

建筑结构抗震分析方法简述

郭锐斌¹ 郭兴峰²

(1 西安思源学院 陕西西安 710038; 2 杨凌职业技术学院 陕西杨凌 712100)

摘要: 建筑结构由地震引起的地震反应称为建筑结构的反应。本文主要是对结构地震反应分析的原理加以简单的介绍, 重点讲述了时程分析方法、线性加速度法和 Wilson- θ 法等, 并以 MATLAB 进行编程说明其在工程中的应用。

关键词: 时程分析方法; 线性加速度法; Wilson- θ 法; MATLAB

Abstract: Seismic response of structure caused by the earthquake is called the seismic response of structures. This article is mainly on the structural seismic response analysis to the principle of simple introduction, and it focuses on the time history analysis method, the linear acceleration method and Wilson - method, and programming with MATLAB illustrates its application in engineering.

Key words: Time history analysis method, linear acceleration method, Wilson - method and MATLAB

一、结构地震反应分析方法

建筑结构由地震引起的地震反应称为建筑结构的反应, 它包括地震在结构构件中引起的内力、变形、位移、速度和加速度。结构的地震反应是一中动力反应, 反应的大小不仅与外部的激励特性有关, 而且与结构本身的动力特性有关, 即结构的刚度和阻尼。由于地震的地面运动是一种随机过程, 运动极不规则, 而建筑结构为各种构件组成的空间体系, 其动力特性十分复杂, 故由地震引起的结构震动是一种复杂的空间震动。目前, 在工程上求解结构地震反应的方法大致分为两类: 一类是拟静力方法, 或称为等效荷载法, 即通过反应谱理论将地震对结构物的作用, 用等效荷载来表示, 然后根据这一荷载用静力分析方法对结构进行内力及位移计算; 一类是时程分析方法 (time history analysis), 是根据选定的地震波和结构恢复力特性曲线, 对动力方程进行直接积分, 采用逐步积分的方法计算地震过程中每一瞬时结构的位移、速度和加速度反应, 从而观察到结构在强震作用下在弹性和非弹性阶段的内力变化以及构件开裂、损坏直至结构倒塌的全过程。

二、时程分析方法

时程分析方法根据积分变量可分为两类, 一类是时域分析方法: 是求解过程中的每一步都不改变未知量作为时间的函数; 一类是频域分析方法: 是将运动微分方程 (包括已知函数、未知函数及其导数) 变换到频率域中去求解, 在频率域中未知量是频率的函数。

根据体系受力所处阶段可分为: 弹性时程分析法和弹塑性时程分析法, 如果在计算过程中刚度矩阵、阻尼矩阵保持不变则称为弹性时程分析法, 如果在计算过程中刚度矩阵、阻尼矩阵随结构及其构件所处的变形状态, 在不同时刻取不同的数值则称为弹塑性时程分析。时程分析法在工程结构抗震设计中可以更真实地描述结构地震反应, 校对补充反应谱分析的误差与不足。

下面主要介绍时域分析法并以单自由度体系加以说明其主要思想。其运动方程如下:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g(t) = F_{eff} \quad (1.10)$$

F_{eff} 为时间函数的水平地震动加速度的有效力, 因 $\omega^2 = k/m$,

$$\text{与 } \xi = c/2\sqrt{km} \text{ (1.11) 式变为:} \quad (1.12)$$

故对任意随意的支座加速度 $\ddot{x}_g(t)$, 质量的相对位移 $x(t)$ 可

有 Duhamel 积分式, $\ddot{x} + 2\omega\xi\dot{x} + \omega^2x = -\ddot{x}_g(t)$ 与初始情况为 0 而得:

$$x(t) = \frac{-1}{\omega\sqrt{1-\xi^2}} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\omega\xi(t-\tau)} \sin \omega\sqrt{1-\xi^2}(t-\tau) d\tau \quad (1.13)$$

式 (1.13) 式, 结构得相对反应具有自然频率 ω 、阻尼因数 ξ

与基座激动 $\ddot{x}_g(t)$ 等特性。从而质量得确切相对速度可就相对位移的微分求得:

$$\dot{x}(t) = -\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\omega\xi(t-\tau)} \cos \omega\sqrt{1-\xi^2}(t-\tau) d\tau + \frac{-\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\omega\xi(t-\tau)} \sin \omega\sqrt{1-\xi^2}(t-\tau) d\tau \quad (1.14)$$

