

几何画板在圆中的教学研究

——以“圆与圆的位置关系”为例

倪银荷

上海市嘉定区嘉二实验学校 上海 201812

摘要:在科技迅猛发展的当今社会,现代信息技术融于课堂教学也变得越来越普遍,几何画板作为计算机辅助教学的软件之一,有其独特的优越性:作图精准、动态演示、趣味性强。在几何教学中,使用几何画板可以化抽象为具体,帮助学生理解,因此,几何画板受到很多一线教师的喜爱。本文主要结合“圆与圆的位置关系”这节课例对两位教师不同的教学进行分析,在此基础上进行教学改进,研究学生在使用了几何画板的课堂上会有怎样的表现,怎样融入几何画板进行课堂教学,能够最大化地提高课堂效益。

关键词:几何画板;两圆位置;教学研究

学生在六年级时学了圆当中的一些计算问题,九年级主要学习圆的基本性质,直线与圆的位置关系,圆与圆的位置关系,以及正多边形与圆的相关内容,从内容上来看,九年级所学的圆的相关知识更加抽象,对于学生的逻辑思维能力,数形结合的分析能力要求更高。本节课选自沪教版教材九年级数学下册第 27 章第 2 节,主要研究圆和圆的位置关系,以及两圆半径与圆心距数量关系的运用。笔者在听完 A 教师和 B 教师的两节课之后,结合自身教学,从以下几个方面进行分析:

1 教学片段分析

1.1 引入环节

A 教师在引入两圆的位置关系时,采用的是课本上的方法,让学生们自己在纸上画好一个圆,然后把硬币看成另外一个圆,在移动硬币的过程中体会两圆的位置关系。B 教师在引入两圆位置关系时,用的是几何画板演示从外离—外切—相交—内含—内切—相交—外切—外离的一个连贯的过程,总结归纳出五种位置关系。

笔者在现场听课和视频分析中发现,九年级的学生和六年级的学生上课状态存在很大的区别,课堂氛围比较严肃,A 教师这一环节虽然是让学生自己动手操作,但学生之间并没有什么交流,没有主动发现几种位置关系的分类,后来 A 教师在黑板上演示两圆外离、外切、相交、内切、

内含的时候究竟是什么样子的,但动手操作的时候,有些线条因为没有颜色的区分,所以分界的地方看的不是特别清楚。从笔者的视角来看,B 教师使用几何画板看的比较清楚一些,学生与老师之间的互动更多。

1.2 难点突破环节

这个环节主要就是得到在五种不同的位置关系时,圆心距和两圆半径分别有怎样的关系。在突破这个难点时,两位教师采用的方法也不同。

A 教师是用 ppt 先展示出五种圆的位置关系,位置关系分成了三大类,五小类,三大类是分成无交点、有一个交点、有两个交点。无交点的时候分为外离和内含两种情况,有一个交点分为外切和内切两种情况。有两个交点就只有一个相交的情况。

B 教师这个环节依旧是使用的几何画板,B 教师没有像 A 教师先对两圆的交点个数分成三大类,而是直接按照由远到近的五种位置关系来探讨。

点击“移动 R1”、“移动 R2”两个按钮,然后让学生观察在五种位置关系时,圆心距和两圆半径之间的变化,师生共同归纳得出结论。(见图 1)

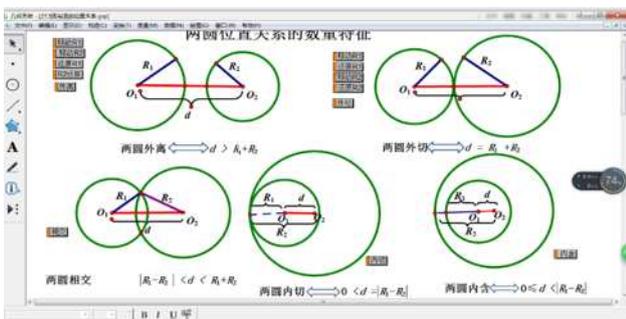


图 1 B 教师课件截图

分析：A 教师这个环节使用 ppt，从课堂反应来看，有部分学生不是特别清楚，虽然其中也有学生自己动手操作的一小部分，但是学生对于好几条线段混在一起难以抽象出具体的线段长度之间的关系，而且这个 ppt 上没有区分出圆心距和半径，不太方便学生的理解，但 A 教师将位置关系按交点个数进行分类这点笔者觉得还是有助于学生的理解的，以后学生看到有关圆与圆位置关系的题目时，脑子里会浮现出有几个交点对应什么样的图形。B 教师这一环节用几何画板来讲解，总体来说，至少看起来清楚了很多，而且将任意位置的半径旋转到与圆心距在同一直线上，其实无形中也加深了学生对于图形旋转的理解，渗透动态几何思想，不过 B 教师在这一环节主要以自己演示和学生猜想归纳为主，如果适当加入学生的自己动手作图，探索出结论会更好。

