

贝叶斯公式在经济中的应用探析

孙 玲

(兰州资源环境职业技术学院 甘肃兰州 730021)

【摘要】 “概率论与数理统计”是经济类专业的必修学科,其中概率论中的许多计算公式在解决实际经济问题中都有所应用。而贝叶斯公式的应用尤为广泛,贝叶斯决策在经济学中也发挥着十分重要的作用。我们可以借助贝叶斯公式在信息不确定或者较为复杂的情况下进行概率判断,并根据判断的结果进行决策,这样可以提高决策的可靠性。本文就贝叶斯公式在经济中的应用,通过列举实际案例的方式进行了详细的讨论和阐释。

【关键词】 贝叶斯公式;全概率;经济;应用;概率判断;决策

DOI:10.18686/jyyxx.v2i12.39319

在如今的大数据信息时代,信息对于最终决策起到十分重要的作用。当代社会,市场上充斥着大量的信息,也存在着诸多不确定因素,而受到各种情况的影响,加上决策者本身能力和知识水平的限制,我们很难有效地掌握对决策有用的信息,从而容易出现主观评判与客观事实存在偏差的现象,在一定程度上增加了决策的风险。基于上述情况,贝叶斯决策作为一种概率统计与分析的手段,在一定程度上可以对经济学问题进行有效的预测,从而为经济学决策提供了新的方法,在信息不确定或较为复杂的情况下,成效尤为显著。

1 贝叶斯公式的概念和含义

贝叶斯公式是概率论与数理统计中一个十分重要的公式,是在乘法公式和全概率公式的基础上推导出来的。

定理1 设 n 个事件 A_1, A_2, \dots, A_n 构成样本空间 Ω 的一个划分, B 是一个事件,当 $P(A_i) > 0 (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 时,则有

$$(1) \text{全概率公式: } P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$$

$$(2) \text{贝叶斯公式: } P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)}$$

全概率推广:

设 $A_i (i = 1, 2, \dots, n), B_j (j = 1, 2, \dots, m) \dots \dots M_f (f = 1, 2, \dots, g)$ 分别是先后 r 个试验的划分, C 为目标事件,当 $P(C) > 0, P(A_i) > 0, \dots, P(M_f) > 0, \dots, P(A_i B_j \dots M_f) > 0$ 时,则

$$P(C) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \dots \sum_{k=1}^g P(A_i)P(B_j|A_i)P(C|A_i B_j) \dots P(M_f|A_i B_j \dots H_k)$$

贝叶斯公式推广:

设 $A_i (i = 1, 2, \dots, n), B_j (j = 1, 2, \dots, m) \dots \dots M_f (f = 1, 2, \dots, g)$ 分别是先后 r 个试验的划分, C 为目标事件,当 $P(C) > 0, P(A_i) > 0, \dots, P(M_f) > 0, \dots, P(A_i B_j \dots M_f) > 0$ 时,则

$$P(A_i|C) =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \dots \sum_{k=1}^g P(A_i)P(B_j|A_i)P(C|A_i B_j) \dots P(M_f|A_i B_j \dots H_k)}{P(C)}$$

2 贝叶斯公式在经济中的运用

2.1 贝叶斯公式与营销信誉度的关系

成功的经济运作离不开好的营销,而营销是否成功又和信誉度的高低密切相关。对此,我们可以借助贝叶斯公式,分析一家公司如果在营销中多次不讲信用,相对于客户而言信誉度会变成多少?

假设某家公司的信誉度为 0.8,不可信度即为 0.2,某客户在信誉度较好的情况下上当的概率为 0.1,信誉度较差的情况下上当的概率为 0.5。借助贝叶斯公式进行计算,客户经历再次上当后,信誉度是如何下降的。

设 $P(A_1) = 0.8, P(\bar{A}_1) = 0.2, B =$ “客户上当”

则 客户经历了第一次上当后,公司的信誉度已经下降到 $P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(\bar{A}_1)P(B|\bar{A}_1)}$

$$= \frac{0.8 \times 0.1}{0.8 \times 0.1 + 0.2 \times 0.5} = 0.44$$

继续计算下去,设 $P(A_2) = 0.44$,则 $P(\bar{A}_2) = 0.56$,客户第二次上当后对公司的信誉度为

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(A_2)P(B|A_2) + P(\bar{A}_2)P(B|\bar{A}_2)} = \frac{0.44 \times 0.1}{0.44 \times 0.1 + 0.56 \times 0.5} = 0.14$$

