

高中数学新旧教材对比分析

——以“三角函数的概念”为例

姜玉萍

(哈尔滨师范大学 黑龙江 哈尔滨 150000)

【摘要】教材可以说是教师教学和学生学间的重要媒介,对于不同版本的教材,教师对此进行认真研究可有效对学生和指导学习。三角函数在高中数学教学中具有非常重要的地位,也是高中函数学习的重难点内容。因此,本人结合实际经验,对高中数学新旧教材进行分析对比,以三角函数的概念为例进行探讨。希望通过本论文的研究可以对教师教学产生一定的积极作用。

【关键词】高中数学;新旧教材;函数学习

Abstract:Teaching materials can be said to be an important medium between teachers' teaching and students' learning. For different versions of teaching materials, teachers' careful research can effectively guide students' learning. Trigonometric function plays a very important role in high school mathematics teaching, and it is also an important and difficult content in high school function learning. Therefore, combined with practical experience, I analyze and compare the old and new mathematics textbooks in senior high school, and take the concept of trigonometric function as an example. It is hoped that the research of this paper can play a positive role in Teachers' teaching.

Key words: High school mathematics; New and old textbooks; Function learning

1 问题背景

三角函数中蕴含着深刻的数学思想,可以说,三角函数是学生们必学的知识点,更是高中数学知识体系中非常重要的组成部分。本人经过对比去发现两版教材中函数章节内容所对应的课标要求,以及数学学科的核心素养,帮助教师们更好的利用新版高中数学教材,提升高中数学教学质量,然后调整学习设计,从而有利于学生们进行准确且有效的学习。

2 研究对象

2003年人民出版社出版《普通高中课程标准实验教科书》,以下简称原课标版教材。

2019年版的《普通高中教科书-数学(必修)第一册(A版)》,以下简称新课标版教材。

主要研究内容是三角函数的概念这一节内容。

3 学情分析

在学生的初中阶段,学生已经接学习过三角函数,对于三角函数部分可以说有一些了解。高中一年级的学生经过初中阶段的学习,已经积累了一定的数学基础知识,学生们通过初中时期数学知识的积累,也对三角函数部分有一定的了解,高中阶段三角函数是在是在初中学习的基础上的扩展与延伸,也为正弦定理、余弦定理等相关知识打下了基础。这就使学生在接触时,与已有经验产生认知冲突,需要教师适当的引导和针对性的教学,促进学生更好的学习。

4 研究方法

通过两版教材的对比,对“三角函数概念”的课标要求、相关概念生成、教材结构、列题和探究题五个方面进行比较研究。

5 研究结果

5.1 课标要求

原课标:借助单位圆让学生们理解三角函数的定义;

新课标:借助单位圆建立一般三角函数的概念,体会引入弧度制的必要性,从而借助单位圆让学生们理解三角函数的定义。

我们回顾原课标,书本中过于注重定义的理解,而新课标在原课标的基础上,更加强调了概念抽象的过程以及单

位圆的作用(借助单位圆是遵循“将复杂的问题简单化”的原则),同时也侧重了使学生感受到引入弧度制的必要性。(因为对应关系的函数定义是数集与数集之间的对应,而初中学习的锐角三角函数是角度制下的角,因此不符合对应关系的函数的定义,弧度制则是将角与实数建立起来一一对应的关系。

5.2 教材结构

原课标版教材:必修4

新课标版教材:必修1

原课标版教材,是采用模块化的方法设计课程结构,处于必修4,学生在学习完函数概念与性质和基本初等函数后,需要间隔较长时间才能接触到三角函数的概念。但是,对于新课标版的教材是采用函数主线的方式切入教学中的。在必修1中,集中了学习函数内容(函数的概念与性质、幂函数、指数函数、对数函数和三角函数。这样的设计凸显了三角函数是特殊的函数,也是学生在学习完函数后,对函数学习的深化,加深对函数本质的认识。相比于原课标版教材,更注重教学的内容与知识之间的逻辑关联,体现了数学的整体性和连贯性,更符合学生的逻辑。顺序的调整更突出了函数主线,从而使得学生们对函数的思考方式上升了一个新高度。

5.3 “三角函数概念”生成过程

5.3.1 三角函数的引入

原课标版教材中,是希望把学生们从锐角三角函数直接引向“用直角坐标系中角的终边上的点坐标来表示锐角函数”,虽然是以问题的形式呈现,但是已经对学生们提出了新的要求,学生们照着规定去学习去做就可以,总之,并没有起到很大的启发作用。新课标版教材直接从描述圆周运动出发,而圆周运动又是典型的周期现象,不仅有利于学生把握三角函数的研究象以及本质(三角函数的研究对象是周期现象)。同时,在本章第一节开始部分已经提出同样的问题。用相同的问题情境将知识内容纵向连接起来,便于学生学习。而且能更自然的借助单位圆抽象三角函数的定义,确定三角函数的研究内容,研究方法。

