

线性代数课程教学改革与探索

姚 斌 杨玲香 周静静

(石河子大学理学院 新疆石河子 832000)

【摘要】线性代数是理工科大学学生的一门重要公共基础课,课程组从网络教学资源建设、课程思政内容设计、课程讨论建设、习题课建设、实践环节设计与实施及考核评价等方面进行了教学探索与改革,形成了一套行之有效的建设方案。

【关键词】线性代数;教学改革;课程讨论

DOI: 10.12361/2705-0416-04-03-76981

线性代数是一门理论抽象但应用广泛的大学公共数学课之一。各高校普遍在大学一年级开设,本课程对学生后续专业课程的学习和职业发展影响广泛。2019年,教育部颁发了《教育部关于一流本科课程建设的实施意见》,明确指出混合式教学作为全面推动信息技术和课堂教学深度整合的新型模式,是高等学校提升教育质量、培养高水平人才的重要抓手。课程组以线性代数一流课程建设为契机,经过长期的探索与实践,形成了一套行之有效的建设方案。

1 线性代数课程教学存在的问题分析

1.1 学生数学学习差异及需求多样化与教学供给单一性的矛盾

在教学中,学生的基础知识储备、学习能力、个性特征、学习风格和成就动机等,都表现出在学习上的差异和多样化的学习需求等,而数学由于学科本身的特点:公式多、理论抽象和考核偏重于计算等,再加上学时有限,教学形式大多为定义→定理→证明→计算等模式。教学形式单一,未顾及学生的差异。

1.2 大班教学,学生参与度不够,学习积极性不高

线性代数课堂学时为40学时,班级人数大都100人以上,课程内容比较抽象,课堂教学主要以教师传授书本知识为主。由于学生人数众多,学生参与度较低,学习兴趣及学习积极性不高。

1.3 数学知识传授与课程育人有机融合之间的矛盾

传统数学课堂在知识传授的同时还会融入数学家的生平思政元素,但存在缺乏相关数学课程思政素材的积累,融入方式生搬硬套等问题。如何在兼顾课程知识理论性和前沿性的同时有机融入课程思政,强化课程立德树人的根本使命还有待深入思考。

2 解决问题的主要思路

2.1 构建多维立体化的线性代数网络教学资源

课程组在充分考虑同一班级中不同学生的知识水平、认知风格与学习风格、学习兴趣等方面存在一定差异的基础上,从尊重学生个性和关注学生的最近发展区的角度出发,依据课程开展线上线下混合式教学,满足对教与学两方面的资源需求,一方面,重新修订课程教学大纲,重组课堂教学内容,撰写并设计制作新的课程教案和课件等教师教学资源;另一方面,编写并设计开发章节自主学习任务单、应用案例、自主练习试题、在线测试题、科学计算实验教学案例、几何意义虚拟仿真实验系统等学生学习资源,并依托于学校的网络教学平台,构建多维立体化的线性代数网络教学资源,以满足教师同质化的教学需求和学生多样化的

学习需求。

2.2 课程思政内容梳理与设计

团队教师认真梳理线性代数课程思政体系,重点结合课程每一章节中的概念、定理、性质等相关内容以及引例、定理、反例等相关证明和设计技巧,从数学文化、辩证唯物主义、科学精神和量化决策等不同角度剖析挖掘课程所蕴含的思政内容。

依据梳理的课程思政内容,课程团队进一步细化课程每一章节的教学目标,并开展相关的教学设计。对于在课堂上使用的每一个思政案例,团队教师都将从多个方面反复研讨课程思政教学方案,并根据不同的思政教学内容,设计形式多样的教学活动将思政元素融入课程教学,形成一整套与课程理论知识体系以及与理论教学相辅相成的课程思政资源融入方案。