质量的绝对加速度可由 (1.14) 再微分求得:

$$\ddot{x}_t(t) = 2\omega\xi \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\omega\xi(t-\tau)} \cos \omega\sqrt{1-\xi^2}(t-\tau) d\tau + \frac{\omega(1-2\xi^2)}{\sqrt{1-\xi^2}} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\omega\xi(t-\tau)} \sin \omega\sqrt{1-\xi^2}(t-\tau) d\tau \quad (1.15)$$

时域分析方法的直接积分法有: 线性加速度法、Wilson- θ 法、

Newmark- β 法三、线性加速度法和 Wilson- θ 法

三、线性加速度法和 Wilson- θ 法, 都是属于逐步积分法。

线性加速度法是假定在 $[t, t + \Delta t]$ 时间间隔内, 即在步长 Δt 时间内, 加速度 $\{\ddot{u}(t + \tau)\}$ 呈线性变化, 其表达式为

$$\{\ddot{u}\}_{t+\tau} = \{\ddot{u}\}_t + \tau\{A\} \quad (1.16)$$

其中, $\{A\} = (\{\ddot{u}\}_{t+\tau} - \{\ddot{u}\}_t) / \Delta t$ 。但是, 这个方法不是无条件稳定的, 所以在应用上受到限制。70 年代初期, Wilson 推广了线性加速度法, 他假定在此步长 Δt 更大的时间区间 $(t, t + \theta\Delta t)$ 内, 加速度仍保持线性变化, 经过证明, 当 $\theta \geq 1.37$ 时, 这一方法是无条件稳定的, 这就是 Wilson- θ 方法。这个方法的加速度表达式为

$$\{\ddot{u}\}_{t+\tau} = \{\ddot{u}\}_t + \tau \cdot \{A_1\} \quad (1.17)$$

式中

$$\{A_1\} = (\{\ddot{u}\}_{t+\theta\Delta t} - \{\ddot{u}\}_t) / \theta\Delta t$$

显然, 对比式 (1.16) 和式 (1.17) 得知, 线性加速度法是 Wilson

$-\theta$ 法中, 当 $\theta = 1$ 时的一个特例。所以, 我们只讨论 Wilson- θ 法就够了。

在 $0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$ 区间内, 对式 (1.17) 进行积分, 得到

$$\{\dot{u}\}_{t+\tau} = \{\dot{u}\}_t + \{\ddot{u}\}_t \tau + \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t} (\{\ddot{u}\}_{t+\theta\Delta t} - \{\ddot{u}\}_t) \quad (1.18)$$

和

$$\{u\}_{t+\tau} = \{u\}_t + \{\dot{u}\}_t \tau + \frac{1}{2} \{\ddot{u}\}_t \cdot \tau^2 + \frac{\tau^3}{6\theta\Delta t} (\{\ddot{u}\}_{t+\theta\Delta t} - \{\ddot{u}\}_t) \quad (1.19)$$

令 $\tau = \theta\Delta t$, 由上二式, 有

$$\{\dot{u}\}_{t+\theta\Delta t} = \{\dot{u}\}_t + \frac{\theta\Delta t}{2} (\{\ddot{u}\}_{t+\theta\Delta t} + \{\ddot{u}\}_t) \quad (1.20)$$

和

$$\{u\}_{t+\theta\Delta t} = \{u\}_t + \theta\Delta t \{\dot{u}\}_t + \frac{\theta^2 \Delta t^2}{6} (\{\ddot{u}\}_{t+\theta\Delta t} + 2\{\ddot{u}\}_t) \quad (1.21)$$

从这二式, 可将 $(t + \theta\Delta t)$ 时刻的加速度和速度用位移来表示即

$$\{\ddot{u}\}_{t+\theta\Delta t} = \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} (\{u\}_{t+\theta\Delta t} - \{u\}_t) - \frac{6}{\theta\Delta t} \{\dot{u}\}_t - 2\{\ddot{u}\}_t \quad (1.22)$$

和

$$\{\dot{u}\}_{t+\theta\Delta t} = \frac{3}{\theta\Delta t} (\{u\}_{t+\theta\Delta t} - \{u\}_t) - 2\{\dot{u}\}_t - \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{u}\}_t \quad (1.23)$$

