

初中数学教材“一元一次方程”习题难度比较研究

——以人教新版、北师大新版和苏科新版为例

赵楚楚 李东泽 赵一丹 王金叶 汤获*

赤峰学院 内蒙古赤峰 024000

摘要: 本文选取人教新版、北师大新版和苏科新版初中数学教材中“一元一次方程”一章的习题为研究对象,采用鲍建生教授提出的“五因素多水平”综合难度模型,对习题难度从探究、背景、运算、推理、知识含量以及综合难度这六个方面进行量化分析和比较。结果显示,北师大新版习题难度最大,人教新版适中,而苏科新版难度相对较低。最后,根据研究结果提出教材编写和教学实践中的建议,包括拓宽习题设计的层次性和多样性,分配习题时要考虑不同层次的学生,以及注重开放探究题、科学情境题和复杂推理题。

关键词: 初中数学;习题难度;一元一次方程;教材比较

引言

2022年4月,教育部颁布《义务教育数学课程标准(2022版)》,该版本在2011版课标的基础上进行扩充,增添了许多更符合学生发展和教师教学的内容。随着新课程标准的推出,各类数学教材也随之启动了全面修订工作,并于2024年秋季开始正式改版使用^[1]。习题是教材的重要组成部分之一。习题配备得好不好,直接影响学生学习质量的高低^[2]。近年来,众多国内外学者针对教材习题从数量、类型、难度、实际应用等多维度进行了深入比较研究。其中,针对习题难度的比较是广大学者在比较不同版本数学教材习题时较为关注的一个方面,也是许多一线数学教师准确判断题目难度并选择适合学生水平习题的一项挑战^[3]。“一元一次方程”作为初中数学的重要内容之一,不仅是最简单的代数方程,同时也为学生后续学习“一元二次方程”“二元一次方程”等更复杂的代数方程奠定坚实基础。鉴于此,针对各类初中数学教材中“一元一次方程”习题难度进行比较,显得尤为必要。

1. 样本选取

本研究以人教版新教材(以下简称“人教新版”)、北师大版新教材(以下简称“北师大新版”)和苏科版新教材(以下简称“苏科新版”)为样本,选取“一元一次方程”一章的习题作为研究对象,对其综合难度进行比较分析。

表 1 三种教材习题来源和数量统计

版本	教材	习题来源	习题数量
人教新版	七年级上册	“练习”“复习巩固”“综合运用”“拓展探索”	89
北师大新版	七年级上册	“随堂练习”“知识技能”“数学理解”“问题解决”“联系拓广”	66
苏科新版	七年级上册	“练一练”“习题”“复习巩固”“灵活运用”“探索研究”	88

从表1中统计的习题数量中可看出,人教新版“一元一次方程”习题数量最多,其次是苏科新版,北师大新版习题数量最少。

2. 综合难度模型

本文对三种教材习题难度的比较,采用了鲍建生教授提出的“五因素多水平”综合难度模型^[4],如图1所示。该模型旨在刻画数学题的难度水平和综合特征,得到学术界的普遍认可,常被用于比较各类教材中例题、习题的综合难度。

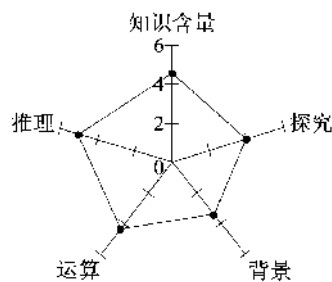


图 1 “五因素多水平”综合难度模型

该模型涵盖五个难度因素，同时每个因素又细分为多个水平，如表 2 所示。

表 2 习题难度因素水平划分

难度因素	等级水平			
	探究	识记	理解	探究
背景	无背景	个人生活	公共常识	科学情境
运算	无运算	数值运算	简单符号运算	复杂符号运算
推理	无推理	简单推理	复杂推理	
知识含量	1 个	2 个	3 个	4 个以上

在此框架的基础上，给出每一因素下的难度值加权平均公式^[5]：

$$d_i = \frac{\sum_j n_j d_j}{n} \quad (\sum_j n_j = n; i = 1, 2, 3, 4, 5; j = 1, 2, \dots)$$

