

# 跨单元视角下“珍宝藏在哪里”探究活动的教学设计与实施

李永文

上海市风华初级中学 上海 200072

**摘要:**《珍宝藏在哪里》是沪教版七年级下册第 15 章《平面直角坐标系》的探究活动。笔者对探究活动进行改进设计,通过设计不同的寻宝活动的解决方案,将“图形的运动”与“点与坐标的对应关系”、“画三角形”、“全等三角形”知识相结合,帮助学生建立不同单元知识间的联系,构建单元知识框架,发展学生的应用意识,培养学生的创造性思维能力。

**关键词:**跨单元;图形的运动;点与坐标的对应关系;画三角形

《义务教育数学课程标准(2022年版)》(简称《课标 2022》)特别强调通过创设真实情境和合理设计探究问题促进数学教学活动的开展。数学探究活动是指教师围绕某个具体的数学问题,组织学生开展自主探究、合作探究,并最终解决数学问题的一类综合实践活动<sup>[1]</sup>。数学探究活动往往以教材的阅读材料为载体,在真实情境中提出能引发学生思考、探究,综合运用所学知识和方法解决实际问题的数学活动。而跨单元教学设计表现在对目标与内容的系统化分析与思考上,使得结构化的内容在逐个落实学习目标时,既呼应“已学”知识,又留下铺垫性“悬念”,使教学在铺垫与延拓的前后呼应中,更加关注数学本质,关注高阶思维与核心素养的培育<sup>[2]</sup>。笔者结合一节数学活动的公开展示课,尝试在跨单元视角下进行“珍宝藏在哪里”探究活动的设计与实施。

## 1. 内容分析

本节课是沪教版七年级下册第 15 章《平面直角坐标系》的探究活动,主要由平面直角坐标系、点与坐标的对应关系,直角坐标系内点的运动等内容构成,对探究活动进行拓展,开展三课时的单元教学活动,本节课是第二课时。该单元综合应用了“图形的运动”、“点与坐标的对应关系”以及“画三角形”、“全等三角形”等知识。本节课通过点的坐标表达图形的运动,利用平面直角坐标系这一确定点的位置的有效工具,用坐标描述点的位置在平面直角坐标系中刻画图形的位置,为今后学习如何画函数图像以及研究函数图像及其性质打下基础。再借助已知点的坐标建立平面直角坐标系或画三角形的方式来确定未知点的位置,本节课的学习能更好地理解通过合理建立坐标系解

决有关二次函数的实际应用问题,通过设计不同的寻宝活动的解决方案,发展应用意识及创造性思维。

## 2. 学情分析

学生已经具备了能在平面直角坐标系中用坐标的变化描述基本的图形运动的知识储备,也会根据给定的三角形的三个元素画出三角形,也系统地学习了全等三角形的相关知识。在此学情基础上,通过探究活动的设计,对前面已学过的图形的运动、点与坐标的对应关系以及三角形等知识的应用和提升,同时也为后续函数的图像、性质及其应用的学习做好准备。

## 3. 教学过程

### 3.1 复习引入

引例 在平面直角坐标系中,已知点 C 在第一象限,点 C 到 x 轴和 y 轴的距离分别是 2 和 3。

(1) 则 C 的坐标是\_\_\_\_\_。

(2) 若点 C 向右平移 4 个单位长度得到点 A,则 A 的坐标是\_\_\_\_\_。

(3) 若点 A 关于直线  $x = 4$  对称得到点 B,则 B 的坐标是\_\_\_\_\_。

(4) 若点 B 绕着点 C 顺时针旋转 90 度,得到点 E,则 E 的坐标是\_\_\_\_\_。

【设计意图】学生在上节课的基础上,回顾有关平面直角坐标系的相关知识,可得  $C(2, 2)$ 、 $A(7, 2)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $E(3, 4)$ 。以平面直角坐标系内点的运动为切入点,由点到形,为后面在平面直角坐标系中研究图形的运动作铺垫,激发学生的学习兴趣。

