

“数学分析 III”课程中融入数学文化探索研究

刘博瑞 江伟 韩天红*

(塔里木大学 信息工程学院 新疆阿拉尔 843300)

摘要: 数学文化是数学类课程学习过程的基础知识, 是贯穿整个“数学分析 III”课程产生及发展过程的。首先介绍数学文化的起源, 之后阐述了“数学分析 III”课程融入数学文化的必要性, 以及对于“数学分析 III”课程, 从多元微积分知识涉及到的数学史、数学家故事、哲学观点、数形结合思想、数学美学、数学应用案例、数学软件编程七个方面融入数学文化, 最后进行了总结。

关键词: 数学文化; “数学分析 III”课程; 融入

一、背景介绍

“数学分析 III”课程主要讲授多元微积分学, 是最主要的专业基础课^[1], 是进一步学习概率论、多元统计学、与数理统计等后继课程的阶梯^[2], 其主要任务是通过学习和系统的训练, 使学生逐步提高分析的修养, 掌握数学的基本思想和方法, 培养与锻炼学生的数学思维素质^[3], 积累从事进一步学习所需要的数学知识, 培养学生分析问题、解决实际问题的能力和创新精神, 为学习数学类后继课程打下基础^[4]。数学文化是数学类课程学习过程的基础知识, 是贯穿整个“数学分析 III”课程产生及发展过程的。

二、规划数学文化融入“数学分析 III”课程的内容

美国学者怀尔德认为: “数学是一个由于其内在力量与外在力量共同作用而处于不断发展和变化之中的文化系统。”^[5]也即是数学文化是由数学传统与数学本身组成。这是怀尔德在他的两部经典著作《数学概念的进化》和《作为文化系统的数学》从文化生成的理论、发展理论等方面提出数学文化系统的理论, 也是最早系统提出的数学文化观。

随着时代的变迁, 数学文化概念的内涵与外延也不断发生变化, 但是万变不离其宗, 其本质特征是不会变的, 它最大的特点就是拥有“人文性”。

我国的数学教育并不弱, 但是力量主要集中在应试教育阶段。当前的“刷题教学”把数学当成了一堆冷冰冰的法则, 用一种机械重复的方式灌输给学生, 单调乏味、令人窒息, 扼杀了学生的天性、伤害学生对数学研究的渴望, 背离数学育人的原本目标, 根本不存在数学游戏中出现的那种跌宕起伏、令人内心雀跃的过程。

数学很不直观, 学生只“背公式”, 作为一个数学记忆者不知道如何应对不熟悉的情形, 理论不转化为直观是结果本身就是很难理解的, 学生说发自内心地喜欢数学, 这件事本身就很难。

与之形成鲜明对比, 通过情境等教育手段, 促进学生认知的发展和知识的构建, 这便能形成一种对数学学习的新理解。如果教育者能做到这点, 学生就不会觉得数学难了。因此, 在学习数学理论知识的同时, 不能忽略数学文化素养的培养。

对于“数学分析 III”课程, 我们将从以下方面融入数学文化素养。

1、介绍多元微积分的发展史, 深化数学情感教育。

一元微积分的起源和发展在之前的数学分析课程有所介绍, 多元函数微积分学作为微积分学的重要组成部分, 在一元微积分的基本思想的发展和应用的基础上形成的。其基本概念都是在描述和分析物理现象和规律中, 与一元微积分概念合为一体而产生的。18世纪, 尼古拉·伯努利、欧拉、拉格朗日等数学家建立了多元函数微积分理论体系, 为多元函数微积分的发展做出了杰出贡献^[6]。在此将多元微积分学的发展脉络展示出来, 如图1与图2所示。

