

# 高中数学导数教学中的理解困难及解决策略

## ——基于“四基”教育理念的探讨

王乐天

重庆九龙坡区升华职业培训学校 重庆市九龙坡区 400050

**摘要:** 导数作为数学学科中的重要概念, 在高中数学中占据重要的地位也是高中数学的重要内容之一, 学生在学习过程中往往会遇到许多理解上的障碍, 尤其是在掌握导数的定义、几何意义和相关应用时, 存在较大难度。本文结合微积分的历史发展背景, 分析了学生在学习导数时的常见理解难点, 并从新课标提出的“四基”理念——基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验入手, 探讨了导数教学的有效策略, 激发学生的数学思考, 帮助学生更加牢固地掌握导数的基本概念, 培养他们的数学思维能力, 特别是问题发现、分析与解决问题的能力, 同时注重归纳与演绎能力的平衡发展。

**关键词:** 高中数学; 导数教学; 理解困难; 解决策略; 四基教育理念

### 引言

高中数学确实难, 导数 (Derivative) 是微积分中的重要基础概念, 导数更是一大难点。它的抽象性使得很多学生在学习时感到困惑。一些同学数学基础不够扎实, 对于导数的概念的理解成为难点; 另外一些同学即使勉强理解公式和定理, 又不能灵活运用, 导致解题, 不能第一时间联想到这道题要用的相关考点和公式, 答题才会处处受限。

#### 1. 在导数教学中学生主要面临的主要问题

##### 1.1 导数定义的抽象性及微积分的历史背景

导数的定义本质上是基于极限思想, 这一数学概念的历史可以追溯到 17 世纪。牛顿和莱布尼茨独立发展了微积分, 用来描述物体运动的瞬时变化。然而, 在他们的时代, 极限的概念并没有得到严格的定义, 数学家们更多是凭直觉进行计算。这样的计算方法虽然在解决物理问题中非常有效, 但在逻辑上存在许多漏洞。因此, 18 世纪末期微积分的基础受到了质疑, 导致了所谓的第二次数学危机。直到 19 世纪, 法国数学家柯西和德国数学家魏尔斯特拉斯重新构建了极限的严格定义, 才奠定了现代微积分的理论基础。极限理论的引入不仅解决了数学逻辑中的漏洞, 也使得导数的定义得到了严格和清晰的解释。然而, 对于高中生来说, 这一历史背景和极限的抽象性使得导数的定义难以直接理解。极限涉及到“无限接近”的概念, 学生在初次接触时往往难以在脑海中形成直观的画面<sup>[1]</sup>。要解决这个

问题, 教师需要在教学中注重导数历史背景的介绍, 帮助学生了解导数发展的过程和极限思想的本质, 学生可以更好地理解导数的实际应用, 并通过类比和实际问题让学生理解抽象的数学概念。也可在教授导数时, 通过具体的历史事件和科学家的贡献, 帮助学生打牢基础, 并将导数知识融会贯通。

##### 1.2 对瞬时变化率的误解

瞬时变化率是导数的核心, 但许多学生在刚开始接触时无法理解这一概念的真正含义。学生容易将瞬时变化率与平均变化率混淆, 尤其是在解决物体运动的问题时, 学生往往倾向于将这两者视为相同的概念。这种混淆源于学生对极限思想的掌握不够深入。平均变化率是两个确定点之间的变化, 而瞬时变化率描述的是物体在某一瞬间的变化率。这一瞬时变化率的概念不仅抽象, 还需要借助极限思想才能得以精确定义。为了帮助学生更好地理解瞬时变化率, 教师可以设计一系列实验。例如, 通过物理实验让学生观察物体的运动, 并测量其不同时间段的速度, 然后用缩短时间间隔的方式引导学生逐步接近瞬时速度的概念。结合实际生活中的例子, 如汽车在加速过程中速度的瞬间变化, 让学生通过实践理解数学概念与现实现象的关联。

##### 1.3 导数几何意义的理解困难

导数几何意义理解困难, 主要体现在以下几个方面: 一是对概念理解不透彻; 二是缺乏直观感受; 三是缺乏数

学思想。导数的几何意义是理解其概念的重要途径，即曲线在某一点的切线斜率。然而，学生通常难以将代数运算与几何图形之间的联系建立起来。这种转化对很多学生来说是一个挑战，因为它要求学生能够在抽象的代数符号和直观的几何图形之间进行切换。为了克服这一困难，教师应充分利用现代教学工具，例如利用动态几何软件或者实物模型，展示曲线在某一点的变化，帮助学生通过可视化方式更好地理解导数的几何意义。通过动态展示函数图形与导数的关系，让学生观察切线斜率如何随着函数值的变化而变化，从而增强他们对导数几何意义的直观理解。