2 课堂教学实施

在听完两位老师的课之后，笔者在 A 教师和 B 教师的两节课的基础上稍作调整和改进，在自己的班级也上了一节课。

(1) 在引入环节，笔者听从了老师们的建议，先让学生自己画好图，让学生自己在平移硬币时对产生的几种位置情况有个直观的感受，然后笔者用几何画板演示其中一个圆由远到近靠近固定的一个圆的过程中，产生的五种基本情况，引导学生分类。

(2) 在讲圆心距和两圆半径之间的关系时，也是先让学生自己把五种位置情况画好，小组先进行讨论交流，待学生自己已经思考得差不多之后，再结合几何画板先带着学生一起研究外切和内切两种特殊的位置对应的圆心距和半径的关系，渗透由特殊到一般的思想。而且从图 5 中的几何画板中可以直接度量出圆心距和两圆半径之和以及两

圆半径之差的绝对值之间的关系，对于学生来说比较直观，易于理解。然后在讲其他三种位置关系对应的圆心距和半径的数量关系时，在黑板上板书，请学生说明怎样得出圆心距和两圆半径的关系的。在分析完这五种情况之后，带着学生归纳出一个类似于数轴的图，能帮助学生更好地理解重难点。（见图 2）

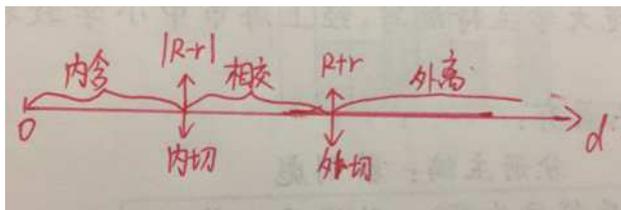


图 2 两圆位置与两圆半径之间的关系

(3) 最后，在总结本节课的收获时，让学生先说说这节课的收获，从三方面说明本节课的收获：(1) 是什么 What? (2) 怎么做 How? (3) 为什么 Why?

3 课后测试数据分析

笔者课后对三个班级的学生分别做了课后测试，目的是了解学生对于五种位置关系是否清楚，以及每种位置情况下圆心距和半径之间的关系学生理解的是否透彻，具体题目（见图 3）：

A、B 两位老师所执教班级分别记为 A 班、B 班，笔者所执教的九年级班级记为 C 班，三题整体得分情况（见表 1），总体来说，三个班前两道题正确率还可以，第三道题正确率偏低，C 班在三个班级中正确率较高，A 班正确率稍低。

表 1 三道题整体正确率

正确率情况	班级		
	A 班	B 班	C 班
第一题正确率	63.63%	82.61%	84.00%
第二题正确率	54.55%	73.92%	84.00%
第三题正确率	36.37%	52.17%	64.00%

- 1、已知两圆内切，圆心距为 2cm ，其中一个圆的半径长为 3cm ，求另一个圆的半径长。
- 2、已知两圆的直径长分别为 6cm 和 8cm ，圆心距为 14cm ，试说明这两个圆的位置关系。
- 3、如图， $\odot B$ 、 $\odot C$ 相外切于点 A，其半径分别是 8 和 4，将 $\odot C$ 沿直线 BC 平移至两圆内切时，则点 C 移动的长度是_____。

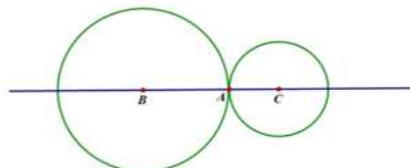


图 3 学生课后检测题

第一题是考查内切时两圆圆心距与半径之和的关系，学生中用画图的方法来做的比较少，通过画图并且做对的三个班总共才 15 人，一种可能是本题比较简单，直接列方程做也很清晰，没什么干扰，当然本道题方程也列不出的人就是对圆与圆的位置关系中圆心距与两圆半径的关系没有理解透彻，找不到内切时这三者之间的关系。从表 2 的数据来看（见表 2），B 班的正确率要高于 A 班，说明用几何画板对于学生的知识理解还是有帮助的。笔者在 B 教师的基础上增加了带学生一起画图的环节，所以学生用画图的手段来解决这道题的人会比较多一点。

表 2 第一题正确率

答题编码情况	A 班		B 班		C 班	
	人数	百分比	人数	百分比	人数	百分比
1 正确、画图做的	4	18.18%	3	13.04%	8	32.00%
2 正确、未画图，直接计算得到的	10	45.45%	16	69.57%	13	52.00%
3 画图错误导致答错	3	13.64%	1	4.35%	2	8.00%
4 未作图，方程列错	5	22.73%	3	13.04%	2	8.00%

第二题画图做的人更加少了（见表 3），笔者客观分析了下，应该是这道题本身位置关系未知，学生不喜欢位置关系未知的时候画图解决圆与圆的位置关系里的题目。审题错误的同学就是误将直径看成半径，这样算下来正好圆心距就等于两条半径之和，得到的答案就是外切了。还有一部分同学已经得到两条半径分别为 3cm 和 4cm，然后写了答案却写的不是外离，说明这五种位置关系对应的圆心距和半径的关系没有掌握好。B 班做对但是未画图的比 A 班要多，说明在本节课最重要的知识点上 B 班掌握的要比 A 班好，说明使用几何画板还是能够帮助学生突破重难点的。

