基于 APOS 理论的中职数学教学对策优化

顾 琦
（苏州建设交通高等职业技术学校 江苏 苏州 215100）

【摘 要】APOS 理论对中职数学教学具有重要的指导意义，应用 APOS 理论可以激发学生的数学学习兴趣，提高他们的数学成绩。本文结合 APOS 理论，在中等职业学校数学教学的活动、程序、对象、图式等框架内提出具体的教学策略，以期提高教学效果，促进教师多思多学，及时更新教育理念。
【关键词】APOS 理论；中职数学教学；对策优化

前言

APOS 理论强调学生体验“活动”，在操作中体验概念形成的全过程，不断修正原有的概念体系，最终通过对新概念的吸收或适应来构建新的综合结构，符合中职数学课程要求的学生。因此，开展基于 APOS 理论的中职数学教学优化活动，能够有效运用先进的知识理论，对现有的教学策略实现提升与改善，进一步推动学生更好地学习数学知识，也为相关研究提供参考和借鉴，推动教学领域的进步。

1 APOS 理论概述

1.1APOS 理论的主要观点

在 APOS 理论中，数学知识的获得依靠个体学习过程中的疑惑解答和概念习得，APOS 理论模型包含四个不同的阶段，即活动（actions）阶段、过程（processes）阶段、对象（objects）阶段和图式（schemas）阶段，这四个不同的阶段对应了学生在数学教学过程中的知识习得与思想变化过程，能够以此为依据开展科学的教学活动。

1.2 与 APOS 理论相关的教学研究现状

APOS 理论实在上个世纪 80 年代，由杜宾斯基等人提出的，相关研究较多。Arnon 等人（2014）应用 APOS 理论和多重表示理论建立了一套分数概念教学实验的教学方案。发现“具体活动”与“抽象对象”之间存在一个“内化”过程[1]。Asiala 等人（1997）介绍了 APOS 理论在高等数学教学中的应用，如 ACE 教学循环、合作学习、isetl 等[2]。

上个世界 90 年代，APOS 理论被初步应用于我国数学教育中，受到专家学者的关注，研究侧重于理论内涵的介绍和教学应用。曹雨（2018）根据学生对三角函数概念的理解，尝试在 APOS 理论指导下设计教学[3]。李琛（2018）根据 APOS 理论的四阶段模型设计了对数概念的教学，引导学生建立合理的对数概念认知结构[4]。高东兴（2018）在 APOS 理论指导下对中职数学概念教学提出了一些教学建议，并针对中职数学概念教学中的一些问题进行了教学设计[5]。

从国内外相关研究资料来看，APOS 理论在国外高校高等数学抽象领域得到广泛应用。以 APOS 理论为指导的数学概念教学已在小学初中和普通高中开展。但是，针对中职数学教学开展的 APOS 教学研究优化相对较少。本文将对此进行探讨，并论证 APOS 理论在中职数学教学中的应用，形成对前人研究的补充。

2 中职生数学学习现状与问题

2.1 中职生数学学习现状

结合笔者的教学经验，发现学生对数学学习缺乏信心，大多数学生在理解和使用上会犯更多的错误。但学生们也意识到数学学习非常重要，并有把这门学科学好的意愿。学生在学习中犯各种错误是合理的，改变学习方法对他们来说是有价值的。如果学生能够改变消极反应状态，积极研究错误产生的原因和过程，在学习中积累有用的信息，优化现有的数学学习习惯，就可以改变数学学习困难的现状。

2.2 中职生数学学习存在的问题

2.2.1 概念意象错误代替概念定义

中学生普遍感到数学难于理解和学习的原因之一是用概念形象代替概念定义。概念定义与概念形象既有联系又有区别。学生原有的认知结构有时有助于获取新概念，但是也会由于错误的认知对于概念学习产生不利的作用。

【例 1】已知点 $A(1,4)$，点 $B(0,-2)$，则 $\vec{BA}$ 的坐标为。

【错误示例】$\vec{BA}=\vec{B}-\vec{A}=(0-1,(-2)-4)=(-1,-6)$

【正确示例】$\vec{BA}=\vec{A}-\vec{B}=(1-0,4-(-2))=(1,6)$

在这题中，平面向量的坐标计算有一定的规则，要求终点坐标在前，然后减去起点坐标，如果对于点和向量的知识不能明确分辨，就会出错。

2.2.2 本质属性与符号语言脱离

有些学生能写出概念的符号语言，但不能用自己的语言来描述概念，或者描述的概念不完整或错误。如有学生会写椭圆标准方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，却简单地认为椭圆只是“两点距离之和为常数的点的轨迹”，没有认识到椭圆概念的本质属性是到两定点 F_1，F_2 的距离之和为常数 $2a(a>0)$ 的点的轨迹是椭圆，其中 $|F_1F_2|<2a(a>0)$。在这种情况下，学生对概念的理解其实是片面的，在应用中也存在诸多不足，从而导致诸如此类概念本质属性与符号语言相脱离的错误。

2.2.3 内容混淆

中职传统数学教学要求学生直接背诵概念，或大量练习，让学生在做中“学会”知识点，让学生对教学内容的理解浮于表面。在这种教学模式下，学生对于新知识建立的认知往往是片面的、固化的，最终呈现出不完善，而在应用中就会出现错误。如学习数列时有学生认为数列 $1,3,6,7,8\ldots$ 与数列 $3,1,8,7,6\ldots$ 是同一数