其中， $d_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 分别表示“探究”“背景”“运算”“推理”“知识含量”这五个难度因素上的取值； d_j 为第 i 个难度因素的第 j 个水平的权重； n_j 则表示这组题目中属于第 i 个难度因素的第 j 个水平的题目个数，其总和等于该组题目总数 n 。

3. 习题综合难度比较

根据数学题综合难度模型，对三种教材“一元一次方程”一章中所有习题进行统计、计算和分析，得到表 3 的量化数据。

表 3 三种教材“一元一次方程”习题综合难度因素量化数据

难度因素	等级水平	题量			百分比 (%)			加权平均		
		人教新版	北师大新版	苏科新版	人教新版	北师大新版	苏科新版	人教新版	北师大新版	苏科新版
探究	识记	16	11	22	17.98	16.67	25.00	1.93	2.02	1.80
	理解	63	43	62	70.79	65.15	70.45			
	探究	10	12	4	11.24	18.18	4.55			
背景	无背景	27	20	30	30.34	30.30	34.09	2.08	2.20	2.00
	个人生活	34	23	37	38.20	34.85	42.05			
	公共常识	22	13	12	24.72	19.70	13.64			
	科学情境	6	10	9	6.74	15.15	10.23			
运算	无运算	12	11	22	13.48	16.67	25.00	2.90	2.86	2.64
	数值运算	0	0	0	0.00	0.00	0.00			
	简单符号运算	62	42	54	69.66	63.64	61.36			
	复杂符号运算	15	13	12	16.85	19.70	13.64			
推理	无推理	61	44	63	68.54	66.67	71.59	1.36	1.39	1.32
	简单推理	24	18	22	26.97	27.27	25.00			
	复杂推理	4	4	3	4.49	6.06	3.41			
知识含量	1 个	54	35	54	60.67	53.03	61.36	1.44	1.58	1.40
	2 个	32	26	33	35.96	39.39	37.50			
	3 个	2	3	1	2.25	4.55	1.14			
	4 个以上	1	2	0	1.12	3.03	0			

3.1 探究水平的比较

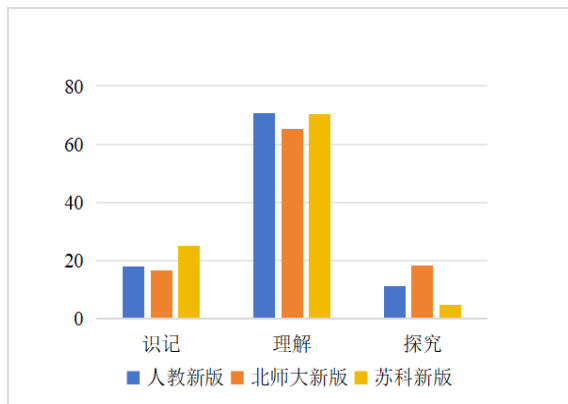


图 2 三种教材探究水平的比较

由图 2 可知，三种教材习题在探究因素上的分布比例存在一定差异。在“识记”水平上，苏科新版的习题占比最高，达到 25.00%，而人教新版和北师大新版的占比分别为 17.98% 和 16.67%；在“理解”水平上，人教新版和苏科新版的差异较小，习题占比都在 70% 左右，而北师大新版只占 65.15%；在“探究”水平上，北师大新版占比以 18.18% 领先，其次是人教新版的 11.24%，苏科新版只占 4.55%。这些数据反映出北师大新版教材注重学生的探究性学习能力，同时对数学思维和技能提出更为严格的要求；苏科新版的习题设计则更为基础，更重视学生识记能力的培养。整体而言，三种教材在习题设置上都较为侧重培养学生的理解能力，目的是使学生做到学以致用。