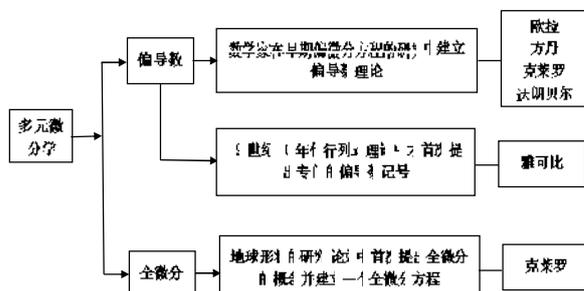


图1 多元微分学发展

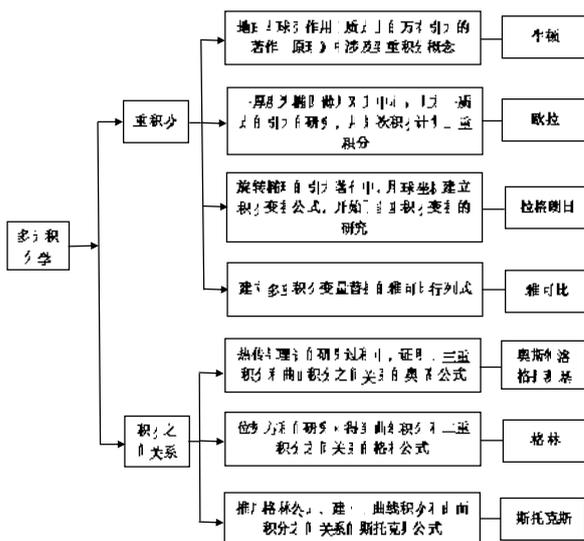


图2 多元积分学发展脉络图

在微积分学不断完善和发展的基础上, 常微分方程、微分几何、复变函数论、概率论与数理统计、泛函分析等学科也逐步发展起来。

微积分学史的“人文性”光芒, 使得数学课堂氛围活泼起来, 徜徉沐浴在微积分史发展的长河里, 学生们对微积分学的发展脉络更加清晰, 对于数学学习的兴趣也随之提高了。

2、讲述课程学习中涉及到数学家的故事, 抒发他们对于微积分学研究的情谊与情怀。

历史是由人创造的, 微积分史的发展当然离不开各位杰出的数学家, 他们在探索数学真理的过程中付出了莫大的艰辛与努力。

数学家弗朗西斯·苏认为成为一名数学探索者的唯一要求是拥有能够提出“为什么? 怎么样? 如果……, 那么……”之类问题的能力。只要有机会, 就要反驳数学即记忆的观点, 并用数学即探索的观点取代它。讲述相关数学家的故事, 将他们的探索、钻研真理的精神、创新精神以及对于所从事研究的热忱和执着, 传递给青年学子, 勉励他们接过前辈们探索、钻研的热情和精神的火种, 并将之传递给后辈。

3、渗透哲学思维, 增强学生数学逻辑思维的思辨能力。

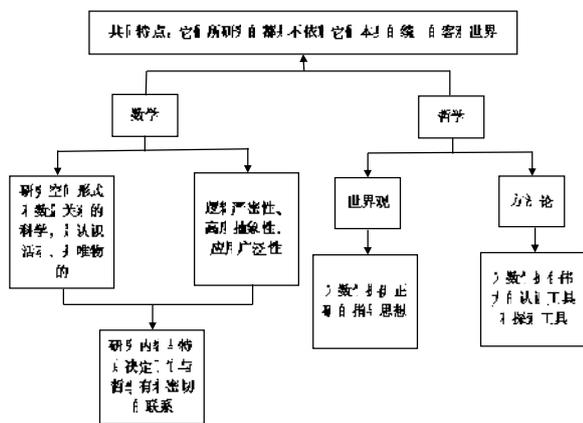


图3 数学与哲学关系图

数学与哲学有着密切的关系，如图3所示。多元函数微积分学作为数学的重要部分，其中蕴含了如下的哲学观点。

联系的观点：积分学与微分学是互逆运算；一元积分学与多元积分学有诸多相似性，但也有不同。一元积分学与多元积分学定义都是通过“分割”、“近似代替”、“求和”、“取极限”这四个步骤实现的。它们的积分区域不同，计算方式也不同，但是不同积分是通过转化来求解的，二重与三重积分可以转化为累次积分与三次积分，曲线与曲面积分分别转化为定积分与二重积分进行运算，格林公式证明了曲线积分可以转化为二重积分；高斯公式证明了曲面积分可以转化为三重积分；斯托克斯公式证明了曲线积分可以转化为曲面积分……这些观点充分体现了联系是普遍的、客观的、多样的、条件的、可变的，这些联系可以进一步帮助我们理解相关定理与定义和计算方法，完成从已知知识出发到未知知识的探索过程。

一元积分学与多元积分学定义都是通过“分割”、“近似代替”、“求和”、“取极限”这四个步骤实现的，其中“分割”、“近似代替”这两步是从整体到部分的一个过程，而“求和”、“取极限”这两步是从部分到整体的一个过程，这个定义过程正契合了联系的观点里面整体和部分的关系，用“整体”与“部分”的这种联系的观点来分析，更加有助于学生理解积分学定义。

运动与发展的观点：微分学与积分学的起源与发展过程本身就符合哲学中运动变化与发展的观点。

其次，微分学与积分学的基础是极限理论，极限的定义是不管是自变量无限趋近某一个确定的常数，还是趋近于无穷大，函数值无限趋近于一个确定的常数。极限定义中的“无限趋近”就是一个无限运动状态，它与运动的观点中“宇宙中万事万物都是永不停息地运动着的，没有绝对静止的物体”相似，用运动的观点来理解极限的定义更加直观、易于理解。

