

“常微分方程”教学中数学文化的渗透与融合探索

吴星星

(新疆理工学院 新疆阿克苏 843000)

摘要:“常微分方程”教材具有较强的理论逻辑性与实践应用性,不仅被广泛引用于自然科学之中,还被渗透于社会科学之中,是专业的课程体系的一个重要组成部分。如何对“常微分方程”进行有效教学,促使学生能够学以致用,现已成为各高校课程教学密切关注的问题。基于此,本文阐述了数学文化的概念,分析了“常微分方程”教学中渗透于融合数学文化的可行性与必要性,并就如何在“常微分方程”教学中更好的融入数学文化提出一些可行性建议。

关键词:“常微分方程”; 数学文化; 渗透; 融合

素质教育已经被社会各界倡导很多年,并在教育界得到落实与进一步发展。然而,在推行素质教育过程中,由于受到各种不同因素制约,素质教育逐渐步履维艰。素质教育要想不断深入发展,离不开数学文化教育这一重要组成部分,在这种大环境下,关于“数学文化”的探讨与实践层出不穷,成为当前的社会热点问题。基于此,笔者在从教学实践中深刻认识到数学文化教育的意义,在结合“常微分方程”自身特点中,明确了将数学文化渗透到“常微分方程”教学过程中的可行性。

一、数学文化概述

从数学发展史与人类历史发展史中可以看出,数学文化始终是人类文明的一种主要文化力量,其与人类文化息息相关。在不同年代与不同社会制度下,数学文化可以发挥出不同的文化力量^[1]。在不断传承文化过程中,人类逐渐形成了独具特色的人类文化。世界各国具有不同的民族习惯、生产方式与生活方式,在长期发展过程中所形成的文化遗产与传统也各不相同。而数学文化作为人类文明的一个关键部分,不仅要符合一定的社会历史发展水平,还受到来在于文化结构方面的影响。由于东西方存在文化差异,因此二者对数学文化的影响也不同。对于“数学文化”的概念,不同学家给出不同定义,我国南开大学顾沛教授给出两种解释:首先,从狭义上说,数学文化包括数学思想、数学净胜、数学方法、数学观点、数学语言以及数学的形成与发展;而从广义上来说,数学文化不仅包括上述种种内容,还包括数学专家、数学历史、数学美、数学与人文交叉以及数学与各种文化之间的联系。由此可见,数学文化拥有比较丰富的文化内涵,是对数学知识、数学技能、数学能力以及数学素质的高度概括。此外,我国数学教育家米山国同样指出:学生们在学到丰富的数学知识后,如果没有获得应用的机会,那么在步入社会一两年后他们便会将数学知识内容忘掉,然而哪些深深印在学生脑海中的数学思维和数学精神,却会在其未来发展中发挥着促进作用^[2]。

二、“常微分方程”教学中渗透与融合数学文化的可行性与必要性

(一)常微分方程特有的学科特点保证了其可行性

常微分方程是高校一门核心必修课程,是现代数学的一个重要组成部分,可以帮助人们有效解决日常生活与学习中的各种实际问题,其所特有的学科特点决定了在常微分方程教学中渗透与融合数学文化的可行性。具体可以从以下几点进行分析:首先,对于数学文化来说,常微分方程教学内容是其载体,主要分为经典部分和现代部分两方面内容,经典部分将数学分析、高等代数作为工具,以求得微分方程的解为主要目的,而现代部分通过泛函分析以及拓扑

学等知识,对解的性质进行深入研究。在先修与后继课程中,常微分方程始终发挥着承前启后的作用,其不仅是数学理论知识一个必不可少的环节,还是深入学习近代数学的一个重要基础^[3]。此外,常微分方程含有丰富的知识与人文素材,有利于在叫教学中有机渗透,培养和发展学生的数学素养与数学能力;其次,对于数学文化而言,常微分方程的有效运用是其一个外在体现。微积分和常微分方程是共同成长起来的学科,在二者的形成与发展过程中,受到力学、物理学以及天文学与其他科学技术的共同影响,在科学技术与生产实践中产生,又在分析与解决现代科技问题中发挥着重要作用。如:自动控制、弹道计算以及飞机飞行稳定性等诸多方面,常微分方程的理论与方法都为其提供了解决办法。简言之,常微积分方程在各个领域之中得到广泛运用。常微积分方程已经成为当前数学联系实际问题的一个主要途径,在人类认知大自然、改造大自然中发挥出巨大威力。让学生深刻体会到数学从实践中而来又服务于实践,进而感悟到数学独特的魅力。