3.2 背景水平的比较

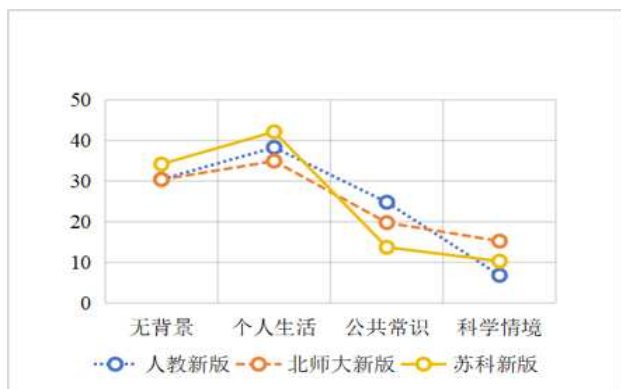


图 3 三种教材背景水平的比较

图 3 显示, 三种教材在习题的背景设置上同样存在明显差异。苏科新版在“无背景”水平上以 34.09% 的占比略高于人教新版和北师大新版, 这反映出苏科新版重视让学生在没有任何具体应用背景的情况下练习数学知识, 更注重数学概念的抽象理解和内化; 在“个人生活”水平上, 苏科新版同样以 42.05% 的占比领先, 这表明其更倾向于将数学知识与学生的日常生活经验相联系, 通过实际生活场景来提高学生对数学知识的应用能力; 另外, 人教新版在“公共常识”水平上以 24.72% 的占比位居首位, 而北师大新版在“科学情境”水平上以 15.15% 的占比显著高于其他两个版本。整体而言, 三种教材的习题背景设置都偏向“无背景”和“个人生活”, 其次是“公共常识”。相比之下, “科学情境”背景的习题所占比例最小。

3.3 运算水平的比较

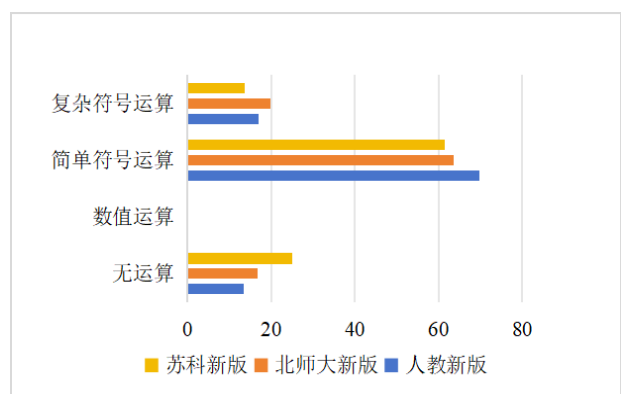


图 4 三种教材运算水平的比较

统计数据揭示三种教材习题在不同运算水平上的显著特点。其中, 苏科新版在“无运算”水平的习题占比最高, 达到 25%, 这表明其倾向于让学生在没有任何具体运算

的情况下理解数学概念和原理, 有助于培养学生的抽象思维能力; 人教新版在“简单符号运算”水平的习题占比最高, 为 69.66%, 这反映出其更注重培养学生的基本运算能力, 让学生通过简单的符号运算来加深对数学概念的理解; 北师大新版在“复杂符号运算”水平的习题占比最大, 为 19.57%, 这表明其更倾向于通过复杂的符号运算来提高学生的运算能力和逻辑推理能力。值得注意的是, 三种教材中均不存在“数值运算”类的习题, 其主要原因是该章节为“一元一次方程”, 涉及的运算都含有代数元素, 不涉及纯粹的数值计算。从整体上看, 三种教材习题设计都体现出对不同运算水平的重视, 旨在通过多样化的习题设计, 全面培养学生的数学能力。