#### 1.4 运算与应用的割裂

在实际教学中，学生往往能够熟练掌握导数的运算规则，但在实际应用中却难以灵活运用这些规则。这反映了数学教学中常见的问题：运算与应用的割裂。学生能够在练习册中完成导数的计算，但在面对实际问题时，无法将这些运算结果与问题背景联系起来。为了解决这一问题，教师应注重教学中的应用导向，通过设计具有实际背景的导数问题，引导学生将所学的数学知识运用于现实情境中。例如，教师可以设计一些生活中的问题，如交通中的加速度问题，或经济学中的边际成本问题，帮助学生将导数知识与实际问题结合。

#### 1.5 数学语言的表达困难

数学语言的表达是学生理解导数的另一大难点。许多学生在学习过程中只注重计算结果，而忽略了对数学概念和方法的表述。数学不仅仅是一个符号运算的过程，还要求学生能够用语言清晰地表达其逻辑推理和运算过程。在导数教学中，教师应注重培养学生的数学表达能力。可以通过小组讨论、课堂演示等方式，让学生有机会表达他们对导数概念的理解，并鼓励他们将复杂的数学语言用简明的语言解释给他人，从而提升学生的数学思维能力和表达能力。

### 2. 新课标“四基”理念下的教学策略

新课标提出的“四基”理念，即基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验，明确了学生不仅需要掌握数学知识和技能，还应通过学习数学的基本思想方法，并通过解决实际问题积累数学活动经验。

2.1 基础知识与基本技能：从平均变化率到瞬时变化率  
首先，引入导数的概念。导数是描述函数在某一点的

变化率，它表示函数在某一点附近的局部性质。接着，讲解导数的几何意义。导数可以理解为曲线在某一点的切线斜率。当函数  $y=f(x)$  在  $x=x_0$  处的导数存在时，该导数表示曲线在  $x_0$  处的切线斜率。然后，教授导数的计算方法。导数的计算包括基本初等函数的导数公式、导数的运算法则以及复合函数的求导方法<sup>[2]</sup>。在导数教学中，基础知识与基本技能是学生深入理解和运用导数概念的前提。导数的定义离不开对平均变化率的理解，教师可以通过简单的物体运动问题引导学生从平均变化率过渡到瞬时变化率。举例来说，设某物体在时间  $t$  时的位置为  $s(t) = t^2$ 。教师可以首先让学生计算 2 秒和 3 秒之间的平均速度；然后，通过缩小时间间隔，逐步引导学生计算瞬时速度，进而理解导数的概念。最终通过求导法则，学生可以得到该物体在 2 秒时的瞬时速度：这一过程中，学生不仅掌握了导数的基本定义，还通过反复的计算练习提高了数学技能，为后续的复杂应用打下坚实基础。

#### 2.2 基本思想：极限思想的理解与应用

极限思想是导数的核心，也是数学中非常重要的思维方式。在导数的教学中，教师应注重培养学生对极限思想的理解和应用，帮助他们从“无限接近”的角度去认识和解决问题。通过实际问题的引入，教师可以让学生更加直观地感受到极限的应用场景。例如，在物理中，瞬时速度的计算是通过极限求解的过程。教师可以设计一系列问题，要求学生通过缩小时间间隔来计算物体的瞬时速度，并在此过程中不断强化他们对极限思想的理解。此外，教师可以通过生活中的现象，如车辆的刹车距离与速度变化的关系，让学生认识到极限在解决实际问题中的重要性，从而激发他们对数学思维的兴趣。

#### 2.3 平衡归纳能力与演绎能力：从具体问题到抽象理解

数学思维中，归纳与演绎能力的培养同等重要。归纳能力要求学生能够从具体的例子中总结出普遍规律，而演绎能力则要求他们能够从一般原理推导出具体结果。在导数的教学中，教师应通过不同的方式锻炼学生这两种思维能力的平衡发展。例如，教师可以先通过多个具体例子（如多项式函数、指数函数、对数函数的导数计算），引导学生归纳出导数的通用求导规则。然后，通过链式法则、乘积法则等复杂运算训练学生的演绎推理能力，使他们能够从已知理论推导出复杂的结果。这种教学方法不仅能够