在如此低的可信度情况下,公司很难在第三次营销的时候得到客户的信任,客户很难相信公司并产生一定的购买欲望。在这种情况下,公司的营销信誉度将大大降低,成功的概率也在不断下降,严重者甚至影响公司营销的业绩。

对此,借助贝叶斯公式可以在多种情况下预测和分析最终结果,从而对某种行为进行风险的评判,便于更好地提高成功率。

2.2 贝叶斯公式和生产管理的关系

生产管理在企业发展中发挥着十分重要的作用,是企

业运转极为重要的一环。但是在具体的管理过程中会存在各种各样的问题,信息不对称以及管理者自身决策的不科学会影响企业的正常运转。同时,部分企业缺乏专业的分析,仅仅依据主观判断进行决策,风险较大,而利用贝叶斯公式可以更好地减少问题的出现。

例如,一家企业有四个车间,这四个车间生产同一件产品,其比例分别为 0.3、0.2、0.15 和 0.35,出现次品的概率分别为 0.04、0.03、0.05 和 0.02。某天有一客户买了该厂的产品,其中的一件产品对客户造成了巨大的损失,因此客户要求按规定索赔。在这种情况下,厂长要追求责任,可该产品生产车间的标志脱落,无法追责,问应如何查出是哪家车间的责任?

在这种情况下,有许多概率事件可能会发生,产品生产的不确定性较大,但由于是四个车间共同生产,所以四个车间都要负责,而负责的大小应与该车间出现次品的概率成正比。借助全概率公式和贝叶斯公式,求出不同车间应负责的条件概率,从而计算出不同车间所负责的百分比。

根据题意设

$B = \text{“任取一件产品为不合格品”}$

$A_i = \text{“任取一件产品出自于第 } i \text{ 车间”}$

$$P(A_1) = 0.3, P(A_2) = 0.2, P(A_3) = 0.15, P(A_4) = 0.35$$

$$P(B|A_1) = 0.04, P(B|A_2) = 0.03, P(B|A_3) = 0.05, P(B|A_4) = 0.02$$

$$\text{所以取到不合格品的概率 } P(B) = \sum_{i=1}^4 P(A_i)P(B|A_i) = 0.0315$$

根据贝叶斯公式

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{0.3 \times 0.04}{0.0315} = 0.381$$

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)} = \frac{0.2 \times 0.03}{0.0315} = 0.19$$

$$P(A_3|B) = \frac{P(A_3)P(B|A_3)}{P(B)} = \frac{0.15 \times 0.05}{0.0315} = 0.238$$

$$P(A_4|B) = \frac{P(A_4)P(B|A_4)}{P(B)} = \frac{0.35 \times 0.02}{0.0315} = 0.22$$

最终得出第一车间所负责任较大。

借助贝叶斯公式,可以通过概率在信息不确定的情况下更加科学地预测或计算出结果,从而便于更好地进行企业的生产管理,维持企业的正常运行。

2.3 在经济决策中的应用

在信息不完全的状态下,仅仅凭借主观判断进行决策,存在较大的风险,成功的概率较低。而借助贝叶斯公式,通过信息的科学整合与计算分析,可以提出更加合理的决策,有效地降低风险。

例如,某家工厂面临两种选择,进行产品的创新还是生产原产品。根据未来发展的形式,产品的创新在工厂在发展方面发挥着十分重要的作用,而其销售状况影响着工厂的决策。问如何对比两种方式的销售状况?

在各种情况下,若工厂主仅仅凭借主观判断选择其中一种生产方式再进行市场调查,风险较大,会出现不可预测的问题。对此,更好的决策,可以借助贝叶斯公式,结合多种数据,计算不同方式下产品销售状况的概率。在最终判断上,选择期望值较大的方案为最终决策,之后再产品投放市场,进行市场调查。

借助贝叶斯公式,调查多种数据,可以更好地为企业决策提供依据,更大程度的减少决策风险。

2.4 贝叶斯公式与风险预估的关系

控制风险是指借助某种工具降低某一事项因误报或错报而带来损失的风险,在企业决策等多种方面发挥着十分重要的作用,可以更好地降低风险率,提高企业成功的概率。而部分企业在风险预估上存在较大不足,在内部控制上存在一些固有的局限性,这使得企业内部的风险预估不够科学合理,一定程度影响企业决策和发展。而借助贝叶斯公式,可以更好地弥补内控的局限性,更加有效地进行风险评估。

例如,某家企业为了更好地提高风险预估的准确性,对企业的两个部门进行调查研究,并得出两种不同的意见。而由于被调查的部门存在借助主观经验进行判断的现象,企业内部又再次进行了小规模调查并列出了详细的情况表格。问该如何评判该企业内控部门的工作效率?