5.3.2 三角函数的概念的形成

原课程标准版教材：根据问题的要求，在平面直角坐标系中做一个锐角，在三角形的末端取任意点 $P(a, b)$ ，构造直角三角形，用 (a, b) 表示直角三角形斜边的长度 r 。在获得完整的直角三角形后，根据初中学习到的三角函数知识，对坐标进行了表征。然后，根据相似三角形的知识，点 P 的位置做出特殊化处理，即点 P 被取在一个特殊的位置，其中，线 OP 的长度为 $r=1$ ，获得：

$$\sin\alpha = \frac{MP}{OP} = b, \cos\alpha = \frac{OM}{OP} = a, \tan\alpha = \frac{MP}{OM} = \frac{b}{a}$$

也就是说，锐角三角函数用直角坐标系中角的端边上的点的坐标表示。然后引入单位圆，将单位圆移动到平面直角坐标系中。得出锐角三角函数可用单位圆上点的坐标表示。

在此基础上，定义了新课程标准版教材：以单位圆的中心 O 为原点，以射线 OA 为 X 轴的非负半轴，建立直角坐标系， a 点坐标为 $(1, 0)$ ， P 点坐标为 (x, y) 。射线 OA 从 x 轴的非负半轴开始，围绕点 O 逆时针旋转。最终边缘在点 P 处与单位圆相交。点 P 的位置变化是由角度的旋转引起的。因此，以角度为自变量，探讨了 P 点坐标与转角的对应关系，加深了对函数的研究经验。接着，教材安排了探究活动，先让 α 取三个特殊的值， $\cos\alpha, \tan\alpha$ 。

新课标版教材概念形成的过程中，借助单位圆通过数形结合的方法，使学生感受到概念生成是非常自然的，其思路是：先确定“这样的对应关系是函数”，然后给出形式化的定义。更好的揭示了三角函数的本质—描述周期现象的变量关系。这样的学习过程也深化了学生对函数的学习。

5.4 探究的比较

在介绍三角函数概念后，新课程标准版教材提出了一个原课程标准版教材中没有的探究性问题，如下：

探究：初中时期我们学了锐角三角函数，知道它们都是以锐角为自变量，以比值为函数值的函数，设 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，把

按锐角三角函数定义求得的锐角 x 的正弦记为 Z_1 ，并把按本节三角函数定义求得的 x 的正弦记为 Y_1 。 Z_1 与 Y_1 相等么？对于余弦、正切也有相同的结论吗？

由于学生在初中时就接触过锐角三角函数，因此在学习完本节中的三角函数概念后，学生心中必然会有疑惑。通过这一探索，学生可以明确初中时锐角三角函数的定义是“长的比”，但是课本中的三角函数则是定义坐标或者坐标的比，结论是相同。这种新旧知识的相比较可以帮助学生们将新的概念融入融入现有的知识结构中。因此，本文的研究是非常必要的。

5.5 例题的设置

两版教材在三角函数的概念这一节后均安排了两个例题，其中例 1 是完全相同的，主要是巩固三角函数的定义。差异较大的是例 2。

原课标版教材中的例 2 是三角函数定义和三角形相似的简单应用，而新课标版教材中的例 2 的旁注内容，即只要知道角 α 终边上任意一点 P 的坐标，就可以求得角 α 的各个三角函数值，并且函数值与 P 的位置关系无关。要求直接证明一般性结论，明显加大了推证的难度。

小结：综上所述，在教学过程中，首先，教师应根据函数学习的经验，让学生们清晰了解到函数的研究内容、过程与方法，培养学生们的函数思维，从而培养学生们的数学建模素养和数学抽象素养。第二，借助单位圆帮助学生们建立起概念，让学生们去探索三角函数的基本性质，逐步培养起学生们的数学思维。最重要的是，教师需要在相关概念与性质的应用上注重对学生们计算素养和数学推理能力的培养。

参考文献：

- [1] 沈威. 三角函数教材的解读与重构 [D]. 广州大学, 2016.
- [2] 王延凯. 高中数学人教版新旧教材比较研究 [D]. 鲁东大学, 2020.
- [3] 李业霞. 高中数学三角函数教学研究 [D]. 内蒙古师范大学, 2015.

作者简介：

姜玉萍 (1995-5-1) 女 汉族 黑龙江省鸡西市鸡东县无 哈尔滨师范大学 研究生 (在读) 学科教学数学。