于是, 在 $t + \theta\Delta t$ 时刻的动力方程为

$$[M]\{\ddot{u}\}_{t+\theta\Delta t} + [C]\{\dot{u}\}_{t+\theta\Delta t} + [K]\{u\}_{t+\theta\Delta t} = \{\tilde{F}\}_{t+\theta\Delta t} \quad (1.24)$$

式中,

$$\{\tilde{F}\}_{t+\theta\Delta t} = \{F\}_t + \theta(\{F\}_{t+\Delta t} - \{F\}_t)$$

将(1.22)和式(1.23)代入式(1.24), 就得到关于 $\{u\}_{t+\theta\Delta t}$ 的方程为

$$\begin{aligned} & ([K] + \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} [M] + \frac{3}{\theta\Delta t} [C]) \{u\}_{t+\theta\Delta t} = \{F\}_t + \theta(\{F\}_{t+\Delta t} - \{F\}_t) \\ & + [M] (\frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} \{u\}_t + \frac{6}{\theta\Delta t} \{\dot{u}\}_t + 2\{\ddot{u}\}_t) \\ & + [C] (\frac{3}{\theta\Delta t} \{u\}_t + 2\{\dot{u}\}_t + \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{u}\}_t) \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\text{记 } [\tilde{K}] = [K] + \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} [M] + \frac{3}{\theta\Delta t} [C]$$

$$\begin{aligned} \{\tilde{F}\}_{t+\theta\Delta t} &= \{F\}_t + \theta(\{F\}_{t+\Delta t} - \{F\}_t) + [M] (\frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} \{u\}_t + \frac{6}{\theta\Delta t} \{\dot{u}\}_t \\ &+ 2\{\ddot{u}\}_t) + [C] (\frac{6}{\theta\Delta t} \{u\}_t + 2\{\dot{u}\}_t + \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{u}\}_t) \end{aligned}$$

于是, 式(1.25)可写为

$$[\tilde{K}]\{u\}_{t+\theta\Delta t} = \{\tilde{F}\}_{t+\theta\Delta t} \quad (1.26)$$

求解方程(1.26), 则得到 $\{u\}_{t+\theta\Delta t}$

将求解得到的 $\{u\}_{t+\theta\Delta t}$, 代入(1.22)中, 就得到 $\{\ddot{u}\}_{t+\theta\Delta t}$ 。

如在(1.17)中, 取 $\tau = \Delta t$, 并将式(1.22)代入, 有

$$\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} = \frac{6}{\theta^3 \Delta t^2} (\{u\}_{t+\theta\Delta t} - \{u\}_t) + \frac{6}{\theta^2 \Delta t} \{\dot{u}\}_t + (1 - \frac{3}{\theta}) \{\ddot{u}\}_t \quad (1.27)$$

将(1.17)代入式(1.18)和(1.19), 并取 $\tau = \Delta t$, 有

$$\{\dot{u}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{u}\}_t + \frac{\Delta t}{2} (\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} + \{\ddot{u}\}_t) \quad (1.28)$$

$$\{u\}_{t+\Delta t} = \{u\}_t + \Delta t \{\dot{u}\}_t + \frac{\Delta t^2}{6} (\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} + 2\{\ddot{u}\}_t) \quad (1.29)$$

用 Wilson- θ 法逐步求解的过程如下:

A. 初始计算

(1) 形成刚度矩阵 $[K]$, 质量矩阵 $[M]$ 和阻尼矩阵 $[C]$ 。

(2) 给出初始值 $\{u\}_0$, $\{\dot{u}\}_0$ 和 $\{\ddot{u}\}_0$ 。

(3) 选择时间步长 Δt , 取 $\theta = 1.4$, 并计算积分常数,

$$a_0 = \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}, \quad a_1 = \frac{3}{\theta\Delta t}, \quad a_2 = 2a_1,$$

$$a_3 = \frac{\theta\Delta t}{2}, \quad a_4 = \frac{a_0}{\theta}, \quad a_5 = -\frac{a_2}{\theta},$$

$$a_6 = 1 - \frac{3}{\theta}, \quad a_7 = \frac{\Delta t}{2}, \quad a_8 = \frac{\Delta t^2}{6}$$

