

# 基于微课程下的“高等数学”教学设计研究——以获奖作品 “由参数方程确定的函数的导数”教学为例

王燕 产丽凤

(江苏师范大学文学院 江苏徐州 216000)

**摘要:** 基于学生在中学时代对参数方程的了解程度和现在的学习需求, 本文主要阐述在微课程形势下的教学设计。为了将抽象的概念简化, 在设计教学利用科技馆的模型以及皮球下落的视频, 引导学生观察思考, 切入主题, 并优化内容讲解的过程, 设计思考与拓展。探索在环环相扣的学习过程中学生情感与能力的转变。

**关键词:** 教学设计; 参数方程; 求导公式

《高等数学》是涉及到经管类和理工科专业的一门公共基础课, 课程开设在大一一学年。因此不仅承担着数学知识的传授, 更多的还需要引导学生适应大学的学习方式和方法, 帮助学生树立正确的价值观, 人生观和世界观, 同时还需为后续的专业课程的学习打下基础。在课堂教学中, 教学设计是教学达到这些理想目的的重要途径。卡罗尔在他的学校学习模式中至少界定了“学生的毅力”和“学生允许学习的时长”影响学习, 一个有效的教学设计不能仅关注这些变量中的一个。所以怎样进行一个有效的课程教学设计尤为重要。

在做本次教学设计时, 结合了近几年兴起的一种新的教学方式——微课。采用多媒体微课的展现方式, 设计了与教学内容有关的历史上的数学问题, 增强学生的感性认识。在理论知识之后有引例和问题作为例题说明, 方便学生将理论和数学实践结合起来。有实际应用与扩展思考, 开阔学生的视野, 加深学生对知识理解, 锻炼学生的思维能力和情感认识, 满足学生的个性化需求。下面以高等数学中的“由参数方程所确定的函数的导数”的教学设计为例, 谈一下笔者的教学体会与实践。

在以往教授“由参数方程所确定的函数的导数”这一节内容时, 发现大多数学生会自我认为参数方程在平时的课程学习中很少遇见, 理所当然的觉得参数方程的相关知识点不重要, 没有太多实用性和可学性。且先入为主的认为内容少, 概念较为简单, 公式容易掌握。但是在做题或者实际应用中会发现由参数方程解决的应用题并不少见, 且对其中二阶导数理解得并不深刻, 导致求解二阶导数的正确率很低。为何学生会出现如此想法, 就要考虑到老师在教授这一节时如何进行教学设计, 如何对教学进行周密的思考和安排, 考虑教什么, 怎么教, 要达到什么要求等。如果不选好素材和做好教学设计, 学生就感觉不到参数方程的意义何在, 老师为了教而教, 学生为了学而学, 对于它的实际应用背景了解不够深入, 从而失去了教学和学习之本真。那么如何改变这个现象? 根据学生对这节内容的兴趣点, 结合知识框架及学生情感变化, 进行了如下的教学设计并进行了课堂实践。

## 一、教学设计的总体思路

基于学生在中学阶段对参数方程已有的认知程度, 本课程设计的初衷是在学生原来的认知上将枯燥的学习内容进行科学合理的安排, 采用多媒体技术, 添加实际且具有猜想性的历史问题作为引入, 创设实际应用情境, 融入新的知识点。这种探索——认知——应用——扩展的教学设计及其模式有利于激发

学生学习的主动性与探索性。

本节课首先采用播放短视频的形式, 以科技馆中的模型展开问题的探索。皮球沿着不同的轨道下落时, 谁先到达终点的现象引入问题。再通过展示数学家解决问题时所给的结论顺利切入今天的主题, 依次开展教学。接着结合已有的知识进一步引导学生推导所要的求导公式。最后以中国军事强国的事业发展, 以及导弹发射的物理背景作为新课探究例子的应用, 诱导学生对新问题进行分析, 展开对新知识的学习与利用。本节课主要采用探究式、研讨式与实践相结合的教学方式, 从问题出发, 引导学生开展联系生活实际, 猜想, 应用等思维活动, 同时也让学生感受到学以致用的美妙之处。在教学地过程中, 以实践、历史、名人事迹、国防应用, 课后延伸等开展爱国主义教育。