### 3.2 活动探究

#### 探究活动 1 三角形藏在哪里

请你通过图形的运动改变引例中  $\triangle ABE$  的某些顶点的位置，保证所得到的新  $\triangle A'B'E'$  与原  $\triangle ABE$  的形状和大小不变，并使  $\triangle A'B'E'$  顶点的坐标满足整数。

学生活动：

(1) 合作探究——写出三组运动后  $A'$ 、 $B'$ 、 $E'$  点的坐标；

(2) 角色互换——解密其他组设置的图形运动路径；

(3) 小组交流——交流小组解密成果。

师：通过小组合作探究，给出 6 组图形运动后点  $A'$ 、 $B'$ 、 $E'$  的坐标（见表 1），现在请小组角色互换，解密其他组设置的图形运动路径。

表 1 运动后的  $A'$ 、 $B'$ 、 $E'$  点的坐标

	点 $A'$ 坐标	点 $B'$ 坐标	点 $E'$ 坐标
组 1	(7, 2)	(7, 8)	(9, 6)
组 2	(10, 2)	(4, 2)	(6, 4)
组 3	(7, 6)	(1, 6)	(3, 4)
组 4	(1, -4)	(1, 2)	(3, 0)
组 5	(7, -2)	(1, -2)	(3, -4)
组 6	(-3, 8)	(-3, 2)	(-5, 4)

师：现在请小组角色互换，解密其他组设置的图形运动路径。

组 1：我们解密组 6 的图形运动路径，如图 1，先在平面直角坐标系中描出运动后的  $A'$ 、 $B'$ 、 $E'$  点的坐标，根据运动前后的图形的位置，我们发现  $\triangle ABE$  是绕着点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$  之后再向左平移 4 个单位得到  $\triangle A'B'E'$ 。

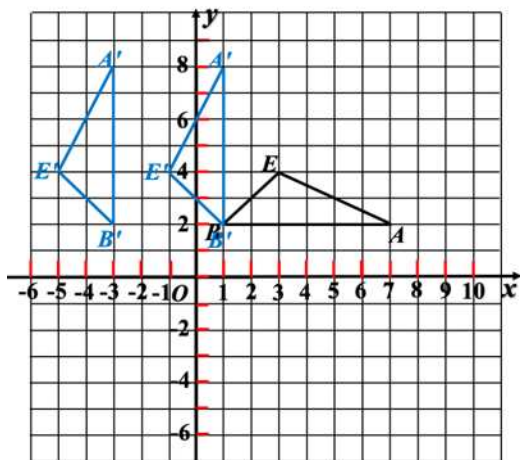


图 1 组 6 图形的运动路径方式一

师：组 1 解密出组 6 设置的图形运动路径是旋转和平移两次运动，请问组 6 的小组长，你们是这样设置的吗？

组 6：我们不是通过两次运动得到，是一次旋转运动得到的，如图 2，将  $\triangle ABE$  绕点  $F(-1, 0)$  逆时针旋转  $90^\circ$  就可以得到  $\triangle A'B'E'$ 。

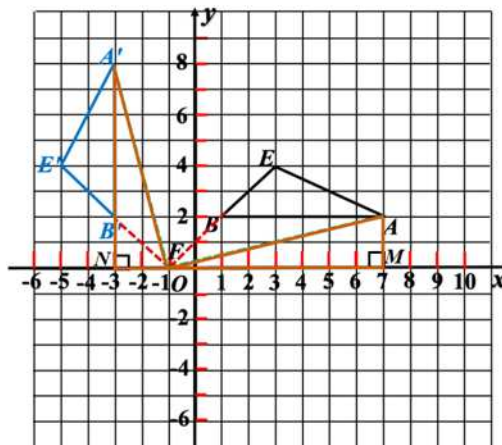


图 2 组 6 图形的运动路径方式二

师：同学们，我们刚才两组的解密的运动路径都是正确的。可以发现，从起始位置到终止位置的运动方式并不是唯一的，其实，如果不限定图形运动的次数时，图形运动的路径是有无数种可能的。如果要求图形仅运动一次的话，那么运动的方式就是将  $\triangle ABE$  绕着点  $F(-1, 0)$  逆时针旋转  $90^\circ$  就可以得到  $\triangle A'B'E'$ 。你能说明旋转角是逆时针  $90^\circ$  的理由吗？

