

线性代数课程的教学对策探析

张慧

(金陵科技学院 江苏 南京 210096)

摘要: 线性代数是高校的基础课程, 它不仅在各个领域应用广泛, 还是学好后续相关专业课程的有力工具。但是, 线性代数抽象难懂, 学生对基本概念和知识点理解比较困难。为此, 本文将对如何提高学生对线性代数课程的学习效果进行教学对策分析, 主要涉及教学内容和教学方法等方面。

关键词: 线性代数; 应用案例; 线性方程组

线性代数是应用型本科院校大学生的一门重要基础课程, 也是后继相关课程和将来科技工作的数学基础。但线性代数这门课程内容比较抽象, 符号多, 做题步骤比较复杂, 对大学生来说感觉比较枯燥, 学习效果不好。因此, 在教学中, 采取一些对策是很有必要的。本文将从教学内容和教学方法两方面去分析。具体来说, 教学内容上, 我们将注重定义、概念的引入, 并融入案例讲解其应用; 教学方法上, 注重梳理章节及知识点之间的联系。

一、注重定义、概念的引入, 并适当地融入应用案例

线性代数课程中会涉及很多定义和概念, 本文将以行列式和矩阵为例, 详细说明如何引入抽象的定义及融入其应用案例。

1. 行列式

我们知道, 线性代数课程第一个抽象概念是行列式, 也是学生对这门课程的第一印象。在引入概念时, 先讲解二阶、三阶行列式的概念是来自于二元、三元方程组解的表达式, 对于更一般的 N 元方程组, 为了简洁直观地表示出解的表达式, 我们引入 N 阶行列式的概念。在用途上, 我们举例加以说明。

案例 1: 以 R^2 中的两个非零向量 $\alpha = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ 为邻边的平行

四边形的面积是行列式 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ 的绝对值。

证明: 在直角坐标系中, 用 A 表示点 (a, b) , B 表示点 (c, d) , O 表示点 $(0, 0)$ 。取 $\alpha = \overrightarrow{OA}, \beta = \overrightarrow{OB}$ 。不失一般性, 设 α, β 对应的分量不成比例。则所求的一个底边 OB 的长为 $\sqrt{c^2 + d^2}$, 该底边上的高 h 为点 A 到直线 OB 的距离。由平面解析几何知识知, 直线 OB 的方程为 $dx - cy = 0$ 。因此 $h = \frac{|ad - bc|}{\sqrt{c^2 + d^2}}$ 。从而平行四边形面积为 $|ad - bc|$ 。证毕。

从案例 1 中可以看出二阶行列式的几何应用, 类似地, 三阶行列式可以用来求多面体的体积, 这个将在混合积的坐标表达式中说明。因此, 二阶、三阶行列式可以看成二维、三维空间中几何图形的度量。

2. 矩阵

矩阵是线性代数的主要内容, 它既是研究线性方程组、线性变换、二次型等代数问题的重要工具, 也是多元函数微分学、微分方程、解析几何等数学其他分支中的重要工具。在引入概念时, 着重说明矩阵是指纵横排列的二维数据表格, 较早来源于表示线性变换或多元线性方程组。在用途上, 我们用下面例子(密码问题)加以说明。

案例 2: (密码问题) 先给每个字母指派一个码字, 如下表所示:

字母	a	b	c	...	z	空格
码字	1	2	3	...	26	0

如果发送者想要传达指令 action:1,3,20,9,15,14,可以直接发送

矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 15 \\ 20 & 14 \end{pmatrix}$, 但这是不加密的信息, 极易被破译, 很不安全, 我们必须对信息加密, 使得只有知道密钥的接收者能够快速、准确

地破译。例如, 取 3 阶可逆阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $B^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -6 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & -3 \end{pmatrix}$, 发送者用加密矩阵 B 对信息矩阵 A 进行加密, 再发送矩阵

$$C = BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 15 \\ 20 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 67 & 81 \\ 45 & 61 \\ 90 & 110 \end{pmatrix}$$

接收者用密钥 B^{-1} 对收到的矩阵 C 进行解密, 得到

$$A = B^{-1}C = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 15 \\ 20 & 14 \end{pmatrix}$$

