不确定非线性系统的输出调节分析及应用

黄永杰

（厦门工学院　福建省厦门市　361000）

摘要：非线性系统的输出调整问题涉及到稳定、跟踪给定的参考信号、抑制干扰等一些特定的控制问题，是控制理论和实际应用中的一个关键问题。输出调整的目的在于寻求一个反馈控制器，使得闭环系统的信号始终保持有界，从而实现对基准输入的渐进跟踪，或者对干扰进行抑制。在一种叫做外部系统的自主微分方程组中，引入了一种新的参数输入和不希望的干扰，这就是所谓的伺服问题。输出调整问题是自动控制中的一个关键问题，它涉及到稳定系统、抑制外部干扰、跟踪基准信号等。其目的在于设计一种能有效地抑制外界扰动、追踪基准输入的反馈控制器，使闭环系统的信号具有最后一致有界。但是，目前国内外的文献对其所涉及的系统控制方向大都为人所熟知，很少有系统能满足此要求，从而制约了它的应用。本文基于前人的研究，重点研究了非线性系统的不确定性问题。首先，研究了不确定的非线性系统的稳定问题，在此基础上，对不确定的非线性系统在控制方向未知情况下的输出调整问题进行了研究，然后进一步研究具有未知高频增益符号的输出反馈系统的输出调节问题，并将其在蔡氏电路问题上进行应用。

关键词：输出调节，非线性系统，内模，自适应控制， Lyapunov 方法

一、Lyapunov 稳定性

考虑如下描述的非线性系统

$x \quad = f(x, t), x(t_0) = x_0$ (2−1)

其中，$x \in D$ □ R^n为状态变量，$t \in [t_0, +\infty)$为时间变量；f：$D \times [t0, +\infty) \to R^n$ 是 t 的分段连续函数，且关于 x 满足局部 Lipschitz 条件；x_0 是系统初始条件，t_0是系统初始时刻。假设对任意 $t \geqslant t_0, f(t, 0) = 0$，即 $x = 0$ 是平衡点。这里只研究平衡点在原点的情况。若平衡点不在原点，可以通过坐标变换将其移到原点。

如果对于任意给定的 $\varepsilon > 0$ 及初始时刻 $t0 \geqslant 0$，存在

一个常数 $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$，使得对任意满足$/\!/ x(t_0) /\!/ < \delta$ 的初始条件 $x(t_0)$，系统的解 $\phi(t, t_0, x0)$ 满足$/\!/ \phi(t, t_0, x_0) /\!/ < \varepsilon$，□$t \geqslant t_0 \geqslant 0$ 则称平衡点 $x_e = 0$ 是 Lyapunov 稳定的，简称稳定。

二、自适应控制理论

由于实际控制系统自身存在着不确定性，因此其模型的结构和参数常常是未知的，难以测量。但是，常规的控制策略仅仅依赖于系统本身，以减少或减少外界干扰对系统的负面影响，这种方法明显不可靠，而且有一定的误差。所以，必须要有一种高性能的控制器，以克服外界的干扰，使其在某些方面达到最佳的性能。它与其它的控制方法不同，它不需要事先知道系统的模型和外界的干扰，而是在系统的工作中不断地进行分析，不断地从数据中抽取数据，使系统的模型更加符合现实。在不断改进的系统模型中，它本身就是一个适应外界环境的过程，因此它具备了抗干扰的能力，也就是适应性。

（一）自适应控制流程

1、对整个系统进行信息的收集，主要是输入和输出。2、在线估算：利用所采集到的数据，估算出所包含的参数，然后基于所估算的结果，对所述性能指数的参数进行配置和计算。3、控制决策：依据第二步中估计的结果和对参数的配置，在线完善参数值并选取所需的控制方案。4、修正实施：通过以上步骤，可以得到控制系统的操作结果，并利用修正设备调整系统模型的性能指标，并反复进行以上操作，最后达到控制目标。

（二）自适应控制特点

1、控制器为可调节

控制器的调整都是由系统逐渐适应外界环境而实现的，它的特性可以看作是一种自我调整，即控制器可以对系统的运行状况和预先设定的性能进行调整。该方法仅在被控对象存在不确定的情况下，才能将其作为可调整对象。