学生从具体问题中获得直观认识，还可以帮助他们通过演绎思维深入理解数学的逻辑结构，从而达到更加全面的思维能力培养。

### 3. 导数教学的创新策略与综合能力培养研究

#### 3.1 教学工具与技术的创新

在导数教学中，教师应充分利用现代教学技术，借助动态几何软件、虚拟实验室等工具，帮助学生更好地理解导数的概念。通过可视化的展示，让学生直观地观察函数的变化与导数之间的关系，提升他们的理解深度。例如，教师可以通过在线数学建模工具，让学生在虚拟环境中设计自己的实验，模拟物体运动、经济模型或工程问题。这不仅能够帮助学生更加深入地理解导数的应用，还能激发他们对数学的兴趣和创造力。此外，教师还可以利用在线课程和智能推荐系统进行个性化教学。通过 AI 平台，教师可以提供个性化的学习资源和练习题目，帮助学生查漏补缺，提高学习效率。

#### 3.2 结合跨学科教学

导数作为一种描述变化的工具，具有广泛的跨学科应用。在未来的教学中，教师可以通过跨学科教学，将导数与物理、经济学、生物学等学科结合起来，让学生了解导数在其他学科中的应用。例如，导数在物理中的应用可以帮助学生理解速度和加速度的概念，而在经济学中的应用则可以帮助学生理解边际成本和收益。通过跨学科的教学方式，学生能够更加全面地理解导数的实际价值，从而提升他们的学习兴趣和动力。

#### 3.3 学生综合能力的培养

导数教学不仅仅是知识的传授，更是对学生综合能力的培养。通过导数的学习，学生能够发展逻辑思维能力、问题解决能力、归纳与演绎能力等多方面的素质。教师应通过设计具有挑战性的实际问题，培养学生的创造性思维和解决问题的能力<sup>[3]</sup>。在教学中，教师应注重引导学生通过多种思维路径解决问题，并鼓励他们在解决问题时发挥创造力，从而培养出能够适应未来社会需求的复合型人才。

#### 3.4 教学评价体系的改进

导数教学的最终目标不仅是让学生通过考试，还应着眼于长期的数学思维和应用能力的培养。因此，教学评价体系应更加多元化，不仅考察学生的运算能力，还应注重

他们在实际问题中的应用能力、思维表达能力以及创新能力。未来，教学评价可以通过项目式学习、问题驱动式学习等方式，让学生通过完成实际项目和问题解决展示他们对导数的理解和应用能力。这样的评价方式不仅能够激励学生更主动地学习，还能够帮助教师更加全面地了解学生的学习进展

### 4. 教学案例设计

为落实上述教学策略，教师可以结合具体的教学案例，将“四基”理念融入课堂。以下是一个典型的导数教学案例：

4.1. 问题设计：设计一个关于物体运动的问题，要求学生通过导数求解物体在某一时刻的瞬时速度。通过多个时间点的导数计算，让学生理解平均速度和瞬时速度的区别。

4.2. 实验演示：利用动态几何软件展示曲线在某点的切线斜率，帮助学生直观理解导数的几何意义。通过拖动曲线上各个点，观察切线斜率的变化，让学生更加深入地理解函数变化与导数的关系。

4.3. 应用拓展：引入现实中的问题情境，如交通中的加速度、经济中的边际收益等，要求学生通过导数解决这些问题，积累数学应用经验。

### 5. 结论

在导数的教学中，将新课标的“四基”理念和教学技术的创新及学科的整合，有效融入教学设计，不仅能够帮助学生更好地掌握导数的核心概念和计算技巧，还可以帮助他们积累数学活动的实际经验，提升发现、分析、解决问题的能力。教师应充分利用现代化的教学工具，如动态几何软件、数学建模平台等，进一步提升导数教学的效果，让学生在充满趣味的学习过程中掌握导数这一重要数学工具。通过持续的探索与创新，导数教学将继续成为培养学生数学思维和综合能力的关键环节，帮助学生在未来的学习和生活中获得更广泛的应用能力与思维能力。

#### 参考文献：

- [1] 杨培斌. 浅论如何在高中数学教学中利用导数工具指导学生解题 [J]. 考试周刊, 2024, (26): 65-68.
- [2] 刘跃鑫. 高中数学函数与导数教学中培养学生逻辑推理素养的实践研究 [J]. 数学学习与研究, 2023, (18)
- [3] 杨红利. 高中数学函数与导数教学中培养学生逻辑推理素养的实践研究 [J]. 数理化解题研究, 2022, (03)