

# 基于“3+3”W 教学法的初中数学问题教学的初探

汪晓舟

(上海市大场中学, 上海 200436)

摘要：“3+3”W 教学模式的核心：在问题教学中，以 3W 的提问方式引导问题的探索与解决，再以 3W 的提问方式引导解题后的反思。本模式并非以“教”而是以“学与思”为中心，注重依据数学知识转换问题解决、利用数学原理解决实际问题。

关键词：“3+3”W 教学；引导探索；反思

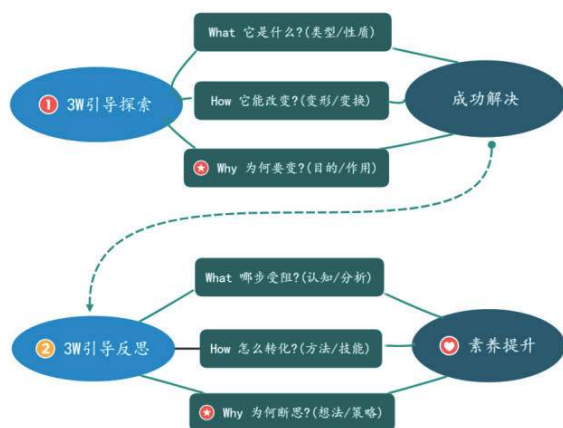
随着全国中学课改不断深入，广大教师依据修订的《数学课程标准》的指引，基本摒弃了单一讲授的教学模式，运用启发式教学。但是，一些教师觉得教学时间紧、任务重，于是快速、粗放地启发，近似“填鸭”，教学仍然“低效”。

近期，随着教育部“双减”政策颁布，教师们都在思考：“双减”背景下教学如何减量增效？笔者运用“3+3”W 教学法引导学生学习增效。以下分享相关教学思考与实践。

## 一、“3+3”W 教法的阐述

“3+3”W 教学法是大家熟悉的 3W 教学模式的扩展。3W 教学是围绕“教的是什(What)? 怎么进行教(How)? 为何这样教(Why)?”进行的，其契合知识与能力、过程与方法、情感态度与价值观的三维教学目标的要求。

在问题教学中“3+3”W 教学以 3W 的提问方式引导问题的探索与解决，再以 3W 的提问方式引导解题后的反思，旨在促进学习内化。



“3+3”W 教学模式图

## 二、“3+3”W 教学的关注

“3+3”W 模式教学分为引导探索、引导反思两个环节，摒弃以“教”为中心，注重引导学生“学与思”，引导学生依据数学知识转换问题解决，利用数学原理解决实际问题。

一个知识、技能、课时、单元、章节乃至知识体系都可以围绕 3W 的问题开展教学，但不同的情况是反思的切入点不同。于是引导引导学生个人观察解答的细致过程，从中分辨出真正的领悟点、反思点。



## 三、“3+3”W 引导探索环节的思考与实践

如何以学生的思维习惯实施问题探索的引导？首先给学生独立思考的“时与空”，然后选择学生思考与实践后反馈的各种得失，利用其中便于引导的着力点，再则考虑（尽量）一题多解，而后筛选使用（摒弃技巧过重或对学生思维能力发展作用小的方案），最后师生互动，实施具体的问题探索的引导。解法（引导）既要具有普遍性，又要切合学生的承载。