(二)数学文化的教育属性决定了其必要性

教育功能是数学文化内涵丰富的外在体现,具体来说,学生在经过严格的数学知识学习与实践训练后,能够对数学学科树立正确的认识,逐渐感受到数学的精神是指与思想方法,在润物细无声中培养和发展学生优秀的品质,使其具备一定的数学素养;帮助学生全面认知自然,了解整个世界,能够适应生活;促使学生可以有条有理地去思考问题,可以正确表达自己的观念,并与人进行有效沟通,使用数学思维与数学方法去分析、解决问题;引导学生逐渐形成严谨、求实地科学态度,培养和发展学生的创新精神等^[4]。简言之,如果一个人要想能够不断发展进步,应具备良好的数学素养。由此可见,在常微分方程教学中渗透于融合数学文化势在必行。

三、“常微分方程”教学中数学文化的渗透与融合策略

(一)融入数学历史与数学家故事,调动学生学习积极性

如果将数学领域的发生与发展、数学概念的来龙去脉以及数学思想所带来的巨大影响等因素探讨清楚,就会对数学现状有着更加深刻地认识,这对于数学未来发展有着积极地指导作用。

1.“常微分方程”发展历史

在微积分概念被提出后,常微分方程逐渐走进人们的视野,期在历经三百多年的不断发展后,逐渐渗透于各个领域之中。常微分方程一以往的研究结果为基础,经过提炼与总结而形成的一个知识体系。学生在深入学习常微分方程知识过程中,应加深对其背后数学史实的了解。这样做不仅可以有效避免在课堂教学活动中,强行灌输单调乏味的数学理论与方法,还可以充分激发学生在学习热情,使其体会到数学知识发展的艰辛历程。常微分方程具体发展过程如

下：(1) 求通解是发展初期的主要研究目标。在这个时期伯努利方程被提出与求解，拉格朗日以常数变易法为基础，求解非齐次线性微分方程以及克莱罗研究奇解问题等；(2) 进入定理理论研究时期，在这个时期刘维尔证明了里卡蒂方程不存在一般的初等解、利普希茨条件的提出与柯西建立了初值问题解的存在唯一性定理等；(3) 步入解析理论研究时期，在这个重要时期，主要以定义一些特殊函数为基础。来求解特殊方程，如：高斯几何方程、贝塞尔方程以及勒让德方程等；(4) 定性理论研究时期。这一关键时期的主要研究内容为解的大范围性态，这一研究内容的提出与发展，主要受到庞加莱创立的定性理论与李雅普诺夫所传利的运动稳定理论影响；(5) 时间来到了二十世纪中后页，在互联网技术日新月异背景下，常微分方程正是迈入一个求特殊解时期，在这个时期发现了混沌、孤立子以及奇异吸引子等一些特殊解。

2. 数学学家的故事

教师在讲解“常微分方程”过程中，在恰当的时机可以向学生讲述一些数学家的趣味性故事，以此来吸引学生注意力，激发学生学习热情，使其能够全身心投入到常微分方程教学活动中。

例如：教师在讲解“伯努利方程求解”相关知识时，可以向学生介绍伯努利家族成员的有趣故事。伯努利家族是一共出现了十多位数学家，其中雅各布、约翰与丹尼尔在微分方程领域做出卓越共享。而现在讲解的“伯努利方程”则是由雅各布提出的，他不仅在微分方程、概率论以及无穷级数求和等方面做出巨大贡献，还在变分法与解析几何中有着出色表现，著名的“伯努利大数定理”就是以其名字而命名的。此外，教师在讲解“微分方程与积分因子”过程中，可以向学生讲述欧拉的故事。在 18 世纪，欧拉逐渐成为数学界的一位中心人物，当时的数学家都亲切地称呼他为“大家的老师”^[5]。欧拉研究领域比较多、涉及范围比较广，在很多学科中都能看到以他名字而命名的公式、定理等。欧拉在研究天文学过程中，由于经常长时间观测太阳，导致其双眼先后失明，虽然欧拉双眼失明。但是他仍然在其后的十多年时间里，依靠坚定的毅力、超强的记忆力以及惊人的心算能力，出色地完成了人生中将近一半的著作，被大家尊称为“数学界的莎士比亚”。教师在实际教学活动中，通过讲述这些数学家的故事，能够使学生获得启发，培养和发展学生不畏艰难、勇于创新的数学精神。

(二) 揭示问题背景，感受微分方程的演变过程

教师在带领学生学习常微分方程过程中，通过揭示问题背景，可以帮助深刻认识到常微分方程在发展过程中，同样遇到了各种各样的问题，在经历了分析问题、解决问题后才逐渐发展完善。这样的教学方式，可以吸引学生注意力，激发学生学习探索欲，培养和发展学生持之以恒、不怕困难、勇于创新的精神品质。

