

浅谈教学中对学生数学经验的利用

焦青云

(扬州市第一中学, 江苏扬州 225002)

摘要:《普通高中数学课程标准》在课程目标中也要求学生理解基本的数学概念、数学结论的本质。如何让学生学会“运用数学的思维方式”和理解“数学概念、数学结论的本质”?什么是已有经验?为什么要在已有经验上教学?如何在已有经验上教学?这些都是值得我们认真研究的问题。

关键词:教学;经验;高中数学

一、经验的含义

现代汉语在使用“经验”一词时,既可作动词使用,也可作名词使用,或者以动词与名词复合使用。作为动词时多指经历、体验,作为名词时多指通过实践获得的知识或技能。涉及“经验”研究的领域甚广,“经验”在西方哲学史上更是占有重要地位。回溯西方哲学史,实用主义哲学家杜威继承经验论,反对主张主客分立的二元论,创立经验的自然主义哲学。在杜威看来,经验概念包括经验的事物和经验的过程,“‘经验’指开垦过的土地,种下的种籽,收获的成果以及日夜、春秋,干湿、冷热等变化,这些为人们所观察、畏惧、渴望的东西;它也指这个种植和收割、工作和欣快、希望、畏惧、计划、求助于魔术或化学、垂头丧气或欢欣鼓舞的人。”张奠宙教授认为基本数学经验是在数学目标的指引下,通过大堆具体事物进行实际操作、考察和思考,从感性向理性飞跃时所形成的认识。

二、为什么要在已有经验上教学

在数学教育学家弗莱登塔尔看来,“经验的数学即为自由发挥的数学,比那些为教师或教科书作者强加的、局限于公理范围的数学更为重要。”数学经验是学习数学的基础,下面就在已有经验上教学的原因及意义作几点分析。

(一) 已有经验是建构的基础

建构主义认为,学习不是被动从外界吸收知识的过程,而是学习者以自己原有经验为基础主动建构知识的过程。数学经验是形成认知结构的核心,是概念教学的载体。从数学概念的分类角度来说,不论是对客观世界中空间形式和数量关系的直接抽象,还是由抽象逻辑思维产生的纯数学抽象物,都需要学生一定已有经验为基础。概念是在经验上的建构,要学习直线需要学生多观察铅笔、黑板的边缘、墙与墙之间的接合线等类似于直线的事物现象;要学习函数,需要学生已经认识到日常生活中任意两个变量之间有一定的对应关系。没有学生的已有经验作基础,就不谈新知识的建构。

制定挑战性学习目标需要了解学生已有经验。维果茨基将儿

童的发展水平划分为两个,一个现有发展水平,一个是潜在发展水平,介于这两个发展水平之间的就称为“最近发展区”。根据“最近发展区”理论,挑战性学习目标是每个学生的学习目标都在自己“最近发展区”内,都是对自己已有水平的挑战和跨越。制定挑战性学习目标是為了新知识的建构,教师要想在教学实践中对班级学生制定合适的挑战性学习目标,第一件事就要充分了解学生的现有发展水平,也就是学生的已有经验。

(二) 已有经验引起兴趣与思考

每一个教师都希望在自己的课堂上学生对学习感兴趣。在很多公开课上,学生情绪高涨,课堂上热闹非凡,这样就说明学生对知识感兴趣了么?教师应该培养学生对脑力劳动的真正热爱,而不是追求显而易见的刺激。思考产生知识。如何才能使学生认识到思考对于数学学习的重要性,并且热爱思考?靠耳提面命,还是让学生走教师自己走过的思考路子?显然前者不会有效果,后者并非真正的思考。苏霍姆林斯基说:“真理的知识在学生意识中产生,来源于学生认识到各种事实和现象之间的那些接合点。”这里“各种事实和现象”可以理解为学生已有经验,学生要认识到“接合点”,需要积累足够的已有经验,教师将新知识与学生的已有经验联系起来,使学生认识到自己曾经有意或无意间已经接触到真理,却因为没有深刻思考而与真理失之交臂,借此,教师可以充分调动起学生对知识的兴趣与思考。