2.3 课程讨论建设

由于课程学时有限,大部分课程讨论无法利用课堂教学展开。为了加深学生对知识点的理解,进一步实现知识的迁移和创新,课程依托于学校的网络教学平台,在一级子栏目单元学习中设置了三级子栏目学习讨论,主要围绕各章节较难理解和容易混淆的知识点以及一题多解等开展在线讨论活动。此外,课程还设计了部分涉及知识点的辨析、拓展、应用及课程思政等方面内容的在线讨论题,以提升课程讨论的高阶性、创新性和挑战性。

截止目前,课程组共发布在线讨论题259个,课程讨论区回文次数23256次。每次课前教师都会针对在线讨论情况进行反馈,以指导并帮助学生实现更高的思维活跃水平和更大的学习收获。

例如,向量组的线性相关与线性无关是线性代数中非常重要的知识点,学完该内容后,为了进一步拓展课程的深度与挑战度,我们提出了如下4个讨论问题:

问题一:能否将一个 m 阶的可逆矩阵扩充为一个 n 阶($n>m$)的可逆矩阵?如果能,如何扩充?

问题二:能否将一个 m 阶的可逆矩阵扩充为一个 n 阶($n>m$)的不可逆矩阵?如果能,如何扩充?

问题三:能否将一个 m 阶的不可逆矩阵扩充为一个 n 阶($n>m$)的可逆矩阵?如果能,如何扩充?

问题四:能否将一个 m 阶的不可逆矩阵扩充为一个 n 阶($n>m$)的不可逆矩阵?如果能,如何扩充?

为了进一步探讨课程所体现的辩证唯物主义思想,我们又提出了如下讨论题:

问题一:如何理解线性相关与线性无关所体现的对立与统一的关系?

问题二：整体与部分有各种不同关系，请思考向量组的相关结论中，哪些理论体现了整体与部分的什么关系？

讨论区发文回帖情况如图 1 所示。

发表于:2021年5月24日 15:58:49
初等矩阵告诉我们，任何n阶矩阵都可以由单位矩阵经过初等变换得到，eg. $PAQ=B$, $PAQ=E$ 这对讨论矩阵的性质，求逆矩阵有很大帮助。
发表于:2021年5月24日 16:23:31
初等矩阵是由单位矩阵经一次初等变换得到的，左乘一个初等矩阵相当于对A实施相应的初等行变换，右乘一个初等矩阵相当于对A实施相应的初等列变换，A经初等变换化为B，我们记为 $A \rightarrow B$ ，有了初等矩阵，我们就有 $PAQ=B$ 初等矩阵，把变换符号 " \rightarrow " 转换为 " $=$ " 这对讨论矩阵的性质有很大帮助。比如当A可逆时，我们可以 $(A,E) \rightarrow (E,A^{-1})$ ，这就是初等矩阵的功劳。
发表于:2021年5月24日 17:33:05
首先：初等矩阵都可逆，其次，初等矩阵的逆矩阵其实是一个同类型的初等矩阵（可看作逆变换）。例如，交换矩阵中某两行（列）的位置；用一个非零常数k乘以矩阵的某一行（列）；将矩阵的某一行（列）乘以常数k后加到另一行（列）上去。若某初等矩阵左乘矩阵A，则初等矩阵会将原先施加到单位矩阵E上的变换，按照同种形式施加到矩阵A之上。初等行变换不影响线性方程组的解，也可用于高斯消元法，用于逐渐将系数矩阵化为标准形。初等行变换不改变矩阵的核（故不改变解集），但改变了矩阵的像。反过来，初等列变换没有改变像却改变了核。有的时候，当矩阵的阶数比较高的时候，使用其行列式的值和伴随矩阵求解其逆矩阵会产生较大的计算量。这时，通常使用将原矩阵和相同行数（也等于列数）的单位矩阵并排，再使用初等变换的方法将这个并排矩阵的左边化为单位矩阵，这时，右边的矩阵即为原矩阵的逆矩阵。