## 二、教学设计的过程

### 1. 从经典的数学问题出发

为了引进具有实际意义的参数方程的概念及其导数, 首先给学生介绍陈列在科技馆中的模型——科学家伽利略在 1630 年提出一个分析学的基本问题: “一个质点在重力作用下, 从一个给定点到不在它垂直下方的另一点, 如果不计摩擦力, 问沿着什么曲线滑下所需时间最短”。接着播放皮球下落的操作视频, 学生直观感受问题的结果, 并好奇想知道为什么沿着曲线轨道最先到达终点, 这是一条什么曲线? 为后面引出摆线的参数方程做铺垫。从课堂反馈效果可以看出这种设计引入不仅吸引起学生在课堂上的注意力, 提升了对问题的求知欲, 提高了课堂氛围的活跃度。在情感上还大大增加了对外能够去参观科技馆的想法。

通过历史介绍曲线的来源——伯努利解决了这个问题, 其曲线被称为摆线, 也叫最速降线。那么在数学中能否写出摆线的方程呢? 这样设计体现了数学在历史的长河中是通过不断地提出问题和不断地解决问题中发展起来的, 激励学生在生活中不忘主动发现问题和解决问题。

### 2. 畅游数学模型, 分析定义

根据摆线的定义, 利用动态图更加生动形象地画出摆线形成的过程。引导学生利用直角坐标系建立数学模型, 结合三角形边和角之间的关系, 学生不难建立摆线在直角坐标系中的边与角之间的关系式:。通过和显函数比较, 引导学生发现这个, 的表达方式和显函数的, 之间表达不一样, 而是先都与有关, 我们称之为摆线的参数方程, 为参数。接着过渡到怎样来描述参数方程自变量和因变量之间的关系。

做好学生思想和认识上转化的引导：虽然，是分别关于的函数，但这个时候相当于中间变量，连接了，，所以 还是关于的函数，具有显函数的特性。这样设计，目的是为了让学生从实例中认识问题的根本所在，掌握参数方程所确定的函数的本质，为后续求导公式做好铺垫。

带领学生分析显函数的一般定义：结合摆线的参数方程给出由参数方程所确定的函数，确定其中的自变量，因变量。在实例背景下，提问为了解决前面摆线的一些性态，应该对由参数方程所确定的函数做什么研究？因此可以轻松地过渡到本节课的主题求由参数方程确定的函数的导数，衔接不显突兀，容易引起学生思考导数怎么做。

### 3. 知识相连，推导演算

首先通过具体的相对简单的参数方程的例子，例如：，让学生自己先求对的导数。并介绍学生的解法——消参法。进一步的给出摆线方程：，学生习惯性的会用同样的方法求导，但在计算过程中会发现很难进行快速消参，那该如何解决问题呢？

在学生疑惑的时候给出前面简单例子的总结，关键在于是连接与之间的桥梁，相当于中间变量，提醒学生联想到复合函数的求导法则，引导学生继续计算。在计算的过程中发现对的导数易求，但是对的导数还是不容易求，又该如何办呢？继续提示学生对的导数还是不容易求，但是能否用对的导数来计算呢？如果能，则需要用到什么函数的求导关系式？对于学生的步步引导，边学边复习的方式，大大提高了学生的注意力思维方式的训练。

总结给出如下定理：设由参数方程所确定的函数为：其中可导，，且函数  $y = y(x)$  具有单调连续反函数。求。在此强调方程中参数的作用——中间变量。所以消除参数后再求导的过程实际上可以用一般函数的反函数和复合函数求导法则代替。通过回顾反函数和复合函数求导法并推演过程如下：并强调一阶导函数还是关于的函数。

通过此步骤，学生一边自己动手计算，一边听从老师提醒解决问题，从而得到导数公式，这样既巩固了公式的推导过程，思维认识上也从特殊到一般再到具体，有了一个质的转变。

当学生掌握了一阶求导公式后，鼓励学生继续尝试二阶导数。这时部分同学相同的错误就体现出来了，两种错误的结果：和。为什么会出现这两种情况呢？因为部分学生没有掌握公式的要点，我们利用公式计算出来的一阶导数是关于的函数，而二阶导数是将一阶导数再对求导。