(三) 已有经验使数学的抽象性弱化

数学是模式的科学,真正的数学知识应当是关于抽象的数学对象的研究而并非对于真是事物或现象量性属性的直接研究。数学知识是抽象的,有的甚至是抽象的抽象,如学习直线时不能让学生认为铅笔就是直线或者黑板的边缘就是直线。实际上几何中的三角形、圆、椭圆等概念在现实中并不存在,甚至连最简单的数字“1”,我们也无法在现实世界中准确的指出什么是“1”。数学概念往往与现实生活毫无联系,这也是大部分学生对数学产生畏惧心理的原因。如何消除数学的抽象性带给学生的隔阂感?如何使学生们心中的数学不过于抽象化?如何使数学生动起来?

这些问题是值得数学教师不断研究的。教师将数学知识与学生的已有经验用合适的方法联系起来，可以有效地消除数学隔阂感，使之体会到数学就在自己身边。教师也可带领学生经验数学知识的形成过程，使之知晓自己也是可以发现或发明数学知识的。

三、如何在学生已有经验上教数学

对班集体实行在已有经验上教数学的总策略是：学前采用适当方式充分了解学生已有认知水平，将教学内容适当与学生已有经验连接起来，若没有相关连接点，教师要引导学生体验数学知识的形成过程，形成相关经验。

（一）了解班级学生的已有经验

一个班级共同体里的学生常可以分成五类：第一种是学习最好的学生，他们常常不需要教师的任何帮助就可以独立解决问题；第二种是学习勤奋刻苦的学生，他们经过紧张的脑力劳动完成任务，他们的学习成果和努力是分不开的；第三种学生在没有教师的帮助下只能完成中等难度的问题；第四种学生需要在教师的帮助下才能完成一些中等难度问题，他们的思维比较缓慢；第五种是个别学生，他们对所学内容只能了解大概，只能完成个别基本问题。显然这五类学生的已有数学经验是不同的，教师不能仅关注某一个层次或某几个层次学生的已有经验，因此充分了解各类学生的已有经验是十分必要的。教师可以在学生入学前与家长了解情况，在课上、课间多与学生交流，通过提问的方式观察学生或对学生平时所提出的问题多思考观察。

（二）联系学生的普遍经验

每个学生都是不同的，他们的已有经验也是不同的，教师在教学时要牢记这点。在教学实践中，要想把教授内容与学生已有经验联系起来，就要与普遍经验联系起来，与大部分学生都知道的经验结合。比如初中数学教师在教授“直线”概念时，可以列出普通学生身边的类似于直线的笔直的东西，如拉直的线、长长的铅笔等，而不能说埃菲尔铁塔的某一段是笔直的，因为很少有学生可以亲眼看到埃菲尔铁塔。这也在一定程度上说明了提前了解好学生的已有经验的必要性。

（三）创造学生的普遍经验

有的数学概念十分抽象，并不是所有数学概念都是与现实事物有直接联系的，要与学生已有经验联系起来有一定的困难，如导数、三角函数等。这时“经验”应当是动词，教师可以与学生一起创造数学经验。有时让学生经验抽象数学知识产生的必要性，比教师直接教授要更容易提高学习兴趣，这也就是体验知识的形成过程。义务教育数学课程标准中要求学生获得基本活动经验，教师将数学课堂学习合理的转化为数学活动，使学生获得必要的活动经验。下面以导数的单元教学为例，梳理数学学习经验的积累过程。