以下就具体问题展现“3+3”W 教学法的引导探索的教学实践：



问题 1. 若整数  $m$  与某数的平方的和为 230，与另一个数的平方的和为 201，探求  $m$  的值。

本题非常典型，学生初次接触，成功率不高，多数学生仅解答出如下的几步。

解：设某数为  $x$ ，另一个数为  $y$ ；由题意得  $x, y$  均为整数且

$$\begin{cases} m + x^2 = 230 \\ m + y^2 = 230 \end{cases}, x^2 - y^2 = 29。$$

此时，教师依据“3+3”W 的引导探索方式用问题引导学生进一步思考：

What——等式的左边  $x^2 - y^2$  是什么？ $x^2 - y^2$  可以看作什么？（一个二项式或一个数字）

How——若你暂时无法解决，那根据学过的知识你会怎么改动等式  $x^2 - y^2 = 29$ ？

Why——你为什么把等式左边的多项式  $x^2 - y^2$  分解因式？这是唯一有意义的变化方式吗？这样变化会起什么作用？

What——分解产生了什么？可研究的数量变化了吗？

How——等式  $(x+y)(x-y) = 29$  的两边的“数”的数量还对相应相等吗？等号右边的数字 29 要做什么变化？

Why——你明白为什么可把 29 改为  $1 \times 29$  吗？难道 29 只能改为  $1 \times 29$  吗？ $x, y$  到底有几组解？该解一定要一一列出吗？

在问题链的引导下，学生充分思考得出余下的合理、简洁的步骤及结果： $(x+y)(x-y) = 1 \times 29 = -1 \times (-29)$ ， $\therefore (x+y)(x-y) = \pm 30$ ， $x = \pm 15$ ， $\therefore m = 5$ 。

这样的引导比直接提示学生  $(x+y)(x-y) = 1 \times 29$  等要点“颇费周折”，但这样的引导深刻且充分揭示了思维的逻辑，培养了学生寻找思维方向的能力，有利于培养学生的核心素养（逻辑推理、数学运算等）。

问题 2. 请你先完成一组计算，然后猜想其中的规律并说出理

由。

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = \underline{\quad\quad} = (\underline{\quad\quad})^2$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = \underline{\quad\quad} = (\underline{\quad\quad})^2$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = \underline{\quad\quad} = (\underline{\quad\quad})^2$$

$$\text{猜想 } n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (\underline{\quad\quad})^2$$

理由: \_\_\_\_\_

本题也非常典型,学生初次接触,难度因人而异,数感好的学生较快作出了正确解答,余下的学生(较多)知道要从这组计算中找出数字规律,但多番尝试后茫然无果。

此时,教师依据“3+3”W的引导探索方式用问题引导学生思考:

What——这组计算含有字母吗?数字运算结果的形式是什么?(运算后为一个数)

How——仅从计算结果看,你能分辨出原来各个数字的关联效用吗?猜不出规律(也不会分类,你会怎么改变原先的寻找方式?)

Why——为什么不利用字母代数式辅助探寻规律?如何利用等式  $n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (\underline{\quad\quad})^2$ ?

What—— $n(n+1)(n+2)(n+3)$ 的计算结果有什么特点? $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ 的常数项是什么?

How——等式  $n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (\underline{\quad\quad})^2$  的右边有什么必填项?有几种?(1或-1)

Why——你明白为什么  $1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = \underline{\quad\quad} = (\underline{\quad\quad})^2$  的括号内一定有1或-1了吗?得到完整的规律了吗?

在问题链的引导下,一些学生不再“纠缠于”纯数感,运用推理以及简单观察得出如下的正确规律  $n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = [n(n+3)+1] = (n^2+3n+1)^2$  或  $n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = [(n+1)(n+2)-1] = (n^2+3n+1)^2$ 。

把字母代数式与纯数字相结合思考,从字母代数式的特征类推数字问题的部分规律,这如同数形结合的分析问题,让数与式两者结合,相得益彰。以上3W问题式引导学生自主思考的过程属于合情推理范畴,围绕“为什么”不断地追问的做法符合波利亚的《怎样解题》的倡导。

#### 四、“3+3”W引导反思环节的思考与实践

反思可以说是原问题解决与新问题探索之间某种思维的桥梁,需要进行反思的重要性不言自明,但多数学生(包括有些教师)没有掌握有效反思的路径,亦或流于形式、思考肤浅。

如何在问题解决后引导学生进行反思?有研究指出:基于“3W”(What、How、Why)视角的解题反思,是行之有效且具有操作性的一条研究途径。这与笔者使用的“3+3”W教学法中第二个重要的环节(3W引导反思)不谋而合。