生：可以通过量角器量出  $\angle A'FA = 90^\circ$ 。

师：能不能用已学知识证明呢？

生：过点  $A$  作  $AM \perp x$  轴，垂足为点  $M$ ，过点  $A'$  作  $A'N \perp x$  轴，垂足为点  $N$ ，根据点  $A$ 、 $A'$  的坐标得到  $A'N = FM$ ， $AM = FN$ ， $\angle A'NF = \angle FMA = 90^\circ$ ，证明  $\triangle A'NF$  与  $\triangle FMA$  全等，得到  $\angle NA'F = \angle MFA$ ，再根据  $\angle NA'F + \angle A'FN = 90^\circ$  等量代换得到  $\angle MFA + \angle A'FN = 90^\circ$ ，利用平角的意义得  $\angle A'FA = 90^\circ$ 。

【设计意图】以  $A$ 、 $B$ 、 $E$  三点坐标为主线，设计探究活动 1，学生小组合作探究解决问题，通过图形的运动方式得到变化后的坐标，由形致数，通过变化前后点的位置解密图形的运动方式，由数化形，深化数形结合思想，也为后面绘制函数图像的学习作铺垫。并借助平面直角坐标系

研究点的坐标与全等三角形的关系，用代数方法来研究几何问题，为后面通过函数图像来研究函数的性质打下学习基础，通过活动 1，将“图形的运动”与“点与坐标的对应关系”“全等三角形”不同单元间的知识串联在一起，充分体现了跨单元意识。

### 探究活动 2 珍宝藏在哪里

一个寻宝者，从散传的资料中看到，在一个海岛有一个隐秘的地洞，里面藏着许多珍宝。资料中对藏宝地点的描述是这样的：这个海岛上有两块天然巨石，海岛的地图上分别用点 A、B 表示；在一个平面直角坐标系中，这两点的坐标是 A(7, 2)、B(1, 2)，藏宝地点 E 的坐标是(3, 4)。寻宝者不能确定藏宝的具体地点在哪里，请你利用已学知识帮助寻宝者在地图上标出藏宝点 E 的位置。

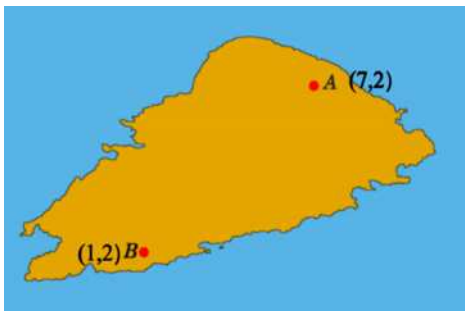


图 3 海岛地图

### 学生活动

(1) 合作探究——在图 3 画出平面直角坐标系找到点 E 的位置；

(2) 小组交流——交流建立平面直角坐标系的过程及其他确定点 E 位置的方法。

师：请你利用已学知识帮助寻宝者在地图上标出藏宝点 E 的位置，继续小组合作，尝试找到点 E 的位置。

生 1：如图 4，由于 A、B 两点纵坐标相等，得出直线 AB 与 x 轴平行，并确定了 x 轴的方向，再通过将地图上 AB 的长度 6 等分，确定单位长度，从而可以找到坐标原点 O，画出坐标轴，建立坐标系 xOy，确定点 E 的位置。