3.4 推理水平的比较

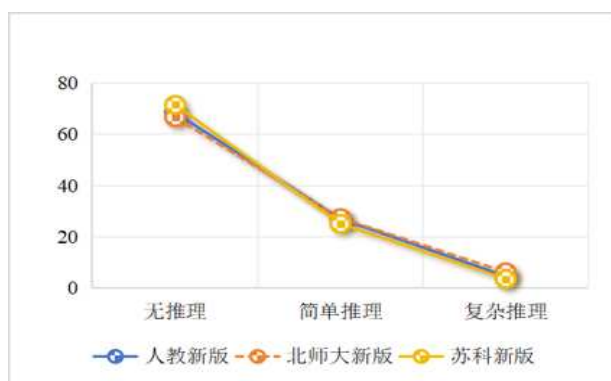


图 5 三种教材推理水平的比较

由图 5 可知, 人教新版、北师大新版和苏科新版中的数学题在推理水平上的分布没有明显差异。其中, 苏科新版在“无推理”水平上的习题比例比人教新版高约 3.05%, 比北师大新版高约 4.92%; 北师大新版在“简单推理”水平上的习题比例比人教新版高约 0.3%, 比苏科新版高约 2.27%; 在“复杂推理”水平上, 北师大新版的习题比人教新版和苏科新版分别高约 1.57% 和 2.65%。从统计中发现, 苏科新版意在为学生打下坚实的数学基础, 让学生在低压力环境下逐步建立起数学知识体系。相比之下, 北师大新版则更重视学生逻辑思维能力的培养, 通过增加推理习题的比例, 激发学生的思考和探究精神, 帮助他们形成解决问题的能力。人教新版则在两者之间寻求平衡, 既包含足够的推理习题来培养学生的综合思维, 又不至于让学生感到过于困难。

3.5 知识含量水平的比较

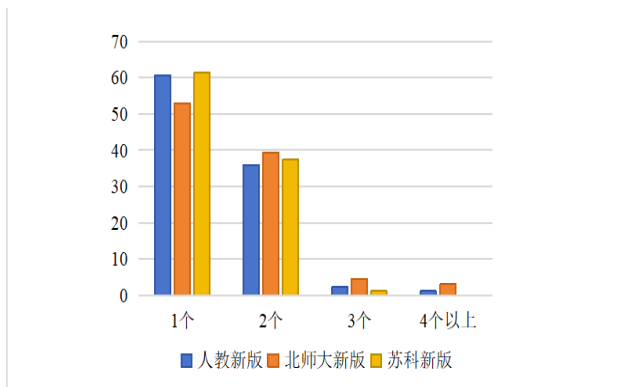


图 6 三种教材知识含量水平的比较

图 6 表明,三种教材习题在“1 个知识点”和“2 个知识点”水平上的分布相差无几。但在“3 个知识点”水平的习题中,北师大新版以 4.55% 的占比高于人教新版和苏科新版;在“4 个以上知识点”水平上,北师大新版的习题占比为 3.03%,人教新版为 1.12%,苏科新版则完全没有涉及此类的习题。从中可以发现,北师大新版更倾向于通过习题促进学生对知识的深入理解和综合运用能力。相比之下,苏科新版则更侧重于基础训练,强调学生对单个知识点的掌握。此外,三种教材在设计习题时,都较少涉及“4 个及以上知识点”的高难度题目,这说明教材设计者在避免过度综合多个知识点,以确保习题的适宜性和学生的认知负荷保持在合理范围内。

3.6 综合难度的比较

前面文章从五个难度因素水平出发,对三种教材中习题的难度进行了详细的对比分析,现对各教材习题的综合难度进行比较^[6]。我们根据表 3 统计的数据,计算出各难度因素的加权平均值,绘制出三种教材习题综合难度比较的雷达图,如图 7。

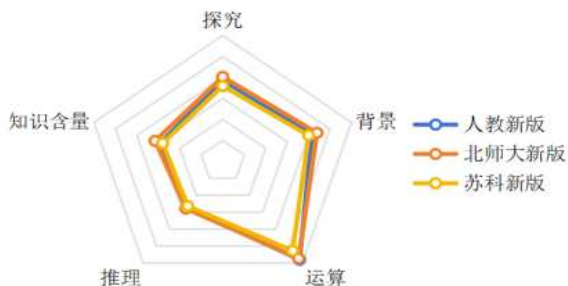


图 7 三种教材习题综合难度比较

从图 7 中我们可以直观地看出,代表北师大新版习题综合难度的五边形绝大部分处于最外圈,其次是人教新版,苏科新版则在最里圈。由此可得出,北师大新版“一元一次方程”的习题综合难度最高,人教新版第二,苏科新版难度最低。具体表现为北师大新版习题在“探究”“背景”“推理”和“知识含量”水平上占优势,人教新版在“运算”水平上占优势。从图形的整体态势上看,三种教材“一元一次方程”习题在五个难度因素的比例分布差异较大,没有呈现均衡态势。其中,三种教材都倾向于“运算”水平,这可能是因为运算是数学学习的基础,无论是哪个版本的教材,都需要学生掌握扎实的运算能力;而“推理”水平都相对较低,另外三个水平相对比较平衡。