例如：教师在带领学生学习“通解”概念过程中，对于“通解”的概念学生常常会产生歧义，因此，教师则可以将常微分方程早起发展情况介绍给学生，所谓“通解”指的是对于一个方程全部解所作出的表达与理解。在其后续应用过程中，会遇到很多困难，在数学家们持之以恒的摸索中逐渐确定了“通解不一定包含方程全部解，并且并非所有方程都有通解。”又如：教师在带领学生学习“初等积分法”后，学生很容易产生这样的错误认识，即任何一阶方程都能够归类为某个方程类型，可以通过相应的初等积分法求解^[6]。然而，“初等积分法”真的这么万能吗？原来，早在 1841 年，数学

$\frac{dy}{dx}$

家刘维尔已经证明了卡蒂方程 $\frac{dy}{dx} = p(x)y + q(x)y + r(x)$ 除了一些特殊

的类型之外，通常无法使用初等积分法进行求解。此时，教师可以提出问题“一个无法用初等积分求解的常微分方程是否有解呢？如果存在解，那么这个解是否唯一呢？存在的区间又是多大呢？”通过以上种种问题逐渐引出“解存在唯一性定理”，在揭示了常微分方程基本定理产生背景情形下，使得学生及时改掉错误认知。

(三) 结合生活实例，体会常微分方程的广泛应用

教师在带领学生学习常微分方程过程中，可以结合生活实际案例来帮助学生学习和掌握相关知识。

例如：可以以“放射性废物处理问题”为例，最初，美国在处理该项问题时，其原子能委员会都是将放射性废物置于一个个密封性比较好的圆桶中，然后再将圆桶投掷于深海之中，然而，这样做究竟会不会引发放射性污染问题，引起了社会各界与生态学家的广泛关注。虽然美国原子能委员会认为此举绝对安全，并不造成污染问题，但是很多工程师对此仍然持有怀疑态度，双方为此还发生过激烈争论。不久，这一问题通过牛顿第二定理，在建立常微分方程后得到确切答案，即美国原子能委员会此举并不安全，正是由于这个结论，最终迫使美国停止了这一错误做法，并明文规定不可以将放射性废物投掷于海中。这是常微分方程为全人类谋福利的一个生动案例，诸如此类案例还有很多，如：我国对于人口的发展预测、我国考古学家使用常微分方程确定了马王堆一号墓年代以及发现海王星等，关于常微分方程在生活中得到有效应用的例子举不胜数，这些与学生实际生活紧密相连的案例，可以促使学生体会到常微分方程的应用范围之大，从而促使他们树立正确的学习理念，懂得学以致用，并提升了他们努力学习、报效祖国的决心与信心。

结语：

总而言之，数学素养是一个人文化素养的重要组成部分，在常微分方程教学过程中，将数学文化以润物细无声般方式渗透其中，有利于培养和发展学生数学素养。常微分方程这门学科宛若一座丰富多彩的知识乐园，其中蕴藏着无穷无尽的数学文化元素，引得学生在这个乐园中流连忘返。因此，教师在开展常微分方程教学过程中，要争做有心人，善于发现教学过程中的文化养分，要努力培养和发展学生持之以恒、不畏艰难、勇于创新的数学精神。

参考文献：

- [1] 林媛, 刘伟明. 基于课程思政背景的常微分方程课程教学改革研究[J]. 湖北师范大学学报(自然科学版), 2021, 41(02): 108-112.
- [2] 王珍燕. 利用常微分方程教学思维培养高中生数学推理能力[J]. 新智慧, 2021(12): 119-120.
- [3] 朱能, 尹建东. 数学文化融入“常微分方程”教学的探索与实践[J]. 科教文汇(上旬刊), 2020(11): 54-56.
- [4] 袁宏俊, 张圣梅. 数学文化驱动的《常微分方程》课程的教学研究[J]. 宁夏师范学院学报, 2019, 40(07): 107-112.
- [5] 蒲武军. 高等师范院校常微分方程教学改革的探索与实践[J]. 齐齐哈尔师范高等专科学校学报, 2018(06): 105-107.
- [6] 周迎春. 数学文化在常微分方程教学中的渗透[J]. 黑龙江教育(理论与实践), 2018(Z2): 78-79.

作者简介：姓名：吴星星 1993 年 10 月 21 日（年月），性别：女 籍贯：甘肃古浪 学历：研究生 目前职称：讲师 主要研究方向：常微分方程