

“材料力学”课程中力学模型选取与建模兴趣培养方法探索

邵瀚波 杭晓晨 陈伟宇 姜东

江苏省南京市南京林业大学 江苏南京 210037

摘要: 力学模型的选取与建立是力学课程学习以及实际工程研究中必不可少的一环,也是评价力学系统精确性和稳定性的直接手段。针对现有“材料力学”课程中,课堂反映学生积极性不高,对力学建模没有兴趣等问题。本文通过引入案例教学法,以实际生活中学生感兴趣的力学应用为背景,生动地展示了应力集中现象、弯扭组合变形、压杆稳定三种力学问题的建模过程。引导学生完成模型选取—模型建立—力学分析—应力计算—强度分析的力学研究步骤,旨在激发学生学习兴趣,提高教学质量。

关键词: 材料力学; 力学建模; 案例教学; 强度分析

材料力学作为机械工程、土木工程等工科专业的重要学科基础课,其教学的重要性尤为突出^[1]。除此之外,材料力学不仅是一门理论性强的学科,更是一门与工程实践紧密结合的学科,它研究材料在外力作用下的应力、应变、强度、刚度及稳定性等力学性能,为工程结构的设计、制造和优化提供理论支撑^[2-3]。

近年来,随着国家对新材料、新技术、新工艺的高度重视,材料力学的教学也面临着新的挑战和机遇。一方面,随着增材制造、结构强度与拓扑优化、材料力学分析与测试等领域的快速发展,材料力学的教学内容需要不断更新和完善,以适应新技术和新方法的需求^[4-5]。另一方面,随着工程实践对材料性能要求的不断提高,材料力学的教学也需要更加注重理论与实践的结合,培养学生的创新意识和实践能力。而在材料力学的教学过程中,如何选取力学模型,则成为评价教学质量至关重要的一环^[6]。通过选取合适的力学模型,可以帮助学生更好地理解材料的力学性能,掌握材料力学的基本原理和方法。同时,力学模型的选取也是培养学生科学思维和工程实践能力的重要途径。在教学过程中,教师应结合工程实例,引导学生分析材料的受力情况和变形特点,选择合适的力学模型进行求解,从而培养学生的分析问题和解决问题的能力。此外,随着国家对绿色低碳、节能环保的倡导,材料力学教学过程中选取的力学模型需要更加注重环保和可持续发展^[7-8]。在教学内容中,可以对新型环保材料、绿色制造工艺等进行力学建模,引导学生关注材料的环保性能和可持续性,培养学生的环

保意识和社会责任感。

综上所述,材料力学的教学在新时代背景下具有更加重要的意义。通过不断更新教学内容、完善教学方法、注重理论与实践的结合以及培养学生的创新意识和环保意识,我们可以为国家培养出更多具备扎实材料力学基础和良好工程实践能力的优秀人才,为推动国家制造业转型升级和高质量发展贡献力量。

对此,笔者以材料力学课程为例,从几种工程实际应用案例入手,通过力学分析、模型选取、建模拓展以及结果探究四个步骤进行阐述。进而探索在新时代背景下“材料力学”课程教学过程中,如何培养学生对力学建模的科研兴趣。本文主要分为3个小节,第一小节简要介绍力学建模的主要方法及步骤,第二小节具体介绍三种力学建模案例,第三小节为全文总结。

1. 力学建模方法简介

众所周知,材料力学的教学过程主要围绕两条线进行。第一条线为外力、内力、应力、强度;第二条线为位移、变形、应变、刚度,具体关系如图1(a)所示。而力学建模的主要目的是理解和分析材料行为并预测结构性能,通过联立材料在宏观和微观的力学性能,建立静力学关系、变形协调关系、以及物理关系,从而推导出相关应力和应变的表达式,最后对强度和刚度以及稳定性进行分析。然而,在这一系列的教学过程中,学生往往会提出课程概念多、公式推导复杂、力学性能以及力学模型过于抽象等问题。对于数理基础较为薄弱,或者对力学课程没兴趣的同学,在学习过

