于 a、c 之间的乘积是小于 1 的。对此，学生可根据这个细节得出最终的答案。在数形结合的不等式解题过程中，有些问题可能出现多种情况，解题关键性的一点是学生可以把握其中细节，确定最终的解题突破口，从而真正找到数学解题的关键性问题点，进而进行针对性解题，让他们在获得数学学习自信的同时，更为积极地解答相应的题目，提升他们的数学解题水平。

### （三）不等式解题中的参数问题

为了更好地解答含有参数的不等式，教师一方面需要让学生进行练习，另一方面需要让他们总结解题中的技巧，从而快速解答此类题型。更为重要的是，在解答此类题的过程中，教师需要引导学生从整体的角度进行具体问题的解答，并注重题目条件与具体问题之间的关系，从而更为高效地解答此类问题。

以下题为例，题目中给出如下的条件：条件一，不等式：（$2m-2-m^2$）x ＞ $2m-2-m^2$。条件二，m 是 R 的子集。问题是如何判断 m 与 1 的大小。在解决此类题型时，教师可引导学生作出相应的假设，并注重让学生以“与 0 大小比较”进行思考，让学生探究出具体的答案。值得注意的是，在解答此类题型时，教师需让学生结合具体的参数及相应实际问题成立的条件，并充分挖掘其中的隐性条件，将这些条件与所学内容以及具体问题进行结合，得到最终的答案。

## 二、高中数学不等式解题技巧

在不等式解题的过程中，教师发现部分学生常常在解题中出现严重的思维定势，即按照一个解题思路一次次地进行解题，总是在一个关键点上卡死，从而导致时间的浪费，并未真正解答相应的题型。出现这种现象的原因在于，部分学生并未真正掌握解题中的规律。对此，在进行高中数学不等式解题的过程中，教师应注重让学生对相应的数学题型进行归纳，并总结出相应的解题技巧，掌握数学解题的方法，促进他们数学综合学习能力的提升。在具体的解题技巧总结中，教师注重从以下几点入手：

### （一）采用反证法解答数学不等式题型

在不等式证明的题型中，大部分教师可采用反证法的方式进行授课，并注重让学生“先否定观点，再进行论证”，让学生真正从具体问题出发探究问题解决的策略，提升数学解题的效率。与此同时，部分教师还可引导学生从肯定的角度入手，即假设问题成立，并通过实际做题的方式得到与题目条件相矛盾的地方，从而否定具体的问题。值得补充的一点是，教师可让学生在检验具体数学问题是否正确时，可采用反证的方式，进而找准问题的

突破口，更为高效地进行相应问题的解答。

教师注重以下题为例，进行此部分内容的论述。问题如下：条件为 A ＋ B ＋ C ＞ 0，ABC ＞ 0，AB+AC+BC ＞ 0。探究的问题为 A、B、C 三个数均大于 0。在进行此道题目的解析过程中，教师可引导学生从如下思维的角度论证。首先，假设这三个数均不是正数，根据三个数的乘积大于零，可得知在这三个数中一定有两个数是负数，还有一个是正数。假设上述的条件成立，教师可引导学生进行如下的论证：假设 A ＜ 0，B ＞ 0，C ＞ 0，通过三个数字之和大于 0，我们可以得出 C ＞ –（A+B）。得出此观点的原因是 A+B ＜ 0……通过一系列的论证，教师可让学生得出相应证明结论。在此部分题型的证明过程中较为繁琐。为此，教师一方面需要让学生明确解题中的思路，另一方面需要规范书写，以及保证关键性的条件并未发生改变（比如，有些学生在具体的解题过程中常常出现将“+”变成“—”），从而导致最终得不到答案，或是答案错误。为此，在实际的证明解题中，教师需要注意以上几点。

（二）采用换元法解答不等式

教师运用换元法进行数学方面的解题，一方面可以更为直观地利用题目中的各种条件，另一方面有利于学生解题思路的清晰化，促进相应问题的快速解决。在进行此部分内容的论述中，教师可注重让学生从整体的角度进行相应问题的探究，并找准其中的变量，将这种变量转化成一个标准量，进行相应问题的解答，让复杂的问题简单化，提升学生解题的精准性，让他们掌握相应的解题规律。