列，学生的这种错误就是与“集合中的元素具有无序性”知识强行建立“人为的”联系。

3 基于 APOS 理论的中职数学教学对策

3.1 合理导入概念

在 APOS 理论的指导下，数学教学在活动阶段创造适当的情境，在这一过程中需要严格按照教学内容完成科学合理的情境创设，在过程阶段及时引导学生的概念理解水平。当学生遇到难点的知识点时，可以从多方面举例，供学生比较和总结。让学生对数学概念有直观、全面地认识，进而掌握数学概念，符合中职学生的认知规律。

3.2 准确把握过程

APOS 理论指导下的数学概念教学体现了概念之间的广泛联系，不同的学生对同一个概念有不同的理解，让学生在这个层次上充分暴露问题，教师可以给予及时、有针对性的指导。学生要想达到更高的层次，首先要内化这一层次的认知需求。从过程阶段到对象阶段不仅是概念的概括，也是学生抽象能力和概括能力的提高。

3.3 正确构建图式

APOS 理论下概念网络的建立，有赖于学生头脑中相关概念的活动、程序、对象等“图式”的整合与选择，从而重塑个体头脑中的认知框架，构建新的综合心理图式。同时还可以逐步引导学生养成制作数学思维导图的学习习惯，让学生形成积极的学习态度，并且激发原有知识体系与新知识体系的协同共建，形成新的概念图式，提高他们对数学学习的兴趣。

3.4 教学案例分析

根据 APOS 理论的指导，本节课分成四个阶段开展教学。

3.4.1 第一阶段：活动阶段

【例 2】一艘船需要渡河，其本身速度为 12km/h，目前垂直于河岸，当前速度为 5km/h。你能指出渡轮实际航行的大致方向吗？如果渡轮要垂直于河岸航行，应该向哪个方向航行？（图 1）

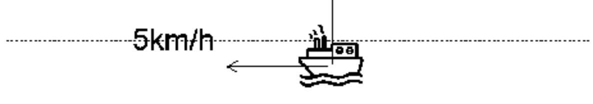

图 1 例 2

【设计意图】题中不要求学生进行具体计算，但对相关概念有一定的了解。

3.4.2 第二阶段：过程阶段

在“活动”阶段，引导学生总结“既有大小又有方向的量称为向量”。

【例 3】用什么符号表示向量呢？

【解】把向量表示为 $\vec{AB}$，或者用小写的英文字母表示向量，记为 a，b，c。

【设计意图】引入数学符号及时表达向量，注重“大小”和“方向”，参与思考而不是具体对象，体现向量的概念，简化“活动”的思维过程。学生只有建立数学符号和符号实体的关系，才能避免用概念形象代替概念定义和逻辑推理的错误。学生从“活动”中思考和总结，提取向量的本质属性，逐步将向量内化为“程序”。

3.4.3 第三阶段：对象阶段

【例 4】一艘轮船需要从 A 点启航，方向为南方，航行距离为 300 公里，另一艘轮船也从同一点 A 启航，但是启航方向为北偏东 45°，飞行距离也为 300 公里，这两艘轮船的位移相同吗？请用向量表示。

【设计意图】在“活动”中，学生不断总结平面向量是一个有大小和方向的量，于是在虚拟思维中完成“程序”的构建。实际上，“程序”是在没有外部刺激的情况下自动执行的。

3.4.4 第四阶段：图式阶段

【例 5】在平面四边形 ABCD（图 2）中，O 为对角线交点。

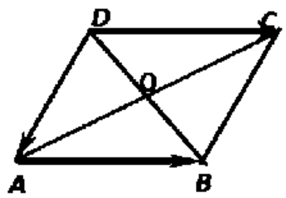

图 2 例 5

（1）找出与向量 $\vec{DA}$ 相等的向量；

（2）找出向量 $\vec{DC}$ 的负向量；

（3）找出与向量 $\vec{AB}$ 平行的向量。

【设计意图】帮助学生进一步理解相关概念，特备强调对于向量“大小”和“方向”的认知。

4 结语

综合来看，研究根据杜宾斯基的 APOS 理论对中职数学教学开展探索，发现 APOS 理论为教师提供了具体的教学策略，教师在开展具体教学活动时，要按照这种模式制定详细的、层次分明的教学目标，安排相应的教学活动，逐步形成数学教学策略。

参考文献：

[1]Arnon I, Cottrill J,Dubinsky E, et al. Totality as a Possible New Stage and Levels in APOS Theory[M]. 2014.

[2]Asiala M,Brown A,Devries D J,et al.A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education[M]. 1997.

[3] 曹雨 .“APOS 理论”指导下的三角函数概念教学 [D]. 华中师范大学 ,2018.

[4] 李琛 . 基于 APOS 理论下的对数概念教学现状探究 [D]. 陕西师范大学 ,2018.

[5] 高东兴 .APOS 理论下中职数学概念教学研究 [D] 宁波大学 ,2018.

作者简介：顾琦，1993 年，男，汉族，江苏苏州常熟人，教师，本科，研究方向：数学。