在不同版本的数学教材中，导数单元的教学都分为几个环节：平均变化率、瞬时变化率、导数的定义、导数的应用。用某个城市一个月的温度变化曲线图作为章节导语，将生活用语“天气热得太快了”数学抽象化，转化为“变化得快慢”问题。章节引入部分利用学生以往的生活经验，提出“如何刻画变化得快慢”问题，为学习导数章节提供了合理性的解释，而平均变化率的概念是创造导数学习经验的第一步。再联系平均变化率的计算公式，学习瞬时变化率和切线斜率，体会导数的本质和几何意义，是创造导数学习经验的第二步。只有充分理解导数的定义公式和几何意义，才能理解导数值的正负和函数单调性之间的联系，这是创造导数学习经验的第三步。而利用导数处理函数的极值和最值，是对导数的应用，同时也使学生有了应用的经验，是创造导数学习经验的第四步。纵观整个“导数”章节，从学生以往的生活经验出发，抽象数学化经验，逐步搭建理解导数的平台，最后到应用导数，教师引导学生逐步认识到导数是对事物变化快慢的刻画，是研究函数单调性的有力工具。同时，学生学习导数，也是丰富关于函数单调性学习经验的过程。

这里不得不提到学生的看图作图能力，“导数”章节的学习离不开函数的图像，解决很多题目都需要利用函数图像。作图经验是从高一开始培养的，解题需要作图，有时需作精确图，有时需作草图，解决导数问题大多需要做草图，但草图至少必须体现出两个内容：函数的变化趋势和必要的点。在学习导数之前，学生会做一些基本初等函数的图像，或是由基本初等函数平移得到的图像，而对于更为复杂的函数图像，在没有计算机的帮助下，要想解决相关问题只能作草图。做草图时，必要的点可以通过直接的计算得到，而函数的变化趋势，尤其是非基本初等函数的单调性，则可以利用导数来解决，这也是高中阶段学习导数的最终目标。因此，学习导数也是创造学生作图经验、动手经验的过程。

四、数学化的思考是积累数学经验的必要条件

我们数学工作者常会听到这样一句话：“数学是思维的体操。”而思维的体操动作是思考，没有思考哪有如今辉煌的众多的数学成就。纵观整个数学发展史，不论是数学诞生之初，还是现代数学，每一个数学概念、数学结论、猜想都是人类思考的结果，是思想的结晶。郑毓信教授在探讨是否真的应当要求每个学生都学会数学思维时认为，数学教育应该是通过数学学习帮助学生学会思维的。或者说数学学习应该使学生学会思考。许多学生，甚至是教师在中考高考的压力下对数学这门科学的教育目的有很深的误解，学生们认为数学就是为了考试，在高考过后，如果没有继续选择与数学相关的专业，大部分人很快会忘记具体的数学知识，数学在他们的脑海中留下了浅浅的印记，沦为训练考试技巧的学科。因此，促进学生在数学学习中积极思考是十分必要的事情。再者，

随着时代的发展,如今的世界需要大量的创造性人才,于是新一轮基础教育课程改革注重培养学生的创造性思维能力,而不会思考的学生又谈创造性思维呢?可能有的数学教师会认为在证明定理、解题时都是在思考,学生已经有所思考了。但这是远远不够的,思考应该渗透在数学学习的每个角落,而不仅是在证明和解题中,更何况在这种情况下很多学生的思考只是一种模仿。

五、如何在数学学习中强调思考

(一) 思考与逻辑是自然形成的

强调教师要多引导学生在学习数学中思考,并不意味着要将数学思考分析成一个个琐碎的步骤、规则呈现在学生面前。一个文学家在成为文学家的过程中,肯定不是先学习语法再学造句子的。同样的,数学的语法是逻辑,数学学习也显然不会是先学习一条一条死板的规则与逻辑,更不会是先学习思考步骤。文学家的独特、绚丽的文笔是在无数次造句、写作中练成的,数学思考应当是教师在教学中自然引导,以一种令人舒服而不刻意的方式,是学生在数学学习中自然形成的。