以下面的题型为例：题目的条件是 A 和 B 均比 2 大。证明的结论是 A ＋ B ＜ AB。对此，教师引导学生运用换元的角度进行此部分内容的解答，并得出如下的解题步骤。首先，因为两数均大于 2，可以得出如下的结论 A 为 M 加 2 的和，B 为 N 和 2 的和，显然可以看出 M 和 N 均是整数。其次，将上述问题进行转化，即让将 AB 之和减去 AB 之积，从而进行相应转化。注意要将带有 M、N 的字母替换掉 A、B。通过运用换元法，学生可以得出此结论正确。在解答此问题的过程中，教师注重引入增量教学的思维，让学生引入一个增量，并以“0”为临界点进行相应问题的判断，最终达到解题的目的。

（三）运用不等式的性质解题

不等式是用不等号连接的式子。不等式具有如下的特性：倒数法则、对称性质、正值不等式可开方、传递的性质、正值不等式可乘方、加法单调的性质、同向正值不等式可乘性、加法单调的特性、乘法单调的特性。在解不等式的过程中，教师可结合相应的不等式题目，灵活运用不等式的性质进行相应问题的解答。

具体的问题如下：题目的条件如下：一共有 M 个圆，要求每两个圆可相交与两点，三个圆不能相交与同一点。题目的论证问题如下：在平面中有 M 个圆，f（M）=$M^2$–M+2。

在解决此项问题的过程中，教师可采用归纳法，并充分运用不等式进行解答。在此部分内容的解析过程中，教师可引导学生运用归纳法解决上述问题，即划分不同的情况。情况一，M 等于 1 时，通过检验命题成立。情况二，假设 M 为 a 时，则会出现 f（a）=$a^2$–a=2 个部分，从而确定 a+1 个圆的圆心为 0。在这道题的实际计算过程中，学生可运用不等式的性质进行解题，并得出相应的答案，提升学生的不等式解题能力。

（四）使用线性规划解决不等式问题

众所周知，线性规划主要是解决数学中的最值问题。在实际的不等式解题过程中，教师不仅要让学生掌握基本的线性规划知识，而且还应让他们明确各个知识点之间的联系，促进相应问题的解决。在实际的问题解决过程中，教师可从如下的角度开展此部分内容的授课：角度一，将文字知识转化成几何知识，在确定可行域后，将不等式知识转化成等式知识，进行相应的解答。角度二，将不等式转化成函数，并根据相应的函数变化规律，解答相应的问题。在实际的线性规划过程中，教师可从以上两点进行此部分内容的授课。

教师以下题为例，条件：a ＞ 0，X.Y 均大于等于 1.y ≥ a。（x–3）x+y ≤ 3。假如 Z=2X+Y，且最小值是 1。求 a 的值。在这道题目的解析过程中，教师可让学生进行分析，并得出如下结论：（1）解题的关键是计算三条直线形成的三角形面积。（2）与常规题型相比，主要的区别是此题型已经给出了最小值。（3）具体的解题思路是求解某条直线的变量，即注重运用逆向思维进行求解。具体的结论如下：在 z=2x+y 时，与目标 A 重叠时，最小值为 1，A 坐标是（1，–2a），可得出 1=2–2a，得出 a=12。此道题目的解题技巧是：在具体的解题过程中，教师一方面需要让学生提炼出题目中的不等式，另一方面需根据可行域的范围，判断题目中 a 的取值范围，从而得出三角形区域的可行域。

总而言之，在开展数学不等式解题教学过程中，教师需以不同的题型为依据灵活讲授不同的解题方式。更为重要的是，在实际的教学中，教师应多让学生练习，并让他们真正独立思考不等式解题中出现的问题，使学生在数学解题的过程中可以“独立行走”，促进他们数学解题能力的提升。与此同时，教师应注重提升个人在此方面的素养，结合学生的学习基础以及相应的教学状况灵活运用多种授课方式，促进学生数学综合解题能力的提升。

**参考文献：**

[1] 王家恒 . 高中数学不等式解题技巧教学 [J]. 数学大世界（下旬），2019（04）.

[2] 高健成 . 简析高中数学不等式易错题型及解题技巧 [J]. 亚太教育，2018（31）.

[3] 龚小霞 . 关于高中数学不等式恒成立问题的解题方法分析 [J]. 数理化解题研究，2019（19）.

[4] 李严 . 高中数学不等式易错题型及解题技巧 [J]. 亚太教育，2020（22）.