4 结论与建议

4.1 结论

通过对三种教材“一元一次方程”习题难度的比较研究,得出以下结论。

(1) 整体上,北师大新版“一元一次方程”习题的综合难度水平最高,人教新版习题难度处于中等水平,而苏科新版习题难度则为最低。

(2) 北师大新版习题在“探究”“背景”“推理”“知识含量”四个水平上均展现出较高的难度水平,这不仅体现了其对提升学生综合应用和创新思维能力的重视,也反映出其在教学内容深度和广度上的拓展。相比之下,人教新版在“运算”水平上的优势,凸显了其在培养学生基础运算技能方面的专注。

(3) 尽管三种教材习题在难度水平上各有侧重,但从综合难度的角度来看,它们在习题难度的整体设置趋势上表现出一致性,尤其倾向于强调“运算”因素的重要性。这一点在人教新版和苏科新版中表现得更为明显,而在北师大新版中,虽然“运算”因素同样受到重视,但其在其他难度维度上的更高要求也体现了对教材深度和学生能力的更高期待。

4.2 建议

4.2.1 拓宽习题设计的层次性和多样性

在习题设计上,编写者应细致考量难度的层次性和多样性,以满足不同学习能力学生的需求。根据研究结果,不同版本教材的习题设计各有特色。人教版新教材注重基础运算技能的培养,北师大版新教材强调探究能力和综合

应用,苏科版新教材侧重于基础知识的巩固和日常生活的应用。因此,教材编写者可以借鉴各版本教材习题的特色,拓宽习题设计的层次性和多样性,确保每位学生都能在自身的最近发展区内获得适宜的挑战与成长。

4.2.2 分配习题时要考虑不同层次的学生

在习题分配上,教师需细致评估不同教材习题的特点,并综合考量学生的实际情况,有针对性地分配习题。对于基础较为薄弱的学生,可以选择简单推理或仅含 1 个知识点的题目,旨在加强基础并巩固理解;对于已经较好掌握知识点的学生,可以提供有实际背景、涵盖多个知识点的题目,以促进知识点间的融合和深化理解;对于能力较强的学生,可以多设置开放探究、复杂推理等类型的习题来激发他们的探究能力。这种个性化的习题选择和分配策略,有助于促进学生的全面发展和认知深化。

4.2.3 注重开放探究题、科学情境题和复杂推理题

教师在补充习题时,应着重考虑开放探究题、科学情境题和复杂推理题。从对三种教材习题的水平分析来看,这些种类的习题在总题量中所占比重普遍偏低。因此,教师在确保学生完成基础习题的基础上,应根据学生的数学学习需求和认知结构特点,适当增加开放探究题、科学情境题和复杂推理题,以提高学生的解题能力。此外,教师还可以引入一些蕴含数学文化的题目,丰富学生的数学体验。

参考文献:

[1] 何君青,王进.结构化视角理解学科本质反思型眼光指向未来发展——北师大新版初中数学教材修订特色与实施建议[J].辽宁教育,2024(13):11-15.

[2] 蔡上鹤.谈谈初中数学教科书的习题[J].中学数学教学,1991(02):30-32.

[3] 李保臻,马姗姗,房得阳.2011 版新课标下初中数学教材习题难度的比较研究——以人教版 北师大版及华东师大版“一元二次方程”一章为例[J].中小学教师培训,2017(01):43-47.

[4] 鲍建生.中英初中数学课程综合难度的比较研究[M].南宁:广西教育出版社,2009.

[5] 鲍建生.中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J].全球教育展望,2014(8):101-110.

[6] 朱娅梅.中美初中数学教材综合难度的比较研究——以上教版初中数学教材和美国 PrenticeHall 教材为例[J].数学教学,2013(10):26-28.

作者简介:

赵楚楚(2000—),女,汉族,硕士研究生,研究方向为数学教学论。

通讯作者:汤获(1979—),男,汉族,博士,教授,硕士生导师,研究方向为数学教学论。

基金项目:

内蒙古自治区教育科学“十三五”规划课题(NGJGH2018350);

内蒙古自治区教育科学“十四五”规划课题(2021JGH385);

赤峰学院研究生教育教学改革项目(CFXYJG2304);

赤峰学院研究生科研创新项目(Cfxyjkskyex2024002; Cfxyjkskyex2024004; Cfxyjkskyex2024005)。