“3+3”W教学法的引导反思采用师生互动的形式,逆向寻找学生在问题解决的过程中能有效消除困难的本质性(学生自身)理解点。教师不但引导学生对看似“自然而然”的思路进行反思——能否把握步骤之间的必然性,而且引导学生对每一个看似“接触频繁”的细节进行反思——拷问自己到底能否处理得当。依据“3W”的问题指向积极思量,循环往复地找到问题解决中每步的依据、由来,得到教师评价后及时记录并融入自我认知系统,经常回顾,提高解题能力,提升核心素养。

基于“3+3”W教学法的解题反思是在问题解决之后进行的,引导反思的具体路径:如对审题的历程进行反思,回顾可否调整视角;如对解答的过程进行反思,回溯可否删繁就简;如对探索

的策略进行反思,甄别可否改变方式;还可思考为什么别的学生能解决该问题?他们比我多掌握了什么?还可思考……

下面就具体问题展现“3+3”W教学法的引导反思的教学实践:

学生在引导探索下成功解决了问题1(若整数m与某整数的平方的和为230,与另一个整数的平方的和为201,请探索整数m的取值),接着教师以“3+3”W的问题方式引导反思。

What——对问题解答真正困难定位于无意识地得到了等式  $(x+y)(x-y)=29$  但之后怎么办?

How——对问题解答关键困惑的化解是什么方式或方法?(反向分析,即把无意的分解操作  $x^2-y^2-(x+y)(x-y)$  定格在研究其是否带来变化或起到作用。)

Why——对问题解答思维源泉的探寻,即对解答断点处  $(x+y)(x-y)=29$  的探查,询问为什么束手无策?还有可以考虑的方面吗?(其形式结构、要素组成、数学意义、对应关系等都是可以进一步研究的方面,不仅可以利用数字的大小,还可以利用其数量及组成形式、性质等帮助找出问题解决的途径。)

又如引导探索下,学生成功解决了问题2(请你先完成一组计算,然后猜想  $n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (\underline{\quad\quad})^2$ ,并说理),接着教师以“3+3”W的问题方式引导反思。

What——对问题解答真正的困难定位于数感不行,分类尝试线索不清?你没有新的解决途径吗?

How——对问题解答关键困惑的化解是自我反问,寻找数字运算组的规律一定是在其本身吗?分析  $1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = \underline{\quad\quad} = (\underline{\quad\quad})^2$  的结构,你认为  $(\underline{\quad\quad})^2$  中填入的数值5由什么数、什么运算符号连接?

Why——对问题解答思维源泉为什么无从探寻?反思为什么只局限于利用某些条件,而不充分考察这个问题?为什么不把多项式  $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$  展开或局部展开分析?(拷问自己,给出解释。)

这样的3W引导反思促进学生对于数字与字母形式对应的含义有了进一步深入的认识,也对利用特殊与一般之间的相应关联有了进一步深入的认识,还感悟了把原多项式展开这一简单的改变所带来的分析思路的打开,促成自主利用常数项。这种教师充分引导学生围绕“为什么”不停地反思、改进思维的做法符合弗拉维尔的元认知策略的监控策略,有效提升了学生分析问题的能力,提高了自主解决问题的成功率,实现了“双减”目标下的教学增效。

#### 五、结语

综上所述,基于“3+3”W教学法的初中数学问题教学是对认知过程的认知是一种反思性的理性、高效教学方式。通过3W式引导学生探索、反思,发展了他们探寻思维方向的能力,培养了他们的数学核心素养。

#### 参考文献:

[1] 吴韩兴. 基于“3W”视角的解题教学初探——以一道上海高考解析几何为例[J]. 新课程(中学版), 2019(001): 236-237.

[2] 杨芳. 元认知指导下的初中数学高效教学[J]. 中外交流, 2019(008): 198.