

# 一种凸透镜焦距的精确测量方法

禹坤煜 原浩翔 余文 郭晓虎

(山西大学附属中学 山西太原 030006)

摘要: 传统焦距测量方法, 由于光学元件与滑块存在偏心差, 长度绝对量难以精确测量。对物与像屏距离多次测量得到位置变化量, 以最小二乘线性拟合, 得出其与多次成像中, 光学元件相对位移的关系, 推导出透镜焦距值。消去了传统测量方案中的估计量, 从理论上做出改进, 提高了实验实现的可行性。

关键词: 透镜焦距; 共轭法; 位置变化量; 最小二乘法

中图分类号: O435.1

## 1 引言

在许多场合需要精确测量凸透镜焦距。目前主要的方法有物像距法、共轭法、自准直法等。无论采用何种方法, 在实际实验中, 存在光学元件光心与底面滑块标心不共面的问题, 并且无法测量偏差, 如果采用桌面(或光具座)上的标尺读数, 具体距离只能通过估算得到。如果将直尺移动至光轴附近, 难以保证直尺与光轴平行, 从而导致长度测量不准确, 随机误差大。而滑块的位置变化量与光心的位置变化量相同, 只有位置变化量可以没有理论误差地测出, 本文在共轭法的基础上进行改进, 通过相对距离精确测量透镜焦距。

## 2 实验原理

### 2.1 共轭法

如图 1。设物与像屏距离为  $D$ , 在物和像屏保持不变时, 移动透镜, 像屏上依次成放大、缩小的像, 两次透镜位置变化量为  $d$ , 可以算出透镜焦距。

透镜成像公式为

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

在成大像时:

$$u = \frac{D-d}{2}$$

$$v = \frac{D+d}{2} \quad (2)$$

在成小像时:

$$u = \frac{D+d}{2}$$

$$v = \frac{D-d}{2} \quad (3)$$

联立(1)(2)或(1)(3)均可得到:

$$f = \frac{D^2 - d^2}{4D} \quad (4)$$

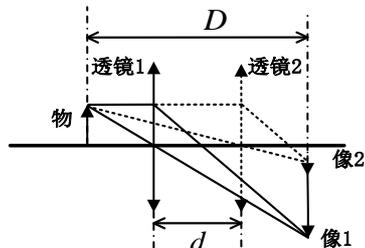


图 1 共轭法原理图

### 2.2 方法改进

上述方法中  $d$  测量十分精确, 而  $D$  的精确测量存在引言中所提到的问题, 若只需测量位置变化量, 则去除实验方案的理论误差。

令  $D = D_0 + \Delta$ 。测量不同  $D$  所对应的  $d$ , 通过处理  $\Delta$  与  $d$  的关系, 导出  $f$ 。

将  $D = D_0 + \Delta$  代入共轭法焦距公式, 得到

$$f = \frac{(D_0 + \Delta)^2 - d^2}{4(D_0 + \Delta)} \quad (5)$$

整理可得到

$$(d^2 - \Delta^2) = (2D_0 - 4f)\Delta + D_0^2 - 4D_0f \quad (6)$$

令  $y = d^2 - \Delta^2$ ,  $x = \Delta$ , 用最小二乘法作线性拟合, 得到

$$y = ax + b \quad (7)$$

其中  $a = 2D_0 - 4f$ ,  $b = D_0^2 - 4D_0f$ 。

联立  $a, b$ , 消去  $D_0$ , 可得:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{a^2/4 - b} \quad (8)$$

由此, 在只测量相对距离的情况下, 得到了透镜的焦距  $f$ 。

### 3 实验验证

本实验中, 物采用钠灯和狭缝, 并保持不动。

为了准确判断成像是否清晰, 采用无物镜的测微目镜观察, 以看清狭缝上的细节(狭缝上的灰尘, 翻起的铁屑等)为标准, 判断清晰与否。

待测量透镜焦距理论值  $f = 10\text{cm}$ 。

(下转第 279 页)

从参赛队伍的整体表现来看,仅有山西男队和女队之间较为平衡,其他各队均存在不同程度的“失衡”现象。为此,各支队伍应制定正确的发展策略,在训练和选材上寻找突破,在科技助力上寻找新的支撑点,在梯队建设上寻找发力点,努力营造积极向上的训练和比赛氛围,促进男女队伍的和谐、均衡发展。

3.4.3 以科学的理念为指导,为队伍的发展进行精准定位

一直队伍成绩的取得,离不开科学的训练理念和正确的指导思想。在训练中,要以规则为依据,以技术为核心,以客观实力为抓手,以稳定为保障,积极探索蹦床项目的制胜因素和制胜规律。同时,要突出重点,巩固现有成果,稳扎稳打,步步为营,在技术、高度、难度和位移四方面全面进步。在巩固客观分基础上,实现主观分增长,做到客观分与主观分的融合增长,最终实现高度、难度、位移、技术分值的最大化。根据统计,在预赛中,男子选手的失误率明显高于女子,男子共有63人参赛,有15人出现不同程度的失误,女子共有51人参赛,有5人出现失误,其中男子的失误率为24%,女子的失误率为10%,表明严抓成功率,提高运动员的稳定性和比赛能力,仍是蹦床项目训练中的重中之重。