表 3 第二题答题情况

答题编码情况	A 班		B 班		C 班	
	人数	百分比	人数	百分比	人数	百分比
1 正确、画图做的	2	9.10%	1	4.35%	3	12.00%
2 正确、未画图，直接计算得到的	10	45.45%	16	69.57%	18	72.00%
3 审题错误，直径看成半径	4	18.18%	2	8.69%	1	4.00%
4 外离时不明白圆心距和半径关系	6	27.27%	4	17.39%	3	12.00%

可以看出（见表 4），这道题要想不画图能够做对，还是比较困难的，本道题最多的错误原因就是很多同学只考虑了一种情况。

表 4 第三题答题情况

答题编码情况	A 班		B 班		C 班	
	人数	百分比	人数	百分比	人数	百分比
1 画图并且做对的	6	27.27%	9	39.13%	12	48.00%
2 没有画图痕迹但答案正确	2	9.10%	3	13.04%	4	16.00%
3 画图只考虑了一种情况的	11	50.00%	9	39.13%	6	24.00%
4 空着或者完全不明白题目意思	3	13.63%	2	8.70%	3	12.00%

漏解的同学笔者统计后全都是只考虑了下面（见图 4）的情况，正确解法（见图 5）所示，要考虑位置关系可能出现的两种情况。

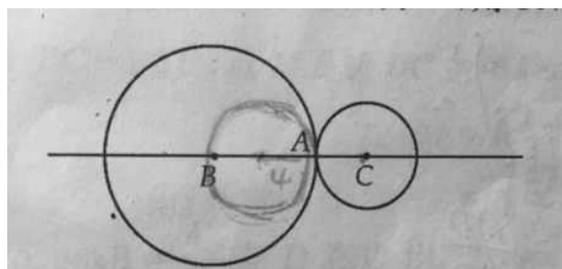


图 4 错误解法

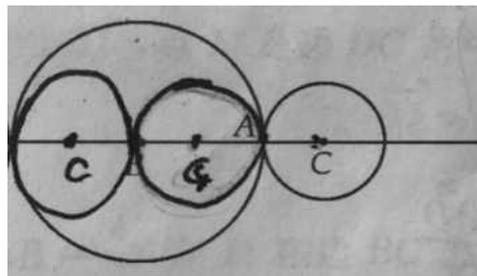


图 5 正确解法

这道题漏掉一种情况归根结底还是对圆的五种位置是怎样得来的不够清楚，虽然每位老师在课堂上都动态演示了这五种位置情况，B 教师让学生自己动手操作，自己移动圆，学生的参与度还是很高的，但是可能由于教具并不能做到透明状，所以在移动过程中，学生看的并不是特别清楚，如果 A 教师让学生动手操作完后，有了直观地感知之后，再用几何画板演示一遍，笔者相信效果会更加好。

4 结论与启示

(1) 几何画板能有效帮助学生突破重难点，建立新的知识结构

在两节课中的课后测试中，笔者发现能够死记硬背结论做出来的题目，几个班级的正确率相差不大，关键就在

有思维含量,需要学生运用数学思想方法来分析的题目正确率的差别还是比较大的。数学课堂其实最关键不是要得出最后那个结论,很多学生在没有上课之前在外面补课机构就已经知道了结论,但这只是知其然而不知其所以然,教师最重要的是在得出结论前引导学生经历探索过程,形成数学思想,提升数学境界。而几何画板能够让几何图形“活”起来,动态模拟,创设情境,帮助学生将直观认识和抽象认识联系起来,建立新的知识结构。

(2) 几何画板有助于学生形成数学思想

“圆与圆的位置关系”这节课中包含了“分类讨论”“数形结合”等不错的数学思想方法。从课后测试题的情况来看,使用几何画板的班级在做到涉及数学思想方法的时候,还是有所体现的,虽然正确率也不一定很高,但是能够收获一定的数学方法,笔者觉得还是值得的。

(3) 几何画板要与传统教学方式相结合

从测试卷答题情况来看,课堂上只使用了几何画板的话,学生就不太愿意自己动手画图,虽然可能对于知识点的掌握不差,但一旦遇到需要自己画图理解的时候,就会

不如人意。如果课堂上能将几何画板和传统教学方式相结合,比如说让学生自己动手操作,书写必要的板书,规范学生的格式,这都是非常必要的。几何画板毕竟只能作为一个演示工具,一个用来辅助教学的工具,是不能够去替代我们传统的教学方式的。

参考文献:

[1] 李新静. 浅谈九年级《圆》教学方法的改进 [J]. 考试周刊, 2017, 第 75 期, 71

[2] 黄锦全. 结合几何画板优化初中数学课堂教学 [J]. 数学与信息, 2015, 第 10 期, 49-50

[3] 尚晓青. 动态几何软件与中学数学教学整合策略与实例 [M]. 北京: 科学出版社, 2014.

[4] 张文梅. 几何画板对初中学生几何动态问题解决的有效性探索 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2010

作者简介:

倪银荷(1991—), 女, 汉, 江苏, 研究生, 上海市嘉定区嘉二实验学校, 一级教师, 数学与应用数学。