程中会产生一定的抗拒心理。针对此，本文将介绍三种不同的力学建模案例，旨在提高学生的学习兴趣，其中具体的建模步骤如图 1(b) 所示。

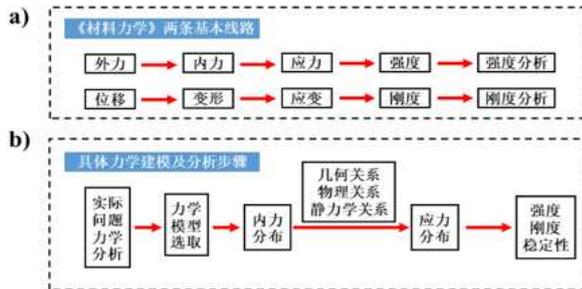


图 1 (a) 材料力学两条基本路线；(b) 力学建模及分析步骤

2. “材料力学”课程中力学建模案例

2.1 应力集中现象建模分析

根据《材料力学(I)》的定义，由杆件截面骤然变化(或几何外形局部不规则)引起的局部应力骤增现象，称为应力集中。其中在工程实际中，应力集中的程度用最大局部应力 σ_{\max} 与该截面上视作均匀分布的名义应力 σ_{nom} 的比值来表示，即：

$$K_{t\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \quad (1)$$

比值 $K_{t\sigma}$ 称为理论应力集中因数，其下标 σ 表示正应力。

然而，学生对应力集中现象的理解不够透彻，对理论应力集中因数的理解也只是停留在书本公式上。为了提高学生建模兴趣，进一步理解应力集中产生的原因及危害，课堂上教师因选取学生感兴趣的力学模型。本文中通过偏心拉伸这一组合变形现象，以实际工程应用为例，并通过力学建模，最后进行求解。具体方案如图 2 所示。选取学生感兴趣的酒柜或者衣柜为例，现实生活中，经常有将酒柜等嵌进承重墙的案例，导致墙的应力分布变化，最后引起强度失效(图 2(a))。针对此，通过图 2(b) 中的力学模型对两个截面进行应力分析，具体如下：

$$\text{A-A 截面 } \sigma_{\max}^A = -\frac{F}{A} = -\frac{F}{4a^2}$$

$$\text{B-B 截面 } \sigma_{\max}^B = \frac{-F}{2a^2} + \frac{-F \frac{a}{2}}{2a \times a^2} = \frac{-2F}{a^2} \quad (2)$$

$$\text{应力比较: } \frac{\sigma_{\max}^B}{\sigma_{\max}^A} = 8 \quad (3)$$

通过应力比较得出结论，若是在墙体中挖去孔一半位置，则会导致应力急剧增加，计算结果为原来的 8 倍，此时应力集中现象极为明显。

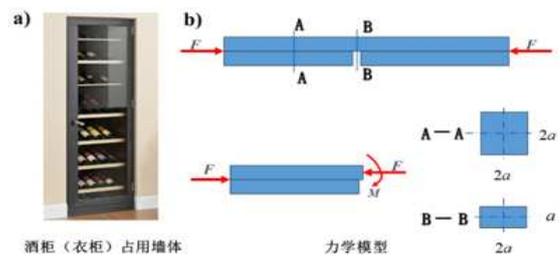


图 2 应力集中现象力学建模。(a) 嵌入式酒柜(衣柜)案例；(b) 对应力学模型。

2.2 弯扭组合变形建模分析

在一般的机械结构中，传动轴通常会发生弯扭组合变形，在《材料力学 I》课本中，通常以圆形截面杆为研究对象，结合第三(四)强度理论进行应力校核。而学生对于机械结构中的力学模型：“曲拐”构件比较陌生，对其做力学分析时也提不上兴趣。对此，我们可以利用近年来经常走进大众视野的机械臂作为切入点，来激发同学的学习兴趣，如图 3(a) 所示。众所周知，机械臂在只收一个横向的力 F_P 时，其传动轴上会受明显的弯扭组合作用，此时在课堂上可以提出曲拐的力学模型，并通过其固定端的 4 个点做应力分析，如图 3(b)、3(c) 所示。其中，传动轴扭矩图、剪力图、弯矩图如图 3(d) 所示。