这就表示指令 action。

二、注重各章节、知识点之间的串联关系

线性代数主要内容有行列式、矩阵、向量组、线性方程组和二次型等。每个章节内容相互关联、相互渗透。学习线性代数课程的主要目的是求解一般的线性方程组, 也因此产生了行列式、矩阵等概念。行列式概念的提出可理解是为了简洁表示出一些特殊线性方程组解的表达式, 详细可见克拉默法则。矩阵的引入可理解是为了简洁地给出线性方程组解的存在性定理, 向量组的引入可理解为更好地描述线性方程组解的结构及解的表达式。二次型中重要内容是求标准形且其主要步骤是解一些齐次线性方程组。

另外, 矩阵、线性方程组及向量组是贯穿这门课的三个主要概念, 所以理清这三者之间的关系, 有助于学生对这门课的学习。下面简单加以阐述。设某个齐次线性方程组的矩阵表示为 $AX=0$,

其中 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, $\alpha_i = (\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots, \alpha_{mi})^T$, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。那么它的向量表达式为 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \dots + x_n\alpha_n = 0$ 。因此, 很容易推出下列四个关系等价: 向量组 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ 线性相关; 存在不全为零的 l_1, l_2, \dots, l_n 使得 $l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 + \dots + l_n\alpha_n = 0$; 齐次线性方程组 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \dots + x_n\alpha_n = 0$ 有非零解;

秩 $(A) < n$ 。同理可得下列四个关系等价: 向量组 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ 线性无关; 若 $l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 + \dots + l_n\alpha_n = 0$, 则

(下转第 96 页)

养、校外选聘的方式来解决。整合其他高校师资力量和社会资源,邀请专门研究美育和非遗相关内容的教授、专家、非遗传承人等对美育教师做集中培训。同时外聘校外非遗传承人做美育教师开设非遗专题美育课程或讲座,加强与地方文化部门和非遗民间团体的交流与合作,在校内成立非遗项目美育工作室。多方面努力,打造一支结构合理、充满活力,既有理论素养又有实践技能的高素质美育教师队伍。

(2) 建设学科交叉融合的美育课程体系

以培养学生审美能力和传承民族文化为核心,建设多学科交叉融合、结构完整、多层次、多元化、形式多样的美育课程体系。在课程设置方面,将美育基础理论课作为通识必修课程,将音乐、美术、舞蹈、建筑、文学、戏剧等课程作为选修课程,突出民族文化优势和地域文化特色。如在美育选修课中设置具有地域特征的传统艺术类课程、手工艺课程、民俗文化课程等。将非遗文化所代表的传统民族文化融入美育课程体系中,使学生在培养审美能力的过程中提升文化素养。多学科的交叉融合美育课程体系打破了艺术课程的局限性,促进了“以美育人,以文化人”的教育理念的推进,使学生体验到更加综合多元的美,增强学生民族文化自信,践行社会主义核心价值观。

(3) 创新线上线下混合式教学模式助力非遗美育推广

将非遗文化融入高校美育教育,需要创新新的教学模式以适应新时代信息化社会的发展。基于信息化平台的线上线下混合式美育教学新模式,可以充分使用各类文化资源,建设高品质美育慕课,实现资源共享。理论课程和实践课程的分配也可采用线上和线下相结合的方式,理论课的讲授可利用慕课、资源共享课、教学平台直播等形式,实践课则结合工作室实践操作、校外实践基地参观等形式。线上教学更加适合美育课程的选修课性质,慕课形式不受时间和空间的限制,学生可以自由选择适合自己的美育课程。积极开展在线课程的建设,加大非遗文化融入美育课程网络资源的应用,设立专项经费,调动美育教师的积极性。基于信息化平台将学习资源共享,改变传统的课堂教学模式,教与学的关系不再是简单的点对点的讲授,拓宽了学生获取教学资源的渠道,从而接受的知识面更加广泛,教学方法更加丰富。以智慧课堂信息化教学平台为契机,利用各类网络教学平台重点打造非遗文化美育慕课和非遗文化资源共享课程,调动美育工作者、非遗文化传承者、关心学校美育教育的社会力量和政府文化部门充分挖掘和利用校内外非遗文化资源,让全国各地都能享受美育网络资源的共享。