在一阶导数的基础上继续推导对的函数二阶导数：。二阶导数的求导过程是这节课的一个难点，关键在于其中一阶导数要先对按照商的求导法则求导。

利用导数公式推导演算摆线的导数，这道例题的讲解，不仅解决了开头的引例，也让学生巩固了公式，同时为接下来的应用拓展做铺垫。

紧跟摆线的导数，通过图片展示中国古代建筑屋顶的边沿，询问这样设计的理由。吸引学生的注意力，缓解学生学习理论知识的紧张感，提高学习高等数学的兴趣。介绍屋顶的边缘用的就是最速降线，这样设计，是为了夏季暴雨时，雨水可以以最快的速度滑落。通过生活实例的简要介绍，突出了古代劳动人们的智慧与艺术的创作，学生在情感上进一步得到了升华。

### 4. 融入思政元素，提升爱国情怀

利用多媒体播放近期新闻中出现的腾地而起的导弹短片，是我国军事强国的标志性成果，也是我国向世界递出的一张亮

丽的名片。导弹在天空中划出地一道美丽的曲线，象征着中华民族奔向伟大复兴目标的矢志不渝。短片中，一个细节引起的问题值得我们思考！导弹在射出后的弹道曲线，该怎么表示出来的？在欣赏短片和震撼中国军事强大地同时不忘发现问题和思考问题。

引导学生解决这类实际问题可以建立简单的数学模型，射出物射出时轨迹依赖于射出时的初速度与发射仰角( $0 < \alpha < \pi/2$ )，取发射点为原点，射出的水平方向轴的正方向，建立直角坐标系。设  $t$  秒钟后，炮弹发射后的位置在点  $M$ ，由匀速直线运动与竖直上抛运动可知，弹道曲线的参数方程为，同时还可以算出导数公式。结合初中的物理知识和现学的知识即可解决问题，可以大大增加学生的成就感。

总结从古代工匠对摆线的利用到现在的军事强国，有效的激发学生的爱国情怀和民族的自豪感，进行国防教育的同时激励大家要努力奋斗，共同创美好未来。

### 5. 小结

本次课程主要由具体的例子引出参数方程，说明了参数方程在实际应用中的作用。推导了由参数方程确定的函数的求导公式，并通过实际例题练习导数的计算过程，帮助学生更好的掌握参数方程确定的函数的求导方法。

### 6. 思考拓展，启发人生

最后设置拓展性思考题，做到首尾呼应。以课程开头皮球下落的经典问题再次提出，皮球不按我们常规的“两点之间直线段最短”的思想，沿着直线最先到达终点，而是沿着其中一条曲线——最速降线最先到达终点。通过这个问题，配上相关的趣味性图片，学生了解到打破常规，勇于创新思想的重要性。

### 三、结束语

本次教学在设计时把控全局，不管结构上，还是学生情感上都做到了首尾相呼应。在充分了解主题的情况下，在教学设计中适时地穿插安排视频、动图、图片等，丰富了课件的可观性，增加了课程的趣味性，不再单纯地就知识点的讲授而讲课，也不一味地追求趣味性。在教学设计中，利用常见的生活现象皮球下落的问题，古代建筑中屋顶的边沿，国防科技中的导弹，优化教学结构，突出主题的重难点和思想教育，才能够使课程有感染力和生命力。同时还关注学生的情感变化，数学思维，计算等能力的培养等。

### 参考文献

- [1]廖春艳,赵艳辉,唐伟国.基于微课的高等数学教学设计研究——以无穷限反常积分教学为例[J].考试周刊,2019(48):81-82.
  - [2]陈翠玲,罗荔龄,韩彩虹,钟仁佑.高等数学微课教学设计研究——以无穷区间上的反常积分教学为例[J].教育观察(上半月),2017,6(05):106-107+126.
  - [3]许素贞.基于教学能力大赛的“高等数学”课程的改革与实践——以“导数及其应用”教学设计为例[J].科技风,2022(30):110-112.
  - [4]宣晶雪,张权.“双创”背景下“高等数学”课程中旋转体体积可视化教学设计[J].科技风,2023(03):103-105.
  - [5]欧玉芹,李智群,李甲聪.基于问题链的高等数学不定积分概念的教学设计[J].高等数学研究,2022,25(06):79-82.
- 本教学课件设计获江苏省高校第八届数学基础课青年教师授课竞赛暨第二届全国大学数学课程思政邀请赛三等奖
- 作者简介：王燕（1983—），女，汉，江苏徐州，硕士研究生，讲师，研究方向：高等数学。