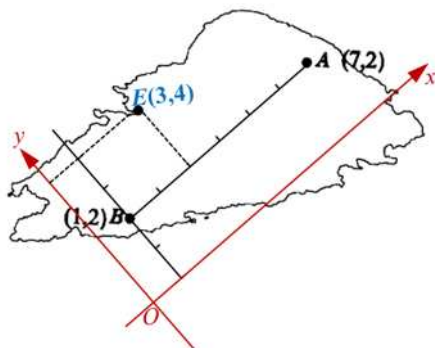


图 4 寻宝方案一

师：是否还有其他的方法？

生 2：如图 5，我发现直线 AB 与 x 轴平行，所以将点 B(1, 2) 看作新的坐标原点 O'，直线 AB 看作 x' 轴，再将地图上 AB 的长度 6 等分，确定单位长度，建立新的平面直角坐标系 x'O'y'。在新的坐标系下，原来的点 A(7, 2)、B(1, 2)、E(3, 4) 分别变成新的点 A'(6, 0)、O'(0, 0)、E'(2, 2)。此时只要在新的平面直角坐标系 x'O'y' 下描出点 E'，就可以确定原来点 E 的位置。

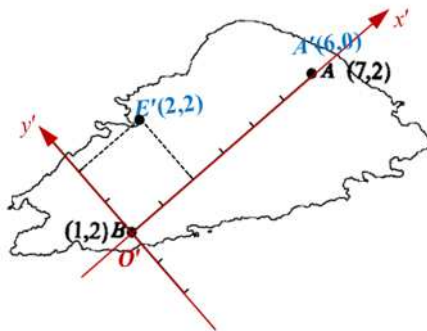


图 5 寻宝方案二

师：两位同学选择了不同的点作为坐标原点建立坐标系解决问题，我们还可以选择哪些点作为坐标原点来建立坐标系呢？

生 3：还可以点 A 为坐标原点，或是 AB 中点为坐标原点。

师：但是我们要选择合适的点作为坐标原点来建立坐标系。还有其他的解决方案吗？

生 4：如图 6，通过联结 AB，在 AB 上取 BC=2，此时 C(3, 2)，过点 C 作垂线 CD，在垂线上截取 CE，使 CE=2，确定点 E 的位置。

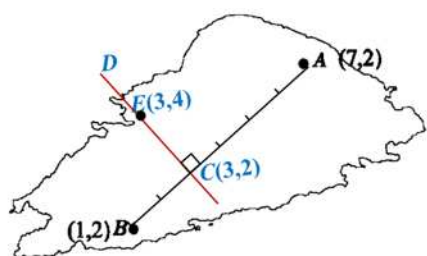


图 6 寻宝方案三

师：这位同学根据点 C 与点 E 的横坐标相同，可知两点在直线  $x=3$  上，通过将点 C 向上平移两个单位来确定了点 E 的位置。

师：以上几位同学的做法都是根据已知两点的坐标建立了坐标系，确定未知点的位置。是否可以通过不建立坐标系找到点 E 的位置呢？

生 5：我发现 A、B、E 三个点的坐标一直没有变，那么引例中的  $\triangle ABE$  的形状与探究活动 2 中地图上的  $\triangle ABE$  的形状应该是一样的，所以只要确定地图中  $\triangle ABE$  的形状就可以确定点 E 的位置。

师：那你是如何确定地图中  $\triangle ABE$  的形状呢？

生 6：可以结合画三角形的知识，如果知道三角形的三个元素（三边或是两边及其夹角、两角及其夹边或两角及其对边），那么就可以画出唯一的三角形，确定三角形的形状。我根据地图中 A、B 两点，可以知道三角形一条边 AB 的长度，在给定的平面直角坐标系中（如图 1）描出三点 A(7, 2)、B(1, 2)、E(3, 4)，得到  $\triangle ABE$ ，再用尺规在地图上（如图 7）作  $\angle A_1 = \angle A$ 、 $\angle B_1 = \angle B$ ，分别作射线  $A_1M$ 、 $B_1N$ ，两射线交于点  $E_1$ ，此时点  $E_1$  即为宝藏位置。