2、数据的在线积累

在控制系统的操作中，为了减少控制系统的不确定性，会对所获得的数据进行汇总。一般采用在线识别技术对系统进行统计分析。

3、对性能指标的调节

在通常情况下，可采用开环调整和闭环调整两种方法来调整性能指标。在此基础上，开环调整要求在有辅助状态变量的情况下，通过对所设计的控制器参数与副状态变量的关系进行分析。只有通过这种方式，控制器才能进行自适应调整，实现对系统的控制。然而闭环调整与开环调整是完全不同的，为了实现闭环系统的控制目标，必须获得期望的性能与实际性能之间的差异，再由控制器将其调整为零。

三、系统浸入理论

内模理论在输出调整方面具有重要意义，它可以解决许多输出调整的问题，而内模可以很好地解释外部系统的动力学。但是还有一些不足之处，为了进一步改善缺点，专家学者提出浸入系统的概念，该理论可以利用具有一定性能的系统来取代外部系统的数据和信号。尤其是在非线性系统的输出调整问题中，考虑到外部系统的非线性和复杂，必须采用合适的浸入式控制系统。

考虑具有输出的一对光滑自治系统

$x \quad = f(x), y = h(x)$(2−1)

$x \quad = \quad f(\quad x), y = h \quad (\quad x)$(2−2)

它们定义在不同的状态空间 X 和 X˜，但是却有同样的输出空间 $Y = R^m$。

假设 $f(0)=0, h(0)=0, \quad f(0)=0, h \quad (0)=0$。这里系统(2−1)、(2−2)分别记为{X,f,h}和{X　 f,h　} 它们定义在不同的状态空间 X 和 X˜，但是却有同样的输出空间 $Y = R^m$。

假设 $f(0) = 0, h(0) = 0, \quad f(0) = 0, h \quad (0) = 0$。这里系统(2−5)、(2−6) 分别记

为{X, f, h}和{X　, f , h　}。

定义 1：如果存在一个 C^k映射 ζ ：$X \to X$　，其中 $k \geqslant 1$，并满足 $\zeta(0) = 0$ 和 $h(x)$，$h(z)$ □ h　$(\zeta(x))$，h　$(\zeta(z))$，使得对所有 $x \in X$，均有

□ ζ /□x $f(x) = \quad f(\zeta(x)), h(x) = h \quad (\zeta(x))$

成立，则称系统{X, f, h}浸入到系统{X　, f , h　}。

从系统浸入的定义可知，对于任意的初始状态 $x \in X$，由系统{X, f, h}产生的

任意输出响应，只要系统{X　, f , h　}的初始状态 $\zeta(x) \in X$　，也是由系统{X　, f , h　} 产生的一个输出响应。

定理 2：下列结论是等价的

(1)系统{X, f, h}可浸入到一个有限维的可观测线性系统。

(2)系统{X, f, h}的可观测空间是有限维的。

(3)存在一个整数 s 和一组实数 $a_0, a_1, \cdot \cdot \cdot, a_{s-1}$，使得

$$L_f^s h(x) = a_0 h(x) + a_1 L_f h(x) + \cdots + a_{s-1} L_f^{s-1} h(x)$$

四、输出调节理论

（一）线性输出调节问题

$x \quad = Ax + Bu + Ew,$

$e = Cx + Du + Fw,$

$w \quad = A_1 w$

为了简便，假设测量输出 $y = e$，考虑线性系统

假设 1.1： A1 的所有特征值都满足非负实部的条件。

假设 1.2：矩阵对 (A,B) 是可镇定的。

假设 1.3：矩阵对 (C,A) 是可检测的。

假设 1.4：对一切 E 和 F ，都会存在矩阵 X 和 U ，那么使得

$XA_1 = AX + Bu + E,$
$0 = CX + DU + F$
上述被称为线性调节器方程，如果满足

$$\mathrm{rank}\begin{pmatrix} A-\lambda I & B \\ C & D \end{pmatrix} = n + p, \forall \lambda \in \sigma(A_1)$$

