

# 基于问题驱动的高等数学教学

## ——以积分概念的统一性为例

钱小瑞

(成都锦城学院 四川 成都 611731)

**摘要:** 高等数学中关于积分的概念比较多, 定义的描述方式基本雷同, 计算方法也能够通用。同质性的概念可以用统一的标准进行刻画分析, 在维度上就是点线面体的递升, 可以归结为不同维度上的同一物理概念描述。通过解决具体的实际问题, 引导学生发现应用不同积分解决不同维度或简单变式的质量或做功问题, 培养学生自主探索发现问题并最终形成自己的知识系统。

**关键词:** 问题驱动; 教学设计; 积分概念的统一性

### 0 引言

高等数学是理工科各专业的理论基础课程, 是现代高等教育的一门重要的基石学科。通过这门课程的学习, 学生能够获得“极限”、“微分学”、“积分学”、“常微分方程”、“无穷级数”等方面的基本理论知识并能够进行基本运算。积分学当中主要涉及到一元定积分、二重积分、三重积分、曲线积分、曲面积分<sup>[1]</sup>。高等数学的各部分知识之间联系紧密, 互为依托, 这些积分的概念和计算方法之间也存在一些联系。高等数学这门课程主要培养学生的数学运算能力、抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力和自学能力。学好这门课程并将数学知识应用到其他学科或实际生活中, 除了需要超强的记忆能力和分析能力, 还要善于发现事物之间的共性, 抽象出事物的本质, 不管是对同一类事物的不同表述还是对不同类事物的区别描述都能够做到“殊途同归”或是“求同存异”。

学生能够用自己的语言将所学知识完整准确的描述出来是知识构建完成的第一步, 加深理解完成自己对知识的重建, 从而将知识内化为自己的认知部分, 通过提问对问题进行辨析并最终形成自己的知识体系是一种很好的方式。学生通过自问自答, 全方面对知识进行解析比较困难。老师在学生问答的基础上加以辅助引导, 将更有助于学生更快速更精准的掌握知识。这种问题驱动型的教学模式是以建构主义理论为基础, 以学生为学习的主体, 将所要学习的新知识隐含在一个或几个问题中, 课堂讲授、教材组织和应用训练等环节均围绕一系列问题进行, 从而培养学生的思维能力、探索能力、创新意识和实践能力。通过设置的问题引导学生自主学习、思考, 进而形成严谨的数学思维, 最终解决问题完成教学任务<sup>[2]</sup>。

### 1 问题驱动的教学设计

问题驱动型的教学将学生置身于真实的问题情境中, 学生受到问题的启发去思考解决问题的方法, 并在这个过程中对已有知识进行梳理, 加深对近似概念的理解并对同质性问题进行归类处理。问题的提出和引导解决都是十分重要的, 老师的提问最好有针对性并且可以多方面延展, 学生的语言表达能力和逻辑思维能力将会得到很好的提升, 在这个过程中, 老师要善于激发学生发现问题并能够举一反三, 增强学生克服困难的成就感。教师应该重视学生提出问题的意识, 在课堂课下的学习中创设提出问题的良好教学氛围, 教会学生提出问题的方法。

问题驱动型的问题基于学生认知水平的实际问题, 所提出的问题是易于发现矛盾或共性的, 利于学生探索发现归纳总结, 尽可能的深刻、可发散。老师应该为学生提供运用知识的“虚拟平台”或实际平台, 以学生为中心, 最好学生能够方便动手进行实操, 以便学生能够比较快速的掌握基本的学习策略和学习方法, 进而精确了解问题的各个方面, 完整有效地解决问题。学生需要针对问题收集有关该问题界定和相关因素分析资料, 提出问题给出的信息中可能建立的相关联系, 从不断变化的信息中找到问题的本质, 树立一种整体的观念。

### 2 积分概念的统一性教学设计

老师引导学生提出问题: 在学完所有与积分有关的概念和计算后有怎样的感悟、困惑(关于概念或者计算都行, 可以同学间交流也可以师生互助); 定义的共通性是否有所发现, (关于可积性的描

述: 有界, 微元法: 分割、近似、和式、极限); 计算的基本性质(可加性, 线性运算); 可解决的实际问题(长度、平面区域面积、曲面区域面积、空间立体体积、线域质量、平面区域质量、曲面区域质量、做功、流量)。

老师引导学生探究学生的反问题: 函数无界的积分如何考量(常义积分和广义积分, 一元广义积分和二重广义积分); 不可积的判断(不同划分方法, 不同近似点的选取); Koch 雪花周长的无限和面积的有限, 加百利号角表面面积的无限和体积的有限(有趣的可疑悖论激发学生探讨兴趣); 被积函数为 1 的积分的降维(被积函数为 1 的二重积分值为积分域的面积, 本质高为 1 的柱体体积; 被积函数为 1 的三重积分为积分域的体积), 可否用低维积分来计算高维积分, 如何体现(利用一元定积分来计算二重积分实质是二重积分为累次积分, 用线积分来计算面积即为斯托克斯公式)。

师生逐个解决预设问题: 微元法微元的确定(各种微元(面积、体积、质量)的整体和部分之间联结); 积分计算方法的统一(二重积分、三重积分的降维计算, 线面积分的代换原则); 升维积分计算的条件(格林公式将第二类曲线积分转化为二重积分; 积分线的封闭正向、积分域的封闭性、被积函数的可导性); 积分坐标系和积分次序的选择如何影响积分的计算, 积分线或积分域的对称性和被积函数关于各变量的奇偶性如何联合简化积分计算; 各积分形式和级数的关联, 蕴含着何种哲学思想(直与曲、整体与局部、近似与精确等方面的对立统一<sup>[3]</sup>)。

老师在课前提供给学生足够的时间根据自己的兴趣着落点形成自己的兴趣小组, 搜集资料合作学习共同探讨形成自己的报告; 在课堂创建探究式的学习环境, 给学生足够的时间分享自己的探索过程陈述自己的观点, 提出自己的问题解答聆听者的提问, 各小组间相互学习, 对自己原有的结论进行修订和补充。此时老师可以隐退, 观察并思考学习者的学习活动, 做出基于问题驱动的理论性的思考和总结, 以便于这种教学方式和策略能更好的发挥作用<sup>[4]</sup>。

### 3 结语

问题驱动型的教学更容易激发学生学习的兴趣, 能够很好的调动学生学习的积极性, 学生更倾向于类比思维, 可在设计问题的时候多用相似类型的题目加深学生的理解, 问题的实际探索应多于理论拓展, 教学之后师生共同反思树立持续学习终身学习的意识。

### 参考文献

- [1] 同济大学. 高等数学[M]. 高等教育出版社, 2007.
- [2] 张文丽. 高等数学课程教学中“问题驱动型”教学模式的应用[J]. 长治学院学报, 2021, 38(2): 112-114.
- [3] 呼青英, 张宏伟. 定积分概念中蕴涵的对立统一思想[J]. 大学数学, 2008(05): 203-206.
- [4] 刘梦莲. 基于问题式学习(PBL)的设计[J]. 现代远程教育研究, 2003(01): 39-43+64.

作者简介: 钱小瑞(1983-), 女, 河南南阳人, 硕士, 讲师, 主要研究方向: 应用数学