

变“硬用”为应用——关于中心极限定理教学的一点思考

张福娥¹ 姜琦¹

(1. 石河子大学 理学院数学系, 石河子 832000)

摘要:传统的概率统计教学中,只是一味的强调将所授的定理、公式、模型等应用到解决实际问题的过程中去,但往往是将这些知识生搬硬套。以熟练的使用统计思维分析问题为基础,自然的将定理融入到分析问题的过程中为核心,变“硬用”为应用,并给出中心极限定理方面的实例,为概率统计教学提供一些新的借鉴。

关键词: 概率统计; 应用; 中心极限定理

中图分类号: G642

Thoughts on the Teaching of Central Limit Theorem

--turn apply mechanically into a flexible application

Zhang fu e¹ Jiang qi¹

Department of Mathematics, Shihezi University, Shihezi 832000, China)

Abstract: We only emphasize the application of theorems, formulas and models to solve practical problems in traditional teaching of probability and statistics, but these knowledge are often copied mechanically. We use the statistical thinking to analyze problems as the basis, and naturally integrate the theorems into the analysis process, and change the "hard use" into the application. We also give examples of the central limit theorem, which will provide some new reference for the teaching of probability and statistics.

Keyword: Probability statistics ; Application ; Central Limit Theorem

概率论与数理统计是研究随机现象客观规律性的一门数学学科,也是注重解决实际问题的一门学科,其重点是如何灵活的应用所学的概率统计知识去解决实际问题。但真实的情况是大部分学生将诸如定理、公式、模型一类的东西去生搬硬套,通过题海战术去掌握这些知识,目的也是为了应付考试,丝毫体会不到教学过程中的数学之美和成功解决一个实际问题的喜悦感。究其原因,一方面,数学学科本身的严密性和逻辑性使学生不能理解所讲知识的真正内涵,只是浮于表面;另一方面,学生解决问题的思维方式还停留在“直观、无序”的阶段,没有建立起完善的统计思维;再一方面,学生应用统计思维去分析、解决实际问题的意识不强。本文针对这些问题,以中心极限定理为例,给出一些教学方面新的思考。

一、加强对基础知识的理解、构建理性的思维方式

在学习概率统计的过程中,对一些基本的定义、定理、性质只是机械的记忆,没有更进一步的理解;对一些解决基本问题的思维方式也得不到重视,而这些正是我们解决实际问题的基础。

1. 进一步理解基础知识,形成网状知识结构

学生在学习一些基本的概念、定理、性质、模型时,通常是把它们当作一个个的孤立知识点,最终形成的也只是一个点状的知识结构,而不是我们所需要的整体性、关联性的网状知识结构。在学习时,应该充分了解这些知识点的来龙去脉,理解其蕴含的深层次的东西,探讨其在整个知识体系结构所在的位置及与其它知识点的关联性,努力形成一个具有包容性并不断扩大的网状知识结构体系。

2. 重视基本的思维方式

在教学中我们发现,大部分学生不是用理性的思维和严密的逻辑去分析问题、解决问题,而是靠直觉去解决问题,成功的解决完一个问题后讲不清楚自己解决问题的思路,解决不了的问题也不知道障碍点在哪,整个解决问题的过程是无序的、混乱的。究其原因,学生对一些解决问题的基本思维方式没有理解透彻,也就没有办法以此为基础拓展出一套适合自己的分析问题、解决问题的思维方式。重视基本的思维方式,将是整个学习过程中极为重要的一环。

二、将 Lindeberg-Lévy 中心极限定理自然的融入到分析问题

的过程中去

在学习完一个新的知识点后,学生往往迫不及待想运用新知识去解决问题,但这时往往会出现这样一种情况,在分析某个问题之前,学生下意识的认为这个知识点一定可以解决这个问题,或者在分析问题之前就决定用这个知识点去解决问题,这无形中将思维给束缚住了,不利于我们解决问题。在分析问题之前,可以凭借以往的经验去设想在接下来可能会用到哪些知识点去解决问题,但最好不要认为在解决问题时一定会用到这些知识点,需要用到的知识点应该在分析问题的过程中逐渐体现出来。对于 Lindeberg-Lévy 中心极限定理,我们应该将其自然的融入到分析问题的过程中去,而不是“硬用”它去解决问题。