式中，(A1)是 A1 的谱，那么方程就具有唯一一个解。

通常情况下，解决线性输出调节问题，都需要用到内模，即在设计中加入一

个能够重构 w 的适当模型，此模型就是内模。

（二）非线性输出调节问题

考虑如下的非线性系统

x = f(x(t), u(t),w(t), μ),
e(t) = h(x(t),w(t), μ),
y(t) = hm(x(t),w(t), μ), t ≥ 0 (1–1)

其中，x ∈ Rn 是系统状态，u ∈ Rm 是系统输入，e ∈ Rp 是系统跟踪误差，y ∈ Rm 是

系统输出，μ ∈ Rr 为未知参数向量，w ∈ Rq 表示参考信号和外部干扰的外系统信号，为如下微分方程的解

w (t) = s(w(t)) (1–2)

其初始条件为 w(0) ∈ W □ Rq。

这里考虑不存在未知参数向量 μ 的情况，对式(1–1)的控制作用由一个产生适当控制输入的反馈控制器提供。控制器的结构通常取决于用于反馈的信息量。通常分为两种，一种当可测变量集合包含状态 x 和外部输入 w 的所有分量时，称控制器由全信息提供，且该控制器是静态控制器。

u(t) = α (x,w) (1–3)

式(1–1)与(1–2)，(1–3)结合导致如下闭环系统

x = f(x(t), α (x,w),w(t)),
w (t) = s(w(t)) (1–4)

另一种误差 e 的分量可由测量得到。这种情况下，称控制器由误差反馈提供，且控制器是如下描述的一个动态非线性系统。

u(t) = k(z),z = ξ (z, e)

由式(1–1)与(1–2)，(1–4)得到闭环系统

x = f(x(t), k(z), w(t)),
z = ξ (z, h(x(t),w(t))),
w (t) = a(w(t))

控制的目的在于得到一个闭环系统，使得对每一个外部输入 w(·) 和每一个初始状态，闭环系统的解对任意 t ≥ 0 都存在有界且使调节误差 e 渐近趋近于零。 当满足这种情况时，称这个闭环系统有输出调节性质。

五、一类控制方向未知的不确定非线性系统的自适应输出调节问题

在不确定的非线性系统中，输出的调整是一个很有意义的课题。在此基础上，本论文重点探讨了不确定非线性系统的输出调整问题，并将其应用到实际应用中。具体而言，是一种不确定的不确定非线性系统的输出调整问题，一种是带有未知频率的输入信号的输出调整问题。通过模拟试验可以看出，该方法能使系统的信号具有全局一致性和渐近收敛。

在已知的控制方向上，许多学者已经做了很多的工作。如果不知道外部的系统，则表示外部系统的一些参数是不确定的，如果不知道这些参数，就很难构造出适合的内部模型。而高频的增益符号又是未知的，这就导致了它对高频增益的影响。在实际应用中，不能获取系统的信息和高频的增益符号是非常有可能的。在干扰抑制方面，一般不能得到干扰信号的显示模式。对于这些不确定的参数，一般都会使用一种基于自适应控制的方法来解决各种控制问题。

从上述研究中可以发现，大部分的研究都是关于非线性系统的输出调整问题，这些问题都是由已知的控制方向和不含未知参数的非线性系统进行的，但通常情况下，这些问题的解决都会给研究带来很大的困难。针对这一难题，首先，在假定稳压器方程为可解的情况下，利用内模理论对其进行线性化设计，然后利用坐标转换法求出新的状态方程；在此基础上，利用自适应控制和 Nussbaum 动态增益技术，将鲁棒输出调整问题转换成鲁棒镇定性问题。通过实例计算，证明了该方法的有效性。

六、一类具有未知高频增益符号的输出反馈系统的输出调节问题

在过去的数十年里，由于自动化理论的不断发展，以及现代科技的飞速发展，使得线性与非线性系统的输出调整问题已经有了很大的进展。然而，大多数的研究都集中在已经有了高频增益符号的情况下，很少有关于未知的高频增益符号的系统研究。实际上，在实际工程中，经常会出现一些不确定、难以测量的高频增益符号。因此，在不知道输入信号的情况下，如何设计输出反馈控制器，以确保系统的整体稳定性，是一个有意义的问题。