4 非遗文化视域下高校美育教育研究的重要意义

非物质文化遗产作为中华民族传统文化重要的组成部分,其中蕴藏着丰富的美育资源。当前在高校美育热与非物质文化遗产保护

热的双重作用下,非遗文化在高校美育中价值凸显,将非遗文化与高校美育深度融合将有助于对非物质文化遗产的传承与保护,提升大学生民族文化自信与审美能力,助力美育课程教学改革与研究。

(1) 提升民族文化自信

美育课程在丰富学生美学理论和培养学生艺术创造思维的同时还可提高学生的思想道德修养。在高校中通过美育课程开展中国传统文化教育,能够让学生在情感上产生共鸣,树立对国家和民族的文化自信。非遗文化代表着中华民族悠久的历史 and 璀璨的传统文化,通过非遗文化在高校美育课程中的教育推广,有助于强化新时代大学生的文化修养,提升大学生民族文化自信,培养大学生的社会主义核心价值观。

(2) 丰富美育课程资源

美育课程资源是美育课程全面育人的一切资源,包括了校内课程教学场所、校内外实践场所、教材、网络课程资源、非遗文化传承、地方民俗和文化等。将非遗文化融入美育教育,丰富了美育课程资源,以高校美育课程教学目标为指导,以理论和实践相结合的方式将非遗文化进行融合、转换,构建审美教育、品德培养于一体的高校美育课程资源体系和科学、整体、融合的美育教学内容,有利于进一步拓展高校美育多维度研究空间。

5 小结

高校作为美育教育的主战场,担负着美育教育改革的重任,通过美育教育培养“德智体美劳”全面发展的社会主义接班人。在非遗文化视域下,实现非遗文化和高校美育教育的有机融合,打造实力雄厚的高素质师资队伍,建设交叉融合的美育课程体系,促进“以美育人,以文化人”的教育理念的落实,美育课程更加容易被高校学生所理解并且需要,可以有效地培养大学生对非物质文化遗产的认知和创新能力,一方面促进非遗文化的创新发扬,另一方面也壮大了文化传承人团体,对我国非遗文化的持续健康发展具有重要意义。

参考文献:

[1]任艳.民间美术资源在中学美术教育中的应用[J].美术教育研究,2020(15):144-145.
 [2]吴慧凤,王舵.基于“以美育人”的高校美育工作模式探究[J].成才之路,2020(32):36-38.
 基金项目:2021年度山东省艺术教育专项课题,项目名称:非遗文化视域下高校美育教育研究与实践,项目编号:L2021Y10290140。
 作者简介:陈延华,女,汉,山东德州,1986.10,讲师,研究方向:软件开发、教育研究。

(上接第 92 页)

l_1, l_2, \dots, l_n 全为 0; 齐次线性方程组 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \dots + x_n\alpha_n = 0$ 只有零解; 秩(A)=n。类似地,设某非齐次线性方程组的矩阵表示为 $AX = b$, 其中 A, X 的表示如上, $b = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$ 。那么它的向量表达式为 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \dots + x_n\alpha_n = b$ 。因此,易得下列四个关系等价: 向量 b 可由向量组 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ 线性表示; 存在系数 l_1, l_2, \dots, l_n , 使得 $l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 + \dots + l_n\alpha_n = b$; 非齐次线性方程组 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \dots + x_n\alpha_n = b$ 有解; 秩(A)=秩(A, b)。

总的来说,线性代数课程有两大特点:其一,有一定的抽象性;其二,各个章节内容相互关联。我们根据这两个特点,考虑用简单的案例教学来加深学生对概念、定理的理解,同时通过一些知识点

的梳理,让学生更加深入理解各个章节知识点之间的联系。关于更多案例可参考文献[1],关于更多知识点的梳理可见文献[2, 3]。相信通过案例教学及知识点的梳理,不仅在课堂上提高学生学习的积极性,而且让学生形成比较完善的知识体系,进一步地提高教学效果,提高学生对线性代数这门课的认知度,从而有利于锻炼学生运用线性代数知识解决实际问题的能力。

参考文献:

[1]王云杰,吴翠兰.浅谈案例教学法在线性代数中的应用[J].中国新通信,2021,23(06):206-207.
 [2]王圣祥,郭双建.应用型本科院校线性代数课程教学改革与实践[J].菏泽学院学报,2020,42(02):104-107.
 [3]杨威.基于思维导图的“线性代数”形象化教学探究[J].教育教学论坛,2021(01):17-20.