在这种情况下,可以借助贝叶斯公式,根据表格里列出的数据进行假设实验和分析,计算可信度和不可信度的概率,从而更加科学合理的评判哪种意见的改良效果更优。借助这种方式,可以更好地对内控部门进行相关的改良,从而更好地提高风险预估和控制的效率和质量。

3 贝叶斯公式在舆论方面的应用

企业的科学决策与决策者自身的判断有关,同时也受到外界环境的影响和干扰。当企业决策时,决策者受到周边环境与信息的影响并对其做出错误评判时,在很大程度上会做出错误的决策,风险率较高。从这种情况来看,舆论一定程度影响企业决策。对此,为更好地使情况有利于自身的决策,部分企业会借助贝叶斯公式改变先验信息,使得舆论有利于决策的制定。比如,在商业战争中,企业会采用安排间谍的方式影响对方的决策,制造更有利于自身决策实行的环境。

例如,生产同一产品的两个企业,在信息化迅速发展的时代,针对未来产品生产和发展具有不同的方案。但由于双方市场竞争十分激烈,双方都想要更大的市场份额。在这种情况下,企业应采取何种措施做出更好的决策。

在这种情况下,双方竞争激烈,关系较为紧张。为更好的发展,可以借助贝叶斯公式,为自身营造良好的舆论环境,便于更好地推动决策的实行。决策者运用贝叶斯公式计算出何种决策的正确率较高,同时谨防商业间谍散播的决策谣言,及时通过网络、媒体等多种渠道传播正确的信息,从而更好地宣传自身的决策,为自身企业营造良好的舆论发展环境。

贝叶斯公式在多种方面都发挥着十分重要的作用。在舆论方面,通过多种调查和数据计算,对于正确地判断市场上出现的信息,改变先验信息,使情况更有利于自身的发展,更好地为企业营造良好的发展环境。

4 贝叶斯公式在企业损失分布中的应用

在经济学中,我们较常使用的是风险管理模型,借助计算机进行风险预估评判与模拟。但这种方式的科学程度不高,许多情况只在理想的状态下出现,与实际存在或多或少的差距,失真程度较高。这种情况使得企业在风险预估上存在一定失误,会造成不可避免的损失。对此,为更好地减少企业出现不必要的损失,需要借助各种有效的信息提高风险预估和决策的精准度。借助贝叶斯公式,进行多种情况下的企业损失概率分析,为企业选择损失最小的发展路径,从而更有利于推动经济的发展。

对数据进行统一的整合,在正态分布情况下得到各个参数的修正值,并借助贝叶斯修正得到更加精确的估计值。应用较广泛的则是对数正态分布下的具体案例。

比如,相关的资料显示,市场风险的资产组合损失率服从对数正态分布,在给置信区间的情况下,市场风险资产的 VaR 有固定满足的标准条件和相关的计算公式。

对此,在对数正态分布情况下,对企业进行损失预估和风险评判,借助相关的密度函数和市场风险资产的 VaR 标准条件进行科学的公式计算,可以得到更加准确的市场风险资产组合 VaR,便于为企业选择损失最低的发展方案。

5 结语

在当代社会,概率论与数理统计在经济学等许多方面得到了十分广泛的应用。贝叶斯公式在经济学领域的应用,为企业发展提供了更大的便利,减少了一定人力、物力和财力的消耗。在这种情况下,贝叶斯公式与营销信誉度、生产管理、风险预估和经济决策等方面都具有十分密切的联系,为企业决策提供了科学合理的先验信息,为企业在信息不完全或较复杂的情况下进行决策提供了较大的便利。与此同时,贝叶斯公式在舆论和企业损失分布等方面也得到了更广泛的应用。借助准确的信息和科学的公式计算,一定程度上降低了与实际应用的差距,为企业营造了良好的发展环境,更大程度上便利了经济的发展。

作者简介:孙玲(1983.2—),女,河北沧州人,副教授,研究方向:应用数学。

【参考文献】

- [1]宋红,吴旭峰.基于贝叶斯公式的索赔博弈模型分析研究[J].价值工程,2020,39(21):70-71.
- [2]陈晓旭.贝叶斯公式的应用推广[J].黑龙江科学,2020,11(12):38-39.
- [3]易强.贝叶斯公式在实际生活中的应用[J].课程教育研究,2020(25):94-95.