

基于数学建模思想结合实践教学的高等数学教学改革的研究

姜雄 张宇

(辽宁科技学院 辽宁 本溪 117004)

摘要：本文在传统教学的基础上，以“启发应用，提高能力”为宗旨，进行高等数学教学改革，提出一种将数学建模融入教学的实践活动，从而提高高等数学的实践应用作用。

关键词：高等数学；数学建模；教学实践

Abstract: On the basis of traditional teaching, with the purpose of "enlightening application, improving ability", the paper conducts higher mathematics teaching reform, and puts forward a kind of mathematical modeling into teaching practical activities, so as to improve the practical application role of higher mathematics.

Key words: higher mathematics and mathematics modeling teaching practice

1 应用型工科高校高等数学教学的问题

应用型本科院校的高等数学的教学内容应贴近实际应用，高等数学与高等数学内容之外的教学对工科大学学生有更大的影响。高等数学是数学专业中数学分析的简化版，将复杂抽象的理论部分进行删减，降低了学习难度，同时加大了基础题型的技巧性训练，从而降低了教学难度。

高等数学的教学改革一直进行中，包括授课内容和授课形式以及数学实验方面，都在进行改变。

但无论如何变化，高等数学都离不开“应用”。所以在应用型教学的环境下，引入数学建模思想是非常重要的。因此，在这种形势下，高等数学教学考虑如下几方面建议。

1.1 建议对高等数学原理和背景进行讲授

工科院校的高等数学对数学原理强调不算深刻，但高等数学基础原理对数学本身的学习、理解与应用十分重要，所以应在教学过程中对基础知识的直观阐述时，加深数学原理与背景的讲授。

例如1，“极限”概念的教学，不仅要介绍描述性概念，抽象性概念，还要讲述历史根源和其哲学原理。

例如2，“微元法”的教学，我们从中国古代数学“堆积术”引入，强调“微分”与“和”的原理。

例如3，“微分方程”的教学，描述实际对象的某些特性随时间而演变的过程，分析它的变换规律，预测他的未来性态时，可以简化规律微分方程

通过原理和背景的讲述，使工科大学学生加深对数学原理的理解，接受思维方法的训练，提高应用能力。

1.2 将数学建模的方法融于高等数学基础教学之中

数学建模有其本身内在规律和法则，高等数学的学习作用主要在于应用，数学建模恰好可以延伸高等数学的应用。高等数学知识与数学建模理论互相穿插，既加深了数学的理解，又加深了数学实践应用。

下面简单说明高等数学中几个模型。

1.2.1 数学建模中极限模型

讲述高等数学极限概念时，引入《庄子·天下》：一尺之棰，日取其半，永世不竭。

建立模型：假设时间 t 天，为剩余长度（单位为“1”）。

第1天 $y(1) = f(1) = \frac{1}{2}$

第2天 $y(2) = f(2) = \frac{1}{4}$

第3天 $y(3) = f(3) = \frac{1}{8} \dots$

第 n 天, $y(n) = f(n) = \frac{1}{2^n}$

抽象成极限表达式：为 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = A$

验证模型： $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$

1.2.2 数学建模中微元模型

微元法教学时，首先建立直角坐标系；选变量确定范围；确定

“微元 dA ”，求总量 $\int_a^b dA$ 。

例如变力做功问题：在高15米，直径为20米的圆锥型容器中装满水，将水全部抽出做多少功？

建立直角坐标系，求出直线方程 $y = 10 - \frac{2}{3}x$

确定功的微元

$$dW = x\pi\rho g y^2(x)dx = \pi x\rho g (10 - \frac{2}{3}x)^2 dx$$

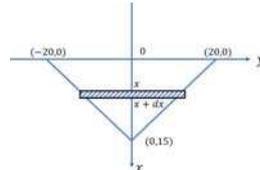
$$W = \int_0^{15} \pi\rho g x(10 - \frac{2}{3}x)^2 dx$$