不难得出 1、3 两点上正应力只由弯矩产生，切应力只由扭矩产生。2、4 两点正应力为 0，切应力由弯矩和扭矩产生，其值为：

$$1 \text{ 点: } \tau_1 = \frac{M_x}{W_T} \quad \sigma_{x_1} = \frac{M_z}{W_z}; \quad 3 \text{ 点: } \tau_3 = -\frac{M_x}{W_T}$$

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{W_z} \quad (4)$$

$$2 \text{ 点: } \tau_2 = \frac{M_x}{W_T} + \frac{F_{Qy} S_z^*}{I_z b} \quad \sigma_{x_2} = 0; \quad 4 \text{ 点:}$$

$$\tau_4 = \frac{M_x}{W_T} - \frac{F_{Qy} S_z^*}{I_z b} \quad \sigma_{x_4} = 0 \quad (5)$$

若对 1 点或者 3 点通过第三（四）强度理论进行强度校核，可以得出：

$$\sigma_{1/3} = \sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (6)$$

$$\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M_z^2 + T^2}}{W} \leq [\sigma] \quad (7)$$

$$\sigma_{r4} = \frac{\sqrt{M_z^2 + 0.75T^2}}{W} \leq [\sigma] \quad (8)$$

其中 W 弯曲截面系数。

在学生对所描述的“机械臂”拥有直观印象后，可以在课堂上进行拓展教学。比如说在原有集中力 F_P 不变的基础上，在机械臂上给与一个轴向的拉力，此时力学模型建模应该变成弯曲 + 扭转 + 拉伸的组合变形。此时 1 点正应力变为：

$$\sigma_{x_1} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{F_N}{A}, \text{ 故公式 (7) 和公式 (8) 不再适用，若要用第三（四）强度理论进行校核，则需要公式 (6) 中直接带入正应力和切应力进行求解。}$$

再适用，若要用第三（四）强度理论进行校核，则需要公式 (6) 中直接带入正应力和切应力进行求解。

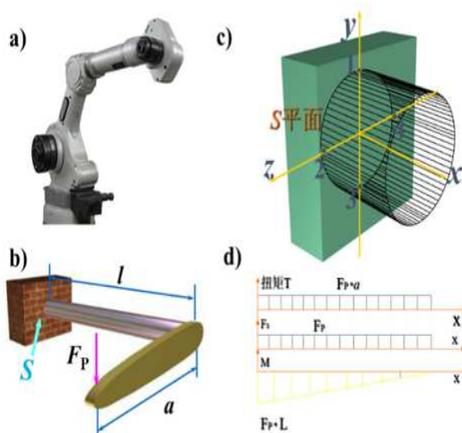


图 3 弯扭组合力学建模。(a) 机器臂模型；(b) 曲拐力学模型；(c) 危险截面应力点；(d) 对应扭矩图、剪力图、弯矩图。

2.3 压杆稳定中欧拉杆建模分析

承受荷载作用时，构件在其原有形态下的平衡应保持稳定的平衡，即应满足稳定性的要求，而结构的稳定性也是材料力学基本任务之一。介绍压杆稳定时，我们在课堂上可以应用最近风靡全球的游戏《黑神话悟空》中的一个技能“立棍”作为力学模型进行教学，如图 4 (a) 所示。通过将其简化为一段固定一段自由的简化力学模型，如图 4 (b)，可以推导其关于细长压杆临界力的欧拉公式，具体推导过程如下：