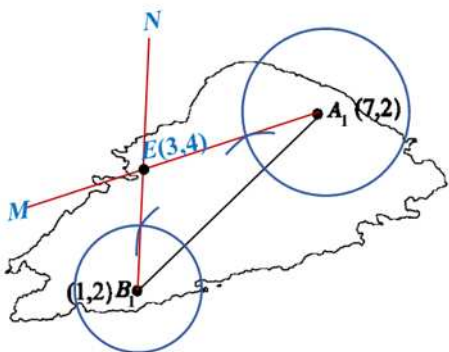


图 7 寻宝方案三

师：结合已学的画三角形的知识，已知两角及其夹边画出三角形，找到点 E 的位置。那是否还有其他用画三角形的方法来确定点 E 的位置？

生 7：如图 8，我们利用两点间的距离公式先求出  $AE = \sqrt{(7-3)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ， $BE = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，通过之前确定的单位长度建立数轴，结合勾股定理的知识在数轴上截取  $2\sqrt{5}$  和  $2\sqrt{2}$ ，在地图上以点 A 为圆心， $2\sqrt{5}$  为半径画弧，以点 B 为圆心， $2\sqrt{2}$  为半径画弧，两弧交点即为点 E。此时利用三边的长度来画  $\triangle ABE$ ，从而确定点 E 的位置。

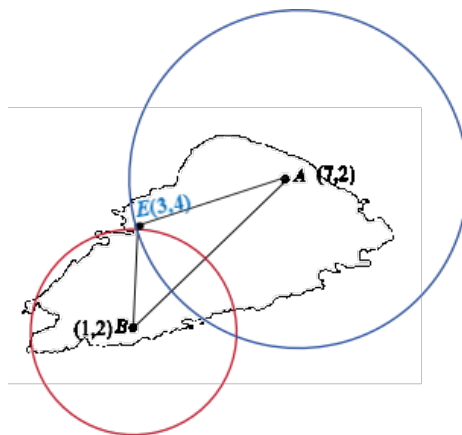
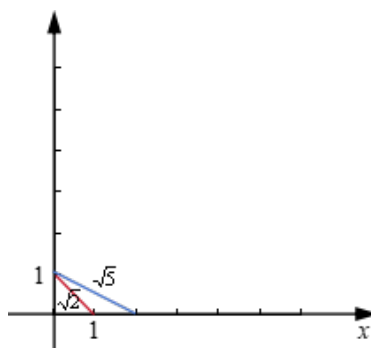


图 8 寻宝方案四

【设计意图】这个活动是教材中的探究活动所提供的，笔者改变了原 A、B、E 三点的坐标，将坐标特殊化，继续以引例中给出 A、B、E 三点坐标为主线，设计活动 2，这是已知点的坐标来确定点的位置的实际应用。学生通过已知点的坐标的特殊性，确定建立平面直角坐标系的构成元素，通过小组合作讨论选择不同的点作为坐标原点建立坐标系解决问题，这对今后二次函数实际应用中，能恰当地建立坐标系解决问题有很大的作用。进一步让学生思考是否有解决问题的不同方案，学生通过观察点的坐标不变发现了图形的形状不变，由此联想可以用画三角形的方法确定地

图上的  $\triangle ABE$  的形状来确定点 E 的位置, 将平面直角坐标系与画三角形知识相结合, 感受不同单元间知识的联系, 发展学生的应用意识, 培养学生的创造性思维能力。

### 3.3 作业设计

#### 探究活动 3 珍宝藏在这里

寻宝者怕宝藏的位置被泄露出去, 尝试重新对宝藏的位置进行加密, 他将  $A(7, 2)$ 、 $B(1, 2)$  加密成  $A(8, 2)$ 、 $B(-6, -4)$ , 根据原来地图上点 E 的位置 (如图 9), 你能解密出宝藏点 E 的新坐标吗?