从而所求功

1.2.3 数学建模微分方程模型

例如人口预测模型，模型假设：人口增长率为常数，在 t 时刻

人口数为 $x(t)$ 初始时刻 $x(0) = x_0$ ，人口增长率为 r 。



$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

建立微分方程模型：

$$\text{容易解出 } x(t) = x_0 e^{rt} (r > 0)$$

工科高等数学的教材数学理论本身的内容是不够的，很少涉及数学方法，即如何运用数学工具，解决非数学问题，融入数学建模可以加深高等数学的深度理解，有利于高等数学的工科学习中工具作用。

1.3 高等数学的计算体系的延伸

积分学的公式和计算方法，为实际应用中提供理论依据。但在实际应用中，不仅要求出理论解，有时还需要计算实际问题的解析解。因此，适当学习一些算法和语言对工科大学生有重大的实践意义。

例如：放射性废料的处理问题美国原子能委员会处理放射性废料的方法，把它们装入密封圆桶，扔到90多深海底。生态学家担心圆桶下沉海底时会与海底碰撞而破裂，造成核污染。为此，工程师们进行碰撞试验，当圆桶下沉速度超过12.2m/s与海底相碰时，可能破裂。为了避免圆桶破裂，需要计算圆桶下沉速度多少。已知 $m=239.46kg, V=0.2058m^3$ 。若圆桶速度小于12.2m/s，说明方法可靠，否则禁止使用此方法处理核废料。假设水的阻力与速度大小成正比，比例常数 $k=0.6$ 。要求建立数学模型判定这种处理方法的可靠性。

运用微分方程建立模型：

$$F = G - H - f$$

$$\therefore F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2s}{dt^2}, G = mg, H = \rho gV, f = kv = k \frac{ds}{dt}$$

所以圆桶的位移和速度满足下面的微分方程

$$m \frac{d^2s}{dt^2} = mg - \rho gV - k \frac{ds}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg - \rho gV - kv$$

$$\text{初始条件 } \left. \frac{d^2s}{dt^2} \right|_{t=0} = s|_{t=0} = 0$$

求得位移函数为：

$$s(t) = -171510.9924 + 429.7444t + 171510.9924e^{-0.0025056t}$$

代入初始条件，求得速度函数为：

$$v(t) = 429.7444 - 429.7444e^{-0.0025056t}$$

由于 $s(t)=90m, t=12.9994s$, 求出 $v=13.7720m/s$.

显然，速度超过了 12.2m/s, 所以这种方法不合理。

运用 MATLAB 如下：

```
Clc,clear
s yms m V rho g k
S=dsolve('m.*D2S-m.*g+rho.*g.*v+k.*Ds','s(0)=0,Ds(0)=0');
S=subs(s,{m,V,rho,g,k},{239.46,0.2058,1035.71,9.8,0.6});
S=vpa(s,10)%求位移函数
V=dsolve('m.*Dv-m.*g+rho.*g.*v+k.*v','v(0)=0');
V=subs(v,{m,V,rho,g,k},{239.46,0.2058,1035.71,9.8,0.6});
V=vpa(v,7)%求速度函数
y=s-90
Tt=solve(y)%求到达海地的时间
Vv=subs(v,tt)%求到达海底 90 米的速度
```

2 将数学建模结合在高等数学教学中的设计方案

2.1 教材处理

对于当前工科通用教材高等数学（同济大学版），教学设计：数学知识原理与背景+数学建模思想+计算方法训练，采用三个模块相结合的形式处理教材。

数学知识原理与背景可以通过讲授进行，同时采用多种教学模式。

数学建模思想可以通过课后应用题进行模型的建立和解决问题。

计算方法的训练可以通过习题训练和简单的 Matlab 进行编程解决。

2.2 教学处理

在教学过程中，除了对教材的基本处理，要求教师在教学中增加数学建模的“示范”和“指导”内容。突出高等数学的工具作用，启发工科大学生的数学应用意识，并且训练他们的数学应用能力。同时在教学中引导学生课外时间的自学意识，强调独立思考，开发创造性思维。可以通过微小型数学建模论文形式完成教学过程中时间训练和考察。