(4) 形成有效刚度矩阵 $[K^*]$:

$$[K^*] = [K] + a_0 [M] + a_1 [C]$$

(5) 对 $[K^*]$ 作三角分解: $[K^*] = [L][D][L]^T$

B. 对每个时间步计算

(1) 计算 $t + \Delta t$ 时刻的有效载荷

$$\begin{aligned} \{\tilde{F}\}_{t+\Delta t} &= \{F\}_t + \theta(\{F\}_{t+\Delta t} - \{F\}_t) + [M] (a_0 \{u\}_t + a_2 \{\dot{u}\}_t + 2\{\ddot{u}\}_t) \\ &+ [C] (a_1 \{u\}_t + 2\{\dot{u}\}_t + a_3 \{\ddot{u}\}_t) \end{aligned}$$

(2) 计算 $t + \theta\Delta t$ 时刻的位移

$$[L][D][L]^T \{u\}_{t+\theta\Delta t} = \{\tilde{F}\}_{t+\theta\Delta t}$$

(3) 计算 $t + \Delta t$ 时刻的位移, 速度和加速度

$$\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} = a_4 (\{u\}_{t+\theta\Delta t} - \{u\}_t) + a_5 \{\dot{u}\}_t + a_6 \{\ddot{u}\}_t,$$

$$\{\dot{u}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{u}\}_t + a_7 (\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} + \{\ddot{u}\}_t)$$

$$\{u\}_{t+\Delta t} = \{u\}_t + \Delta t \{\dot{u}\}_t + a_8 (\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} + 2\{\ddot{u}\}_t)$$

与中心差分法相比较, Wilson- θ 法是隐式积分, 即每计算一步, 必须解一个线性代数方程组。当 $\theta > 1.37$ 时, 它是无条件稳定的。此外, 这种算法是自起步的, $t + \Delta t$ 时刻的位移, 速度和加速度都可由 t 时刻的变量表示, 不需要特别的起动力处理。

四、Newmark 方法

Newmark 在 1959 年提出的逐步积分格式, 故称为 Newmark 方法。它的基本假定是

$$\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} = \{\ddot{u}\}_t + [(1-\delta)\{\ddot{u}\}_t + \delta\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t}] \Delta t \quad (1.30)$$

$$\{u\}_{t+\Delta t} = \{u\}_t + \{\dot{u}\}_t \Delta t + \left[\left(-\frac{1}{2} - \alpha \right) \{\ddot{u}\}_t + \alpha \{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (1.31)$$

其中 α 和 δ 是按积分的精度和稳定性要求可以调整的参数。


```

[ik]=matrixju(k0,cn);
[x,d]=eig(ik,m);
d=sqrt(d);
w=sort(diag(d));
a=2*w(1)*w(2)*(0.05*w(2)-0.07*w(1))/(w(2)* (w(2)-w(1)* w(1)) );
b=2*(0.07*w(2)-0.05*w(1))/( w(2)* (w(2)-w(1)* w(1)) );
c0=a*m+b*ik;
for i=1:ndzh
    kxin=ik+(3/(ct*dt))*c0+(6/(ct*ct*dt*dt))*m;
dpxin=-m*unit*agtao(i)+m*(6/(ct*dt)*sdu+3*jsdul)+c0*(3*sdu+ct*dt/2
*jsdul);
    dxtao=kxin\dpxin;
    dtjsdu=6*dxtao/(ct*(ct* ct*dt*dt)) -6*sdu/(ct*ct*dt)-(3/ct)*jsdul
    jsdu=jsdul+dtjsdu;
    dtsdu=(dt/2)*(jsdu+jsdul);
    sdu=sdul+dtsdu;
    dtwyi=dt*sdu1+(1/3)*dt*dt*jsdul+(dt*dt/6)*jsdu;
    jsdu=-m*(m*unit*ag2(i)+c0*sdu+ik*wyi);
    wyi1=wyi;
    sdu1=sdu
    wyimt=[wyimt wyi*1000];
    sdumt=[sdumt sdu];
    jsdumt=[jsdumt jsdu];
end
t=0:dt:ndzh*dt;
subplot(2,2,1)
plot(t,wyimt(3,:),' r-' )
subplot(2,2,2)