图 9 解密后的海岛地图

师: 如果改变 A、B 两点坐标为  $A(8, 2)$ 、 $B(-6, -4)$ , 那么此时我们发现 A、B 两点已经不与 x 轴平行了, 如何建立坐标系来确定 E 的新坐标呢?

学生小组讨论, 课后交流。

作品 1: 如图 10, 在透明的草稿纸上建立平面直角坐标系, 纵横单位长度保持一致, 描出点  $A_1(8, 2)$ 、 $B_1(-6, -4)$ , 在地图上联结 AB, 将透明的平面直角坐标系中的  $A_1B_1$  和地图上的 AB 重合, 此时, 过地图上的 A 点做透明纸片上 y 轴的平行线, 过地图上的 B 点做透明纸片上的 x 轴的平行线, 这两条平行线的交点就是点 D, 然后 6 等分 AD, 14 等分 BD, 建立坐标系, 估算出点 E 的新坐标。

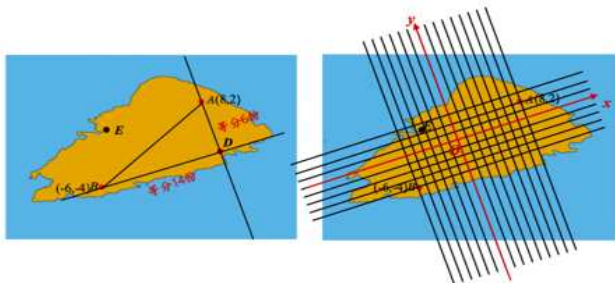


图 10 寻宝方案五

作品 2: 如图 11, 用画三角形的方法确定坐标原点建

立坐标系. 作  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ , 已知两角及其夹边确定三角形  $\triangle ABO$ , 然后将透明纸上的  $A_1B_1$  与地图上的 AB 平行, 过地图上的 O 点做透明纸片上 x 轴、y 轴的平行线, 从而建立平面直角坐标系大致估算出点 E 的新坐标。

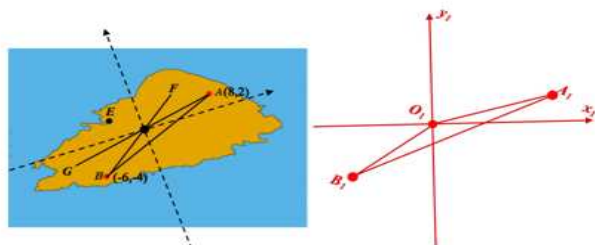


图 11 寻宝方案六

作品 3: 如图 12, 不管如何改变 A、B 的坐标, A、B、E 三点的位置不变, 即  $\triangle ABE$  的形状不变, 在前面课时的学习中, 我们发现  $\angle B = 45^\circ$ , 则  $\angle B_1 = 45^\circ$ , 所以  $\triangle B_1E_1P_1$  为等腰直角三角形. 过点  $E_1$  作  $E_1P \perp A_1B_1$ , 此时点 P 为  $A_1B_1$  的三等分点, 所以可以通过定比分点公式, 利用点  $A_1$ 、 $B_1$  的坐标计算出点 P 的坐标, 过  $E_1$ 、 $B_1$  分别作 x 轴的平行线, 过 P 作 y 轴的平行线分别交于 M、N. 证明  $\triangle PME_1$  与  $\triangle B_1NP$  全等, 则可得  $ME_1 = NP$ ,  $PM = B_1N$ , 进而计算出点 E 的新坐标。

