

# 初中数学教材“方程”部分数学文化比较分析 ——以人教版和北师大版为例

路超 文萍

(玉溪师范学院数学与信息技术学院 云南 玉溪 653100)

**摘要：**教材中的数学文化对数学教育有极其重要的作用，因而其也必然有着重要的研究价值，这也是当代数学教育的重要研究领域。本文对人民教育出版社和北京师范大学教育出版社两个版本初中数学教材与方程有关的数学文化内容进行系统的分析研究。发现两版本教材中与方程有关的部分蕴含着丰富的数学文化，在整体数量上，人教版教材比北师大版教材多，在内容分布、栏目分布以及呈现形式上均出现整体分布不均衡。人教版与北师大版数学文化内容多与现实生活有关；数学内容的运用水平上多体现于初级水平。

**关键词：**教材比较；初中数学；数学文化；方程

## 引言

数学文化一词最早出现于西方数学哲学研究中，而国内的数学发展过程中数学文化一词较早出现在邓东皋、孙小礼《数学与文化》(1990)和齐民友《数学与文化》(1991)的书中。数学文化包含数学命题、数学方法、数学问题和数学语言等知识以及数学意识、数学精神和数学美等思想。在当代的数学教育发展过程中数学文化受到了国内外学者的高度重视，成为了数学教育学者研究的青睐对象。

文化包含的范围极其广泛，数学文化同样如此，不同的学者对于数学文化的认识不同，但都有着异曲同工的看法与见地。其中我国的数学教育研究学者顾沛将文化分为了两种：数学中的思想、精神、方法、观点和形成与发展过程为狭义的数学文化；数学家、数学史、数学美、数学教育、数学中的人文成分、数学与社会的联系、数学与各种文化的关系等等称为广义数学文化。<sup>[1]</sup>而本文中研究的数学文化是一切人类活动所产生的非自然的事物与对象。

## 1 研究目的和意义

教材连接着教师的教学与学生的学习，对其数学文化内容进行研究是极为重要的。本文的研究将为教师教学提供多视角的教学而非一味的进行题海战术。让数学文化融入在数学教学中成为未来数学教学的一种趋势，让教师能够适时把控课堂的同时适当的融入数学文化教学。

### 1.1 为教师教学提供多角度的参考与帮助

数学文化在当下有了深入的研究与运用，但也面临着诸多困难。教师由于时间、精力的限制以及教材数学文化资源的缺失使得无法较好的将数学文化运用于教学之中。本文将对数学文化进行系统、深入的分析研究、为广大教师教学提供借鉴与帮助，为教师更好的把握教材提供借鉴。

### 1.2 为中学教材编写提供借鉴

由于大部分学者关于数学文化的研究都集中于如何将数学文化合理有效的运用于课堂教学中，对于数学文化的文本型的分析研究较少。所以本文将对两个版本教材中数学文化进行文本性的研究为教材编写、教科书的研究提供参考以及帮助。

### 1.3 丰富数学文化研究的内容及成果

数学文化的内涵以及数学文化的深度未能得到系统的分析与研究，需要专家、学者的深入系统研究逐渐构建数学文化研究体系。本文对教材中的数学文化进行文本型的研究，合理分析不同版本教材中数学文化丰富数学文化研究的内容及成果。

## 2 研究的内容与方法

本文通过选用北京师范大学出版社出版的初中数学教材(以下简称“北师大版”)和人民教育出版社出版的初中数学教材(以下简称“人教版”)作为研究对象。两版教材均属于三年制教育，每版教材6本，共12本。两版教材都是在2011年《义务教育阶段数

学课程标准》的基础上编写的

本文所运用的研究方法有：

**文献分析法：**通过对万方、知网、学校图书馆网等网上资源搜寻相关数学文献，获取有价值的结论并在研究需要的基础上挖掘文献中专家学者对于数学文化知识的分类以及研究思路框架，为本文的研究提供合理有据的理论支撑。

**比较法：**通过研究分析人教版以及北师大版初中数学教材中与方程有关的数学文化进行定性、定量的系统分析，并以图表与表格的形式进行全面的比较分析教材中方程部分数学文化，通过数据有效的比较得出研究结论。

## 3 数据的统计与分析

通过对教材中所含与方程有关的数学文化内容严格统计，以表格、图表和教材图片的方式进行比较分析形成研究数据与研究结果。从数学文化内容分布与数量、数学文化栏目、数学文化呈现形式、数学文化运用水平五个方面进行比较分析。