图 1 讨论区发文回帖情况

课程讨论环节的设置，营造了师生平等、开放的讨论氛围。同时也帮助教师更好地掌握学生的学习情况，以便及时调整教学进度和相应的教学设计。

2.4 习题课与作业情况反馈

线性代数课程上课人数多，课程难度较高。当学生有问题时，大都是教师通过网络形式进行答疑。网络答疑方式虽然实时性好，针对性强，但覆盖面小，有效性差，尤其是无法系统地解决学生作业或所提问题反映出来的共性和深层次的问题。根据课程需要大量课外练习的特点，结合实际情况，探索助教利用周末时间开展习题课与作业情况反馈。

2.5 实践作业环节设计与实施

为了进一步提升课程的两性一度，开展课程深度学习，培养学生团队协作能力，课程组设置了以小组为单位完成的课程实践

作业。实践作业分为 3 种类型：计算机演示类、案例分析类和视频讲解类。每个小组 3~6 名同学，小组成员自由组合。每个小组可根据自身情况至少选择其中一种类型的实践作业进行深入研究，并小组讨论协作完成相关内容，具体内容自选。

2.6 依托网络教学平台和信息化技术，打造过程性评价体系

2019 年 7 月，中共中央、国务院提出要“构建以发展素质教育为导向的科学评价体系，强化过程性和发展性评价”。

课程组依托网络教学平台和信息化技术，获取了课程整个教学过程中学生在线讨论、在线学习、章节测试以及课堂出勤等多元统计数据，再结合任课教师或课程助教批改统计的平时作业成绩数据、任课教师和小组成员共同评定的课程实践作业成绩数据以及学生期末考试成绩数据，依据不同班级不同类型数据对应考核部分考核方式和考核目标的不同，采用不同的标准化方法计算得到各考核部分的评定成绩和统一的综合化方法，计算得到最终的评定成绩，克服了以往课程考核只注重结果，不顾及学生学习过程中的表现、无法全面考核学生的弊端，体现学生真实的学习质量和水平、充分发挥考核对学习的促进作用，确保了课程考核不游离于课程教学之外。

3 结语

近年来，学生期末考试不及格率明显下降，参与数学类学科竞赛成绩喜人。教师还从教学研究中提炼科学问题，面向学生发布相关项目，指导学生完成大学生创新创业训练计划项目，指导学生申报并获批国家级创新创业训练计划项目 1 项。积极指导学生参加数学实践活动，自 2018 年以来，课程组教师共指导学生获得大学生数学建模竞赛全国二等奖 3 项，省部级奖励 17 项。

为进一步了解学生学习情况，提升学习效果，课程组发布了调查问卷，从问卷分析中不难看出，70%左右的学生认为线性代数课程难度较大。通过对调查问卷的分析，为课程改革进一步明确方向：①如何及时准确地掌握学生自主学习的情况和效果，并相应地调整课堂教学内容；②如何根据不同专业学生的专业需求和自身兴趣设计针对性更强或开放性更强的课程实践作业。今后，课程组将进一步优化课程体系，以期达到更好的教学效果。

作者简介：姚斌（1982.6—），男，江西吉安人，副教授，研究方向：数学教育。

【参考文献】

- [1] 教育部.教育部关于一流本科课程建设的实施意见（教高〔2019〕8号）[EB/OL].（2019-10-31）[2020-04-05].http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/201910/t20191031_406269.html.
- [2] 杨威, 陈怀琛, 刘三阳, 等.大学数学类课程思政探索与实践——以西安电子科技大学线性代数教学为例[J].大学教育, 2020（3）: 77-79.
- [3] 杨文霞, 何朗, 万源.面向能力培养和计算思维训练的线性代数混合式教学改革与实践[J].大学数学, 2018, 34（6）: 7, 45-51.
- [4] 熊晶蕾.高校基础学科助教制度及习题课的探索与实践——以浙江大学数学学科为例[J].课程教育研究, 2019（5）: 135-136.
- [5] 黄涛, 赵媛, 耿晶, 等.数据驱动的精准化学习评价机制与方法[J].现代远程教育研究, 2021, 33（1）: 3-12.