首先推导其挠曲线近似微分方程，压杆在临界压力作用，将在 xy 平面内维持微弯形态下的平衡，如图 4(c) 所示，从而可以得到其挠曲线近似微分方程：

$$EIw'' = -M(x) = F_{cr}(\delta - w) \quad (9)$$

式中， δ 为杆自由端的最大挠度， w 为任意 x 截面的挠度，令 $k^2 = \frac{F_{cr}}{EI}$ ，式 (9) 可以写成：

$$w'' + k^2 w = k^2 \delta, \text{ 并可对其求得通解及其一阶导数:}$$

$$w = A \sin kx + B \cos kx + \delta \quad (10)$$

$$w' = Ak \cos kx - bk \sin kx \quad (11)$$

通过边界条件可以确定：

$$x = 0, w' = 0: \quad A = 0$$

$$x = 0, w = 0: \quad B = -\delta \quad (12)$$

$$x = l, w = \delta: \quad \delta = \delta(1 - \cos kl)$$

当且仅当 $\cos kl = 0$ 时，挠曲线成立，从而可以解得：

$$kl = \frac{n\pi}{2} (n = 1, 3, 5, \dots).$$

其次，将最小解 $n = 1$ 代入 $k^2 = \frac{F_{cr}}{EI}$ ，可以得到一端

固定、一端自由细长等直压杆的临界力为：

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} \quad (13)$$

除此之外，我们还可以利用游戏中，“立棍”会变化长度和直径的机制，讲解长度和半径的改变对临界力大小的影响，以及改变“立棍”的材质对临界力大小的影响，如图 4 (a) 所示。



图 4 压杆稳定力学建模。(a) 游戏黑神话悟空中“立辊”示意图；
(b) 对应力学模型。

3. 结语

通过选取学生感兴趣的力学结构进行力学建模，并根据实际工程进行应力分析以及强度校核，是培养学生学习“材料力学”这么课的关键，也是后续力学问题探究时必不可少的一环。本文以应力集中现象、弯扭组合变形、压杆稳定三种力学问题为背景，通过选取力学模型、内力分析、应力分析以及强度和稳定性分析的步骤完整地展示了“材料力学”教学的过程。这种系统的学习过程能够加深学生对力学课程的理解。在教学中，教师需要以学生感兴趣的结构以及时下热门话题为应用背景，精心设计案例，来激发学生学习兴趣，引导学生主动探究“材料力学”课程中遇到的问题，增强课堂教学的吸引力。所以，“材料力学”

课程中力学模型选取与建模兴趣培养方法探索，是提高学生自主学习能力和教学质量的有效手段。

参考文献：

- [1] 韩铁林, 马凯, 胡义锋, 等. 新工科背景下材料力学课程教学改革与实践 [J]. 力学与实践, 2024, 46(5): 1096–1107.
- [2] 孔祥清, 曲艳东, 李韧, 等. 材料力学课程教学改革与实践探讨 [J]. 实验技术与管理, 2017.
- [3] 原胜利. 浅谈材料力学中刚度问题的教与学 [J]. 职业教育研究, 2013(12): 2.
- [4] 殷红莲, 徐守国. 现代技术在材料力学实验教学中的应用 [J]. 教育教学论坛, 2018(15): 2.
- [5] 史兴岭, 徐玲利, 刘文, 等. 卓越计划下“工程材料力学性能”教学改革研究 [J]. 教育教学论坛, 2015(43): 2.
- [6] 陈建中, 吕泳, 张小玉, 等. 在课堂教学中加强力学建模能力培养的探讨 [J]. 教育教学论坛, 2019(5): 2.
- [7] 冯夏庭. 碳达峰—碳中和战略中的关键力学问题 [J]. 力学学报, 2023, 55(3): 565—566.
- [8] 程鹏, 钟土华, 陈红. 植物纤维自结合成型环保材料研究进展 [J]. 复合材料学报, 2024, 41(8): 3901–3913;

作者简介：

邵瀚波（1993—），男，汉，博士，研究方向：声学超材料减振降噪。