采用横向、纵向两种方式比较，横向上进行不同版本教材的单一栏目分析，纵向上将对同一教材多个方面上的比较分析，从而形成相应的结论。

### 3.1 数学文化数量的统计

数学教育中数学文化的研究在培养人的思维能力和创新能力方面发挥着不可替代的作用，因而研究教材中的数学文化内容具有极高价值。该部分通过对两版教材中数学文化的梳理，按照学生知识学习程度以及课本知识的阶梯分布从不同知识领域进行统计。对七年级上册至九年级下册六本教材中统计并计算出各知识领域数学文化总数及其占比，得统计表1如下。

表 5：两版教材中数学文化统计

知识领域	人教版版		北师大版	
一元一次方程	72	49.0%	37	28.9%
二元一次方程	25	17.0%	28	21.9%
三元一次方程	10	6.80%	10	7.80%
分式方程	14	9.50%	10	7.80%
一元二次方程	26	17.7%	43	33.6%
总计	147	100%	128	100%

由统计和计算结果来看，人教版教材中所含数学文化内容为147处，北师大版教材所含数学文化内容为128处，从横向上来看，人教版数学教材一元一次方程部分所含数学文化占整体的49.0%，北师大版一元一次方程部分所含数学文化占整体的28.9%。人教版教材一元一次方程部分数学文化比北师大版高出20.1%。一元二次方程作为初中教材中方程部分的重点学习内容，人教版在该部分所包含的数学文化内容占整体比例17.7%，北师大版教材在该部分包含数学文化内容占整体比例33.6%。从纵向比较五个不同知识领域可以发现，人教版与北师大版在一元一次方程与一元二次方程部分

所含数学文化内容占比均是最多的。

一元一次方程作为中学生学习方程的奠基石,衔接着小学未知数表示数与中学学习多元多次方程。因此人教版教材在该部分所包含数学文化内容比北师大版教材在该部分所含数学文化内容比人教版多出一倍。而一元二次方程作为中学方程教学的重点和难点,北师大版教材在该部分教材中所含数学文化从整体比重来看比人教版教材多出一倍左右,可见编者在教材编写时对该部分重要性的体现。

纵观整体两版教材在方程部分所含数学文化内容分布不均匀,主要体现在对于重点内容的重视与强调方面。而方程的学习是紧密联系、环环相扣的,只整式方程是分式方程的基础,只有学好一元一次方程的基础上才可学好一元二次方程与二元一次方程。所以教材编写过程中对于重难点的强调与偏倚是必然的。

### 3.2 数学文化内容分布的比较

数学文化在数学教材中具有广泛的运用与分布,本文将所统计研究的数学文化分为数学史、数学与现实生活、数学与科学技术、数学与人文艺术四个大类。<sup>[2]</sup>数学史在教材中的分布主要来源于中外数学著作中的古算题、数学家的人物介绍、数学符号、数学知识、解决数学问题的历史发展过程。数学与现实生活包括学生校园生活主要体现在人数分配、竞赛问题等方面;也包括平时的日常生活主要体现在种植问题、缴费问题以及购物问题方面;其次还有少部分与经济、职业有关的。而数学与科学技术包括物资、生命、技术、物理科学;数学与人文艺术主要包括人文语言。并根据上述分类标准,通过具体的统计得到如表2的数学文化内容分布数据结果。

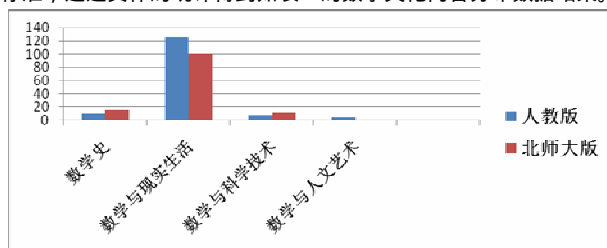


表2 数学文化内容分布统计图

两版教材在数学与现实生活部分所含的数学文化内容均占大部分,人教版教材该部分所含内容有125处,北师大版教材有101处。究其原因在于数学本就来源于实际生活,并运用于实际生活。数学与人文艺术方面人教版所含内容有8处,北师大版有11处。中学教育属于义务教育,旨在培养学生的基础知识,而科学技术的发展涉及多个方面,所以与此有关的数学文化含量较少也实属正常。而从图表中很清晰的可以看到北师大版教材在数学与人文艺术部分所含数学文化内容为0,而人教版教材有4处,也占很小的一部分。