(二) 在数学研究中思考

就如何帮助学生学会数学思维而言,我们可以通过帮助向学生展现“活生生的”数学研究工作,而不是死的数学知识来实现。所谓“活生生的数学研究工作”要求师生互动,以学生为主导,教师引导,学生主动探究。现在数学课堂上,教师对于概念的教学往往过于直白,甚至有背概念背定义的现象。这样的教学方式显然不会有很多思考的成分在其中,学生对于概念的印象大多是“xxx是……”,却不去思考xxx为什么是被如此描述的?它背后的内涵又是什么?它可以引申出哪些东西?它与别的概念又有怎样的联系?数学是玩概念的,概念应当是数学教学的重点,而概念教学的重点应该放在概念的发生发展过程的解析上,要让学生们理解数学概念发展的合理性。每一个数学概念都值得学生们反复琢磨思考。

证明是数学学习中最常见的词之一,书本上有定理证明,课后习题中要求证明某个结论,教师们对数学证明的重视早已有之。然而目前大家对证明的追求多是形式化证明,数学家当初想到一个定理之前及其过程中则多依靠“直觉推理”,形式化证明只是验证了数学思考的正确性,也就是说形式化证明验证我们的直觉推理,因此对于某个定理证明而言,仅仅弄懂了证明过程是远远不够的,更重要的是分析证明中的思想,数学教育的追求不能本末倒置。

(三) 在数学交流中思考

首先,教师要会问问题。所谓会问问题,也就是教师提问要引人思考,提问得有质量,提问得恰到好处。其次,教师要留给学生足够思考的时间,提供适合学生思考的环境。现在的教师总

是给学生布置过多的作业,导致学生经常做重复性的作业,即使会了也要反复做,浪费了宝贵的时间和经历。这时,一个数学教师的价值观很重要,教师要分得清什么内容是重要的,到底是反复的做题技巧重要还是积极的思考更重要,给学生布置作业时,什么样的题目是值得反复推敲的,什么样的题目是练习一次就可以掌握的。作业应当是数学教师提前精心挑选过的,而不是以一次一张试卷的形式布置下来。思想的碰撞会产生火花,让学生积极思考起来需要让他们多交流。一道题目自己会做了与可以教会别人做出这道题目,这两者之间的理解程度显然是不一样的。一个同学要教会另一个同学题目,两人交流时会思考;同样都会做这道题目的同学交流不同的解法时会思考。数学教育要培养学生的数学素养,其中就应该包括培养学生的数学交流能力。

不论如何,数学教学中的“经验”多指动词,强调学生在学习中的动手动脑活动,而“思考”是学习数学的精髓,二者应当是综合统一的关系。一方面,在数学学习中,学生要经历知识的形成过程,在经历的过程中思考知识发展存在的原因与合理性。另一方面,思考也是一种经验,数学的学科特点限制了其学习过程中不会有如动手实验等显性操作,或者说数学的实验是在脑海中进行的,即思考,所以也将思考看出一种经验。在教学中,应当时刻注意引导二者的结合,同时自己也要在教学中多经验多思考,在经验中思考在教学道路上提升自己的方式方法。

参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [2] 杜威. 经验与自然[M]. 傅统先译. 北京: 商务印书馆, 1960.
- [3] 张奠宙, 竺仕芬, 林永伟. “基本数学经验”的界定与分类[J]. 数学通报, 2008, 47(5): 4-7.
- [4] 弗莱登塔尔. 陈昌平, 唐瑞芬, 等, 译. 作为教育任务的数学[M]. 上海: 上海教育出版社, 1995.
- [5] 胡典顺. 数学经验: 内涵、价值及启示[J]. 中国教育学报, 2011(02): 44-46.
- [6] 郭要红. 论挑战性学习目标及其制定策略[J]. 课程·教材·教法, 2008, 28(10): 19-23.
- [7] 苏霍姆林斯基. 给教师的建议[M]. 杜殿坤译. 北京: 教育科学出版社, 1984: 63.
- [8] 郑毓信. 数学教育哲学[M]. 四川: 四川教育出版社, 2001.
- [9] 郑毓信. 数学思想、数学活动与小学数学教学[J]. 课程·教材·教法, 2018, 28(5): 36-40.