量变引起质变的观点：不管一元积分学还是多元积分学，它们的表达式都是一个积分和式极限，这个和无限累加到一定程度就等于一个确定的值，即把一个近似值变成了一个相等的值，与哲学中量变引起质变的观点不谋而合。

用哲学的世界观与方法论来指导多元微积分学的学习，更加有助于数学中抽象、复杂的概念与定理的理解。

4、体现数形结合的思想，展示多元微积分学与图形的和谐。

笛卡尔坐标系建立起来以后，不仅奠定了解析几何学本身的基础，也架起了一座几何学与微积分学的桥梁。众所周知多元微积分学需要解析几何学作为支撑，解析几何学就是用图形将抽象的代数表达式用更加直观的方式在三维空间坐标系中展示出来，正确绘制函数图形，使得学生在解决多元微分与积分问题更加直观、方便，尤其是有了几何图形的辅助，对重积分、曲线积分、曲面积分的积分区域更容易求解积分变量的取值范围。

5、融入数学美学，提升学生的美学认知。

几何图形具有对称性、秩序性、空间序列感、抽象性和表征性等性质，既是科学性的状态呈现，更是被赋予了抽象的美学特征与

人文内涵^[6]。了解几何图形之美很有必要性，只有当我们理解它的美，看到它的美所在，才能正确勾勒几何图形，更好的对其巧妙合理的运用。

数学家们用符号构造简洁、美丽的公式来揭示各种各样的规律。不论是公式本身，还是其背后的逻辑，影响着人类生活的方方面面，人类的发展离也不开对公式的理论依托^[7]。公式之美，在于它的趣味性、逻辑性、生动性，在于用智慧重构思考体系。

6、深挖多元微积分学的应用背景，列举相关应用实例。

微积分学的发展史有着很强的学和几何学应用背景的，随着现代科学的发展，微积分学有着广阔的应用前景。将现实生活中的金融、经济、生物、化学模型等融入到教学中去，比如经济学中最大利润的求解，鲨鱼捕食模型方向导数的计算等，比晦涩难懂的物理、几何模型较易于理解。

7、结合数学软件，讲授简单多元微积分的计算。

随着计算机的发明与后来的广泛应用，各种数学软件层出不穷，借助数学软件，即使立体感较弱的同学也可以相对容易勾勒几何图形，计算机绘图可以加深学生对三维空间图形的理解，为后续的编程提供依据，计算机编程本身蕴含着算法流程，可以帮助学生理解计算过程、复习巩固旧知，多元微积分的计算通过计算机软件编程更方便实现。

数学文化是一个开放的系统，这里所作的工作难以将数学文化的所有内容囊括到“数学分析III”课程的学习过程之中。

三、总结

数学文化伴随着数学课程的形成而产生并发展，随着时间的推移，它的内容也在不断扩充，但是万变不离其宗，它的本质特点在于它的“人文性”。将数学文化融入“数学分析III”课程，可以培养学生的数学情感，帮助学生将多元微积分学发展脉络梳理清楚，也有助于他们快速绘制几何图形，甚至方便他们理解多元微积分的定义、定理、公式，学会发现问题、探索问题，以至能合理、迅速的解决问题。

参考文献：

- [1]洪情,胡国荣,丁惠生.基于卓越教师培养目标的师范专业课程改革——以数学(师范)专业数学分析课程为例[J].大学数学,2021,37(06):34-37.
- [2]钟予.建筑教育中的数学教育和教学[D].中央美术学院,2017.
- [3]陈菲菲.把握课程内涵,探索课堂变革[M].云南大学出版社:云南大学本科教学改革探索与实践系列,2021:04.665.
- [4]康世刚.小学课程中的数学文化:内涵特点、主要内容与学习价值[J].课程.教材.教法,2022,42(03):99-105.
- [5]从福仲,李雪飞.从历史和哲学视角看高等数学课程思政[J].高教论坛,2020(02):54-56.
- [6]段乔雨.美学取向的教科书研究.2021.南京师范大学,PhD dissertation.
- [7]胡晓萌.算法主义及其伦理批判.2021.湖南师范大学,PhD dissertation.

作者简介：刘博瑞（1984-），女（汉族），河南民权人，硕士，副教授，主要研究方向：应用数学、数学教育。

江伟（1983-），女（汉族），重庆铜梁人，硕士，副教授，主要研究方向：基础数学、数学教育。

*通讯作者：韩天红（1980-），男（汉族），湖北襄阳人，硕士，副教授，主要研究方向：概率统计、数学教育。

项目简介：

项目名称：塔里木大学校级一流本科专业“应用统计学”，项目编号：“YLZYXJ202211”

项目名称：塔里木大学“课程思政”示范课程项目“数学分析III”，项目编号：TDKCSZ22118