#### 3.2.1 数学文化栏目的比较分析

两版教材对于数学文化栏目的分布设置极其相似,只是在教材中的栏目名称叫法不同。例如人教版教材阅读材料栏目叫做“阅读与思考”,而北师大版教材该部分叫做:“读一读”。在本文中分为以下四个部分:引入、习题、例题以及阅读材料。引入包括章节的起始部分所包含的数学文化以及专题教学导入部分的数学文化。例题是指出现在教材讲解部分教材给出解答过程或解答思路的题。习题指课本中练习、随堂练习、课后习题中的复习巩固、拓广探索、综合运用部分只给出数学题目需要学生在课后完成的题。阅读材料指教材中的读一读、阅读思考部分的数学文化知识。

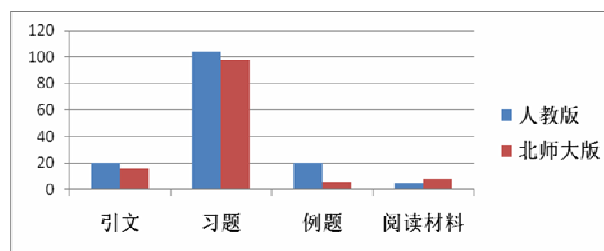


表3 数学文化栏目分布统计图

通过对教材的统计我们得出如图2所示的统计图表,总体来看,两版教材在栏目分布上的数学文化内容都集中于习题。这是因为数学来源于生活并且运用于生活,在学生学习的过程中不仅要学习数学知识,更要学以致用。

而从单一的栏目分布来看:人教版例题栏目所含数学文化内容有20处,北师大版教材有6处,是北师大版教材的3倍还多,人教版教材作为中西部地区运用最为广泛的数学教材,可见人教版在教材编写上更注重例题的呈现,而例题的呈现是数学知识运用的呈现,将例题呈现于教材之中,学生能够根据例题求解过程学习解法以及培养数学思维,提升数学文化素养,可见教材编者的良苦用心。

#### 3.2.2 数学文化呈现形式的分布

单纯的以文字形式呈现数学文化会使数学的学习过于枯燥;而运用图片呈现数学文化虽然极大程度上可以吸引学生的学习兴趣。所以在教材中需要搭配与考虑多种方式结合的数学文化呈现形式。本文将数学文化呈现形式分为四类:文字、文字为主、图片为主、连环画。图片为主指主要通过图片呈现数学文化,包含有小部分文字介绍。文字为主则是以文字为主要载体而呈现的数学文化。纯文字是只有文字描述的数学文化;连环画是指需要通过多张图片来呈现的数学文化,只是考虑单独的一张或两张将会影响其完整性。<sup>[3]</sup>

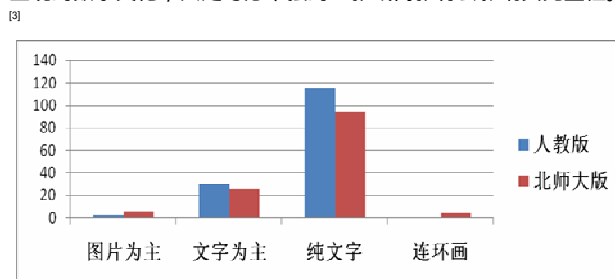


表4 数学文化呈现形式分布统计图

由图表可知,两版教材在数学文化内容的呈现形式上都以纯文字为主。人教版教材以纯文字呈现的数学文化内容包含115处,北师大版教材有94处。数学的发展形成了一套完备的数学语言表达,学生在学习数学文化知识的过程中既要学习数学知识也要学会用数学语言予以表达。因此教材编写偏向于用纯文字为载体呈现数学文化知识。以连环画为呈现形式的数学文化内容北师大版教材有4处,人教版教材直接没有。