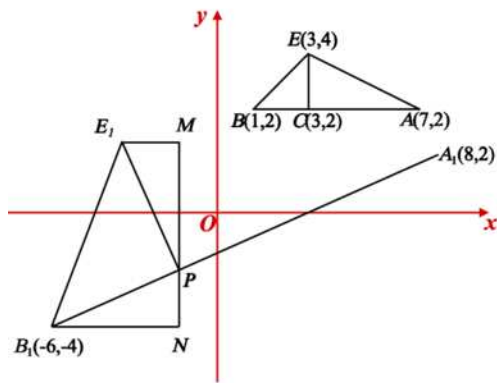


图 12 寻宝方案七

设计意图: 探究活动 3 通过改变点 A、B 的坐标, 能根据已知点的位置来确定点 E 的坐标, 帮助学生构建完整的知识体系, 学生类比探究活动 2 的学习, 可以通过建立平面直角坐标系或是画三角形的方法来解决, 合理设计寻宝活动的解决方案, 这也是本单元第三课时的教学内容, 展示的只是部分同学的作品。探究活动 3 整合了平面直角坐标系与全等三角形、图形的运动三个单元的内容, 同时

也可以用九年级三角形一边的平行线、相似三角形、锐角三角比等单元知识来解决,体现了跨单元设计中教学内容的一体化。结合第三课时学生作品的反馈,还可以进行拓展研究,若将 A、B 的位置加密成  $A(a,b)$ 、 $B(c,d)$ ,是否能解密出宝藏点 E 的新的坐标,引发学生深思。

#### 4. 跨单元视角下有关数学探究活动的思考

##### 4.1 单元内容的结构化整合

《课标 2022》中明确指出:“重点是对内容进行结构化整合”。而跨单元教学设计也是对看似离散分布在不同章节的内容进行结构化整合,能帮助建立起有意义的单元知识链接和结构框架,帮助学生形成系统的学习和研究方法。本课时是综合应用了“图形的运动”、“点与坐标的对应关系”以及“画三角形”“全等三角形”等知识的活动再设计。活动 1 通过应用图形的运动表示变化后点的坐标,再由点的坐标变化分析出图形的运动方式,感受图形的运动与坐标之间的联系,活动 2 通过设计不同的寻宝活动的解决方案,借助已知点的坐标确定未知点的位置。将单元内容进行重构整合,帮助学生结构化理解知识及该部分内容在学科中的地位,培养学生重视前后纵向关联与横向迁移的系统性思维能力<sup>[2]</sup>,同时也能为后续的相关知识的学习作铺垫。

##### 4.2 活动设计的阶梯性呈现

本课时共设计了三个探究活动,以引例中 A、B、E 三点坐标为主线设计了活动 1 和活动 2、活动 3,通过 3 个阶梯性的活动设计,学生可以初步形成有序的探究思路,能较好地利用所学知识解决实际问题,为后续深入探究活动 3

埋下伏笔。而活动设计的层层深入,由表及里的知识探索,可以建立跨单元内容的“横向”和“纵向”的联系,能够有效提升学生的学习效率和质量,激发学生的学习兴趣,培养其终身学习的能力。

##### 4.3 活动形式的多样化开展

《课标 2022》强调在教学中,教师要注重培养学生主动获取知识与建构知识的能力。因此数学探究活动的设计要凸显学生的主体性,教师在课堂上需引导学生进行自主独立探究和小组合作交流形式,结合课内外活动时空开展探究活动来帮助学生解决问题。本节课中活动 1、2 以小组合作形式为主,独立自主探究为辅开展。在此基础上,教师通过设置问题串,引导学生用不同的方案解决问题,帮助学生厘清知识间的联系,构建单元知识体系。活动 3 课外放手让学生小组合作,以跨年级追根溯源式的方式解决问题,让学生用不同年级知识解决问题,从不同途径寻求最优答案,打通不同知识间的联系,培养学生的创造性思维能力。

##### 参考文献:

[1] 蔡蒙蒙. 核心素养视域下数学探究活动的教学与思考——以“边边角能判定三角形全等吗?”为例[J]. 新课程研究, 2023(31):67-69.

[2] 王新苗. “跨单元”教学设计与实施的探索性实践——以初中数学“三角形”教学设计为例[J]. 上海教育科研, 2022(6):59-65.

##### 作者简介:

李永文(1994—),女,汉,学历:硕士研究生,研究方向:基础教育。