由于不知道该信号中的高频增益符号，而且该信号是由一个非线性的外部系统构成的，这给控制器的设计提出了很大的困难。针对此问题，采用合适的浸渍系统进行非线性内模的设计，然后将输出反馈系统的坐标转换成状态方程，然后将 Nussbaum 动态增益技术与回归反步法相结合，导出一种新的控制规律，并由此得出动态反馈控制器。该方法在蔡氏电路中的实际应用中得到了实际的应用，并进行了 Matlab 模拟试验，验证了该方法的跟踪误差接近于 0，并能跟踪蔡氏电路的输出电压和电流。仿真实验证明了该方法的有效性。

七、一类具有时滞的不确定非线性系统输出调节问题

时滞非线性系统是目前控制领域中的一个重要课题。目前，已有的研究多集中在时延非线性系统的稳定问题，但很少有关于带有时延的非线性系统的输出调整问题，目前尚无一个统一的理论框架。本文讨论了一类非线性系统的输出调整问题，它所涉及的非线性函数是未知的，而系统的状态是不能测量的，因此该问题更具普遍性和挑战性。

本文研究了一类具有滞后非线性不确定性的线性外系统的输出调整问题，提出了基于 Backstepping 方法的 Lyapunov–Krasovskii 函数，并将模糊观测器与内模理论相结合，设计了一种具有自适应性的模糊控制器和线性内模式。最后，给出了闭环系统中各信号的一致有界结论。最后，给出了一个模拟实例，对该算法进行了验证。

结论

在非线性系统的输出调整方面，有很多的方法可以解决这一问题。本论文采用自适应控制方法，递归反步方法，针对一类具有未知控制方向的不确定性非线性系统，采用了一种新的自适应控制方法，并结合一种未知的非线性和不知名的高频增益符号，提出了一种基于自适应控制方法和递归反步法的方法。

（1）本文所讨论的是一个含有未知的外参量和不确定的高频增益符号的输出反馈系统，它需要满足一定的条件。我们还需要进一步的研究来确定调整器方程的解在什么时候能满足上述假定。

（2）本论文所讨论的不确定型及输出反馈型之输出调整问题，并未考虑设计一种具有有限时间收敛之输出调节器。利用有限时间输出调整法，可以在有限时间内迅速地收敛到零，从而解决上述的输出调整问题。

（3）本文主要研究一类具有非线性时延的非线性不确定系统的输出调整问题。利用 Lyapunov–Krasovskii 泛函，建立了 Lyapunov 函数，并给出了非滞后的自适应模糊观测器与输出反馈控制方法，从而解决了控制器与观测器的滞后问题，并给出了闭环系统的最终一致有界的必要条件。进一步拓展了非线性输出调控问题的研究范畴，并进一步将其与状态观测器、智能控制相结合。

由于非线性系统的复杂性，本论文所提出的控制理论与设计方法都具有较强的适用性，因此，在其他非线性系统中，如何进行内模与非线性反馈控制律的设计，以及在实际应用中的运用，都有待于进一步的改进。

参考文献：

[1]郭美忱,刘璐.一类非线性输出反馈的自适应输出调节问题[J].控制理论与应用.2014,31(7):987-992.

[2]刘海涛,田雪虹,王贵.一类不确定非线性系统的有限时间输出调节方法[J].电机与控制学报,2017,21(10):187-195.

[3]佟绍成,柴天佑.一类 MIMO 非线性系统的自适应模糊输出反馈控制[J].电子学报,2005,45(26):987-990.

[4]苏善伟,朱波,向锦武,林岩.非线性非最小相位系统的控制研究综述[J].自动化学报.2015,41(1):9-21.

[5]孙国法,田宇,王素珍.严格反馈非线性系统的自适应神经网络输出反馈控制[J].控制理论与应用,2017,34(3):375-382.

作者简介：黄永杰，（1984.11-），男，汉，福建泉州，厦门工学院，讲师，硕士研究生，研究方向：非线性系统、电器智能化、智能控制。

基金课题（须有编号）：仿射奇异非线性系统的全局输出调节问题研究（JT180755）