学生在数学学习的过程中有时难免会觉得枯燥乏味,因此教材中含有一定数量的图片以及连环画的形式呈现数学知识能缓解数学学习过程中的枯燥增加一定的趣味性。而整体上教材中用图片来呈现数学文化内容的地方较少,人教版与图片有关的数学文化内容不到整体的2%,而北师大版教材仅占整体的7%。总体数学文化内容在呈现形式上为一种极不均衡的形式。

#### 3.3 教材中数学文化内容运用水平的比较分析

沈春辉、柳笛、汪晓勤在运用上述数学文化分类方法的基础上还将数学文化内容方式分为外在型:单纯的介绍文化内容;可分离型:数学文化用来掩饰数学问题;不可分离型:文化内容与数学问题不可分离,文化内容已经成为数学问题的一个有机组成部分。<sup>[4]</sup>同时本文还将在汪晓勤已有的分类基础上再借鉴贺艳兰的分类方法将数学文化内容运用水平上分为初级运用水平包括(单纯文化内容的介绍,不涉及数学内容或者是文化内容掩饰数学问题)和高级运用水平

(文化内容已成为数学问题的有机组成部分)<sup>[6]</sup>形成如表格5所示的分析结果。

表 5：两版教材中数学文化内容运用水平统计

教材版本	按运用水平分类					
	外在型	可分离型	不可分离型	初级运用	高级运用	总计
人教版	3 (2.00%)	132 (89.8%)	12 (8.20%)	135 (91.8%)	12 (8.20%)	147 (100%)
北师大版	2 (1.50%)	109 (85.2%)	17 (13.3%)	111 (86.7%)	17 (13.3%)	128 (100%)
总计	5 (1.80%)	241 (87.7%)	29 (10.5%)	246 (89.5%)	29 (10.5%)	275 (100%)

通过统计可以发现数学文化内容的运用水平人教版与北师大版都集中体现在可分离型上，其中人教版教材可分离型占整体的89.8%。北师大版教材占整体的85.2%。而外在型的运用水平两版教材都较低，人教版教材有3处，北师大版教材有2处，从数量和占比上来看都相差不多。

由此可见，在数学文化运用水平上整体呈现出一种不均衡的趋势。从运用水平的初、高级来看，北师大版教材稍比人教版教材均衡些。通过分析我们可以发现教材中的数学文化大部分是与学生的生活实例息息相关的。教材编写者在数学文化的运用总是基于学生的日常生活，这也体现了数学知识即来源于生活也运用于生活，同时也符合中学生的心理特点和认知发展规律。

#### 4 研究结论

1.教材中方程部分有关数学史都集中于数学与现实生活板块，其余板块占比都较少，北师大版甚至在数学与人文艺术板块的分布数量为0。

2.两版教材习题部分所含数学文化极为丰富，引文与例题次之，阅读材料最少。

3.两版教材都集中体现在可分离型上，教材运用水平都集中于初级运用水平。

通过以上研究得出的结论，本文将给出如下研究建议：

1、均衡数学文化在数学教材中的分布，适当增加教材中数学文化与科学技术、人文艺术的结合，特别是增加数学史。

2、在教材编写时多体现数学文化运用的高级水平。

3、适当增加阅读材料的数量，丰富学生的数学课外知识。

4、增加图片与连环画的方式来呈现数学文化内容。

#### 参考文献

[1] 顾沛.南开大学数学课程十年来的探索与实践[J].中国高校研究, 2011,(9)

[2] 徐锦野.小学数学教材中数学文化的比较研究——人教版、苏教版、北师大版为[D].2017

[3] 杨豫晖,魏佳,宋乃庆.小学数学教材中数学史的内容及呈现形式探析[J].数学教育学报, 2007

[4] 沈春辉,柳笛等,文化视角下“中美新法”四国高中数学教材“简单几何体”的研究[J].数学教育学报, 2013(8).

[5] 贺艳兰.《初中数学教材中数学文化的比较与分析》[D].2015

[6] 彭刚,汪晓勤,程靖.数学史融入数学教学:意义与方式[J].成都师范学院学报.2016

基金项目：本文系玉溪师范学院大学生创新训练项目“数学史在中小学数学教学中的运用”(课题编号：2019B64)、2019年云南省哲学社会科学教育科学规划项目“基于实践共同体的职前职后教师专业发展一体化研究”(课题编号：AD19002)和云南省教育厅科学研究基金项目“HPM视角下职前教师专业发展的研究与实践”(课题编号：2021J0660)的阶段性研究成果。