三、实例分析

例 1: 一个学生而言,来参加家长会的家长人数是一个随机变量。设一个学生无家长、1 名家长、2 名家长来参加会议的概率分别为 0.05, 0.8, 0.15。若学校共有 400 名学生,设各学生参加会议的家长数相互独立,且服从同一分布。求参加会议的家长数超过 450 的概率。

分析问题: 第一步: 我们可以看到,这是一个求概率的问题,我们首先要定义一个合适的随机变量,用统计学的语言将所求的问题表述出来。根据题意,定义随机变量 X : 参加会议的家长人数,问题表述为: $P(X > 450)$ 。

第二步: 在一个纯统计学或数学的环境下求解 $P(X > 450)$, 根据关于随机变量在某个范围求概率的基本思维方式,首先考虑 X 的类型,既是离散性还是连续型。通过我们给出的 X 的定义可知 X 为离散性随机变量; 然后确定 X 的分布率,可有几种思路: 一是探讨是否为常见的几类离散性随机变量,二是根据所给信息自行建立其分布率,三是重新定义新的随机变量,通过探讨,这些思路都行不通。

第三步: 运用已有的知识体系没有办法确定所定义随机变量 X 的精确分布,退而求其次,可以考虑研究其近似分布,而涉及到这方面问题的典型定理为 Lindeberg-Lévy 中心极限定理,根据其适用条件,可将 X 分解成以下的形式:

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_{400}$$

(下转第 193 页)

(上接第 181 页)

$X_i (i=1,2,\dots,400)$: 第 i 位同学参加家长会家长的人数, X_i 独立且服从相同的分布, 且其分布率为

X_i	0	1	2
p	0.05	0.8	0.15

可以确定, X 近似的服从正态分布。

第四步: 正态分布的随机变量在某个范围求概率, 需要首先转化为标准正态分布在某个范围内求概率, 然后转化为标准正态分布函数的形式, 最后通过查正态分布表得到答案。

解: 令 $X_i (i=1,2,\dots,400)$: 第 i 位同学参加家长会家长的人数, 且其分布率为

X_i	0	1	2
p	0.05	0.8	0.15

可得 $E(X_i)=1.1$, $D(X_i)=0.19 (i=1,2,\dots,400)$, 定义

$X = \sum_{i=1}^{400} X_i$: 参加会议的家长人数, 则

X 近似的服从正态分布 $N(1.1 \times 400, 0.19 \times 400)$

则

$$\begin{aligned} P(X > 450) &= P\left\{\frac{X - 400 \times 1.1}{\sqrt{400 \times 0.19}} > \frac{450 - 400 \times 1.1}{\sqrt{400 \times 0.19}}\right\} \\ &= 1 - P\left\{\frac{X - 400 \times 1.1}{\sqrt{400 \times 0.19}} \leq 1.147\right\} \\ &\approx 1 - \Phi(1.147) = 0.1357 \end{aligned}$$

解毕。

四、总结

很多大学生在概率统计的学习过程中还保留着中学的学习习惯, 只追求得到正确结果, 不注重分析问题的过程, 更谈不上有意识的培养自己的逻辑思维能力, 结果就是只会生搬硬套书上的公式、定理、模型。在教学过程中应强调使用逻辑思维去分析问题, 真正的将所学知识灵活的应用于解决问题的过程中去。

参考文献:

- [1] 韩旭里. 概率论与数理统计 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 2012.
- [2] 林正炎, 苏中根, 张立新译. 当前概率学科中的研究机遇 [J]. 数学进展, 2004, 33(2): 129-140.
- [3] 邓华玲, 傅丽芳, 任永泰. 概率论与数理统计实验课的探讨与实践 [J]. 大学数学, 2008, 24 (2): 11-14.
- [4] 方展画, 罗杰斯 “学生为中心” 教学理论述评 [M]. 北京: 教育科学出版社, 1990.

作者简介: 张福娥 (1980-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向: 芬斯勒几何, 数学教育理论