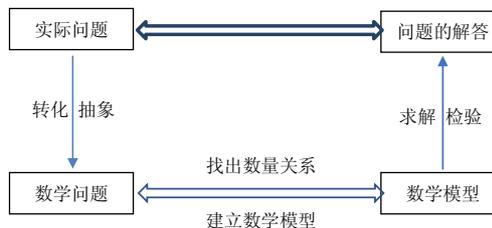
2.3 实践处理

理论应用与实践，高等数学的工具作用是指对专业知识学习和理解的作用，对于高等数学本身的应用于实践，最好的方式是积极参加大学生建模活动。辽宁高校每年举办辽宁省大学生数学建模竞赛和全国大学生数学建模竞赛各一次。

通过教师的指导和培训，形成构建数学建模的能力。在教学实践中形成划归：（1）抓住问题的本质

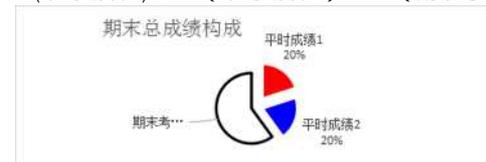
- （2）选择其中关键的变量
- （3）将实际问题抽象为数学问题
- （4）建立各变量之间的数学式
- （5）用计算方法和语言解决实际问题。

上述过程可以集中表示为：



2.4 成绩处理

按照时下应用型本科流行的 N+2 教学模式，期中，期末总成绩为 20%(平时成绩 1)+20%(平时成绩 2)+60%(期末考试成绩)



这样要求既便于操作，又可以在教学实践中确定教学改革内容兼顾数学知识和数学应用能力两个方面的教学。通过成绩的给出，不仅丰富了教学内容，而且引起工科大学生对高等数学的深入讨论和学习兴趣。

3 实践教学成果与期望

3.1 提高学习高等数学的积极性

在高等数学的课堂教学中，枯燥的数学知识和单调的 PPT, 让大部分学生成为课堂的低头族。教学改革的目的，不仅加深知识的理解和应用，更重要是提高当代大学生的学习兴趣和面貌。大学生数学建模的实践教学可逐渐提高课堂上学生的情绪和气氛，通过分析和讨论，并且在总评成绩考察方面给出优先，这样可以大大促进学生对于高等数学的学习兴趣。

3.2 提高学生的综合素质

通过课堂教学、课外自学、参加大学生数学建模竞赛，在教师的讲授、指导和启发过程中，学生独立解决实际问题，在解答中包括调查统计，数据分析，模型建立，算法语言，编写程序，结果讨论，形成论文。不仅学会解决实际问题，更是提高大学生的综合素质。

4 结尾

在高等数学的教学改革中，教师们一直在探索如何既能保证学生在逻辑推理里、分析计算等方面的严格训练，又能保证学生用数学知识解决实际问题能力的

途径。数学建模完美解决这个问题，是达到教学目的的有效活动。

因此，在高等数学教学活动中，融入数学建模思想是十分必要的，重视构建数学建模的能力，是提高教育质量，深化高等数学的教学改革，提高大学生综合素质的需要。

参考文献：

- [1] 同济大学数学系编 高等数学[M] 高等教育出版 2007 年 6 版
- [2] 丁素珍 王涛 佟绍成 高等数学课程教学中数学建模思想的研究与实践[J]. 辽宁工业大学学报（社会科学版）2008.4 (34-36)
- [3] 蒋志强 高等数学融入数学建模方法的研究[J] 吉林教育学院院报 2010.3
- [4] 肖云 教数学建模融入高职数学教学的实践研究[J]. 陕西能源职业技术学院学报 2019.2
- [5] 司守奎 孙玺箴 数学建模算法与应用[M] 国防工业出版社 2014

作者简介：

姜雄，男（1968-）满，辽宁科技学院副教授，研究方向：高等数学教学。

张宇，男（1986-）汉，博士，辽宁科技学院讲师，研究方向：高等数学教学与材料科学。

本文为辽宁科技学院 2021 年教改项目：基于线上线概率论与数理统计课程建设的探索与实践 主持人：张宇博士