```

```

plot(t,jsdumt(3,:),' r-' )
kcju=zeros(cn);
for i=1:cn-1
    kcju(i,i)=korc(i)+korc(i+1);
    kcju(i,i+1)=-korc(i+1);
    kcju(i+1, 1)=-korc(i+1);
end
kcju(cn,cn)=korc(cn)

```

经程序求解，结构顶层的唯一反应和加速度反应如下图所示。

六、总结

通过上面的介绍，我们可以对时域分析有个比较明确的理解。至于进行结构地震反应分析时，可以根据结构的形式、所处位置的场地情况，选择合适的分析方法，同时也可选另外一种分析方法加以校验。

参考文献：

- [1]陈兴冲. 工程结构抗震设计. 重庆: 重庆大学出版社, 2008, 6
- [2]建筑抗震设计规范 (GB50011-2001)
- [3]马成松. 结构抗震设计. 北京: 北京大学出版社, 2006, 1
- [4]窦立军. 建筑结构抗震. 北京: 机械工业出版社, 2007, 7
- [5]王社良. 抗震结构设计. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2007, 12

作者简介: 郭锐娥 (1981—), 女, 汉, 陕西省咸阳市, 西安思源学院, 研究生, 讲师, 主要研究方向: 土建工程
郭兴峰 (1991—), 男, 汉, 河南杞县, 杨凌职业技术学院, 硕士研究生学历, 助理工程师, 主要研究方向: 岩土工程设计与施工技术

(上接第 254 页)

(五) 碳氢化合物。目前还不清楚它对人体健康的直接危害。但当氮氧化物和碳氢化合物在太阳紫外线的作用下, 会产生一种具有刺激性的浅蓝色烟雾, 其中包含有臭氧、醛类、硝酸脂类等多种复杂化合物。这种光化学烟雾对人体最突出的危害是刺激眼睛和上呼吸道黏膜, 引起眼睛红肿和喉炎。1952 年 12 月, 伦敦发生光化学烟雾, 4 天中死亡人数较常年同期多 4000 人, 45 岁以上的死亡最多, 约为平时的 3 倍; 1 岁以下的约为平时的 2 倍。

四、故障排除

(一) 冷车烧机油

1、故障原因: 由于气门油封和气门导管长时间使用, 导致气门油封老化气门导管磨损严重, 以至无法达到良好的密封效果, 机油沿气门油封及气门导管流入气缸。气缸内的机油在高温高压的作用下就会燃烧出大量的蓝色烟雾。

2、排除方法: 更换已老化的气门油封及磨损严重的气门导管

(二) 加速时烧机油

1、故障现象: 在车辆行驶时驾驶员猛踩油门或原地猛踩油门时, 从排气管排出大量的蓝烟, 严重时车辆行驶中驾驶员猛踩油门时, 驾驶员会从排气侧的后视镜中看到大量的蓝烟冒出。

2、故障原因: 由于发动机活塞上的活塞环与汽缸壁密封不严, 在加速时机油直接从曲轴箱串到汽缸内, 导致烧机油。

3、排除方法: 更换活塞环、活塞, 有必要时更换缸套。

(三) 任何工况下都烧机油

1、故障现象这种情况比较复杂, 不管发动机是冷机, 还是在热机加速中都会有蓝烟从排气管排出。

2、故障原因:

(1) 发动机主机以外的原因: 外输油管道漏油、机油油面太高、机油级别与气候条件不符、涡轮增压器和空压机出现技术问题、油浴式空气滤机油太多等。

故障现象: 由于发动机主机以外的原因导致发动机烧机油时, 发动机的动力没有明显的异常情况。

排除方法:

①检测发动机外部是否有漏油点, 更换漏油点的密封垫及漏油管道;

②检查机油尺所示的油面高度, 排掉过量的机油; 检查机油的技术规格, 更换符合气候条件的同等级机油;

③检查涡轮增压器是否损坏, 转动是否灵活, 上下前后推动涡轮叶片视涡轮轴的间隙是否偏大, 更换涡轮增压器; 检查涡轮增压器回油管是否堵塞, 疏通回油管及更换。

④检查空压机及气路系统, 如果气路系统存在有机油时, 就必须检修空压机。(空压机内窜气会使下排气增大, 也会出现烧机油现象)

⑤油浴式空气滤中的机油太多, 也会造成发动机烧机油现象。