4 结论

(1) 中国蹦床目前山西队、广东队、江苏队、福建队整体实力较为突出,位于竞争的第一集团,浙江队、山东队、湖南队则位于竞争的第二集团。

(2) 在团体项目上,山西、广东、江苏、山东、天津这5支队伍建设较好,其中山西队男女发展较为均衡,其他队伍均存在男女发展不均衡现象。

(3) 在个人项目上,山西、福建、广东、湖南、江苏、浙江

这6支队伍竞争实力较为突出,其中湖南、福建、山西、江苏在年轻选手的培养上优于其他省市。

(4) 中国蹦床的发展策略:以新促老,以老带新,形成新老结合的良好局面;打破男女队伍的失衡,多方措施实现队伍整体均衡发展;以科学的理念为指导,为队伍的发展进行精准定位。

参考文献:

[1]彭召方,袁玲,李佐惠.东京奥运周期世界男子体操竞争格局与中国队竞技实力提升策略[J].体育科学,2021,41(04):60-68+97.  
 [2]冯本余,胡茜文.中国蹦床东京奥运会夺金实力分析与备战策略研究[J].广州体育学院学报,2021,41(01):79-82.  
 [3]何俊.里约奥运会男子体操竞争格局分析——兼谈东京周期中国男子体操发展方向[J].北京体育大学学报,2018,41(05):107-116.  
 [4]李丽,余良华.我国女子体操竞争实力分析[J].体育文化导刊,2015(12):93-98.  
 [5]陈荣浩.我国区域竞技体育竞争格局研究[J].西南师范大学学报(自然科学版),2015,40(08):140-146.  
 [6]竭晓安.从第44届世锦赛看新周期国际女子体操竞争格局及各单项发展趋势[J].北京体育大学学报,2014,37(11):124-129.  
 [7]张德智.世界男子体操竞争格局演变分析[J].体育文化导刊,2013(12):35-37+48.

基金项目:2018年山西省青年拔尖人才支持计划

作者简介:董栋(1989—),男,籍贯:河南郑州,高级教练员,硕士,研究方向:蹦床训练

(上接第264页)

表1.改进共轭法测量数据

实验次数	像屏所在位置 $x_D / cm$	透镜位移 $d$			D 相对位移 $x = \Delta = x_0 - x_{D_0}$	$y = d^2 - \Delta^2$
		起始位置 $x_1 / cm$	终止位置 $x_2 / cm$	$d = x_1 - x_2 / cm$		
1	58.16	45.07	34.89	10.18	0.00	103.6324
2	59.27	46.55	34.30	12.25	1.11	148.8304
3	60.08	47.79	33.98	13.81	1.92	187.0297
4	61.52	49.71	33.44	16.27	3.36	253.4233
5	62.90	51.46	33.11	18.35	4.74	314.2549
6	64.64	53.57	32.75	20.82	6.48	391.4820
7	66.01	55.18	32.51	22.67	7.85	452.3064
8	67.24	56.60	32.32	24.28	9.08	507.0720
9	69.37	59.00	32.00	27.00	11.21	603.3359

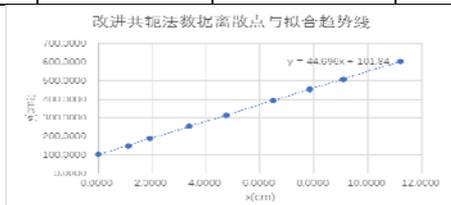


图2 改进共轭法测量数据离散点与拟合趋势线  
( $x = \Delta = x_0 - x_{D_0}$ ,  $y = d^2 - \Delta^2$ )

最小二乘法得到  $y = ax + b$

其中  $a = 44.70$

$b = 101.84$

$r = 0.9997$

代入式(8), 得到

$f = 9.97cm$

标准差  $\sigma_f = f \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n-2}} = 0.029cm$

$$R = \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n-2}} = 2.9 \times 10^{-3}$$

相对误差  $E_r = 0.3\%$

传统共轭法测得的数据, 相对偏差  $E'_r$  约为3%。可见, 改进后的方法明显优于传统共轭法。

4 结论

对比传统实验方案, 改进后实验操作变少, 消除了实验方案的理论误差, 创新引入最小二乘法, 只需测量位置变化量, 测得的透镜焦距的相对误差, 相较于传统方法, 提高了一个数量级。在降低仪器要求的前提下, 测量精度有较明显提高, 实验效果明显改善。

参考文献:

[1] 李伟, 刘超, 张利巍等, 薄透镜焦距测量方法研究, 物理实验, 2014, 34(7): 27-29  
 [2] 张国华, 最小二乘法线性回归分析及其测量不确定性探讨, 检验检测, 2020(15): 72-73  
 [3] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖, 新编基础物理实验, 2013, 北京, 高等教育出版社  
 [4] 全国中学生物理竞赛常委会, 全国中学生物理竞赛实验指导书, 2020, 北京, 北京大学出版社