

“高阶等差数列”课程思政融入教学设计实践

杨莉¹ 田兴虎²

1. 北方民族大学 数学与信息科学学院 宁夏银川 750021

2. 银川外国语实验学校 宁夏银川 750001

摘要: 高阶等差数列是继高中等差数列在大学《初等代数研究》课程更加深入学习的一个知识点. 经过作者的多轮实践教学, 提出问题, 梳理教学目标, 将课程进行课前线上、课中线下与课后线上设计, 适时融入显性与隐性课程思政元素, 强化学生团结意识, 平衡学习差异性, 培育学生的爱国情怀、民族文化自豪感与教师职业情操.

关键词: 高阶等差数列; 课程思政; 通项; 前 n 项和

The ideological and political course of “high order arithmetic sequence” is integrated into the teaching design practice

Li Yang¹, Xinghu Tian²

1. School of Mathematics and Information Science, Northern University for Nationalities, Yinchuan 750021

2. Yinchuan Foreign Language Experimental School, Ningxia Yinchuan 750001

Abstract: High-order arithmetic sequence is a knowledge point following the high school arithmetic sequence in the university “Primary Algebra research” course. After the author's multiple rounds of practice teaching, ask questions, combing teaching objectives, the course class front, class line and after class online design, timely into the explicit and recessive course ideological elements, strengthen students' unity consciousness, balance learning differences, cultivate students' patriotism, national cultural pride and teachers' professional sentiment.

Keywords: advanced arithmetic columns; ideological; general; preceding and

《初等代数研究》是数学与应用数学专业培养中小学数学教师的专业选修课. 教学过程中出现一些问题: 其一, 学生选修本课程既有为了获得学分也有为了将来当中小学数学老师. 如何在课程开设过程中激发学生对教师职业的热爱和向往. 其二, 选课学生来自全国各地, 学习基础和能力具有差异性. 学生的语言表达能力、参与性、表现力等层次不齐. 如何调动学生积极主动的参与到

课堂活动中, 团结协作, 共同学习, 解决疑难. 其三, 数列是高中内容, 高阶等差数列是特殊的数列, 在高中数学中未涉及, 学生停留在一阶等差数列的初步认识. 当前, 在大学更深入的学习了数列、等差数列等知识点, 进一步研究高阶等差数列. 如何在传统“黑板+PPT”教学模式的基础上融入“线上线下”混合式教学模式, 并“润物细无声”的进行课程思政教育.

为了解决以上问题, 笔者对“高阶等差数列”重新梳理教学目标, 对教学过程进行设计与实践.

知识目标: 阐述“高阶等差数列”概念、通项、前 n 项和公式.

能力目标:

(1) 本节课程中学生运用化未知为已知的数学思想方法, 采用从特殊到一般的归纳法推理证明相关公式.

(2) 学生对所学知识能追根溯源, 找寻知识最初产生的根源及发展过程.

基金项目:

宁夏西部一流学科(数学)教育教学研究项目(Sxy1xkjy202202)。

2022年度校级混合式教学示范课程建设项目(202203)。

宁夏回族自治区2018年本科教育教学改革研究与实践重点项目(NXBJG2018003)。

作者简介: 杨莉, 1978年1月生, 女, 回族, 宁夏固原人, 副教授, 主要从事大学数学教育教学研究。

(3) 能灵活运用概念、性质解决较高难度问题。

素养目标:

(1) 通过与“高阶等差数列”概念紧密联系的寓言故事“多歧亡羊”融入思政教育:各民族紧跟党和国家的路线走,“像石榴籽一样紧紧抱在一起”。

(2) 通过数学史的查阅,学生能深刻理解中国数学家对数学的贡献和科学精神,继承和发扬中华优秀传统文化,对民族文化产生自豪感,树立文化自信,讲好中国故事。

(3) 教学过程中诸多环节展示了教师的职业情操,如讲解定理思路,语言表述、粉笔字展示、严谨的数学逻辑推理、板书设计等,激发学生对教师职业热爱。

一、设计思路

为了体现课前、课中、课后“学生中心、产出导向、持续改进”全过程育人,本节课采取线上、线下混合式教学,以教学目标导向、以学生为中心进行课程设计.线上布置观看“多歧亡羊”网络视频进行“导入”学习,同时列出本节课的“学习目标”,并结合视频提出三个测试问题.线下进行参与式学习、后测(部分作为线上)与课程总结.见图1.

课程以课前、课中、课后为主线,设计了以下三方面显性课程思政元素.同时教学过程中无缝衔接了隐性课程思政元素。

第一、课前观看“多歧亡羊”寓言视频,思考“多歧”所造成的后果,联想为什么我们生活的如此幸福安定。

第二、课中教师与学生所展示的教学过程中诸多环节,激发学生对教师职业热爱与向往。

第三、课后通过查阅中国数学家的贡献,录制视频讲解,传承中华优秀传统文化,讲好中国故事。

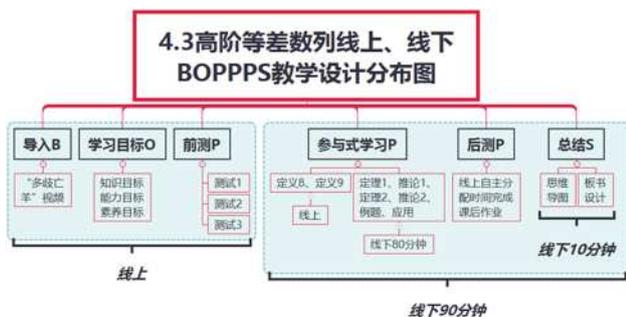


图1 高阶等差数列线上、线下BOPPPS分布图

二、教学过程

课前线上

第一部分 前测

教师---在超星学习通4.3章节目录中布置测试。

测试1---观看“多歧亡羊”寓言故事视频获得什么感想?思考为什么我们的生活如此幸福?

测试2---深刻探究“多歧亡羊”所蕴含的数学知识是什么?需要从“多歧”路网图入手,观察数字特点,进行演化,到底会转化为什么数列?

测试3---预习4.3节“高阶等差数列”,思考知识脉络发展所用的数学思想方法。

学生---在超星学习通章节目录中完成3个测试。

回答1---寓言故事的教育意义:“事物复杂多变,没有正确的方向就会误入歧途,后果严重。”并回答教师所问。

回答2---将“多歧亡羊”路线图经过几次演化,观察特点,会是什么数列?

回答3---预习相关知识,深刻思考知识点的联系、数学逻辑推理与数学思想方法。

意图1---观看视频融入显性思政元素:各民族紧跟党和国家的路线走,“像石榴籽一样紧紧抱在一起”。

意图2---测试题2提出问题,即“多歧”路网图对应的数列是什么数列?引出课题“高阶等差数列”。

意图3---课前预习能更好的帮助学生掌握知识点,使学生“温故而知新”(出自《论语·为政》)(隐性思政元素)。

做到以上线上学习,为课堂线下互动教学做好准备。

第二部分 定义8、定义9

教师---启发式讲授定义8、定义9.在章节目录中布置视频任务点,学生观看视频,针对定义设置如下问题,启发学生回答。

问题1---同学们告诉老师,这里的 a_{ri} 等于多少?

问题2---像这样一次又一次做差得的新数列称为给定数列的什么呢?(定义8如图2)

问题3---常数列是什么?分析一下是0阶等差数列吗?

问题4---等差数列有 r 阶等差数列吗?具体是几阶?我们来分析等差数列从第2项开始相邻各项与前一项的差为多少?

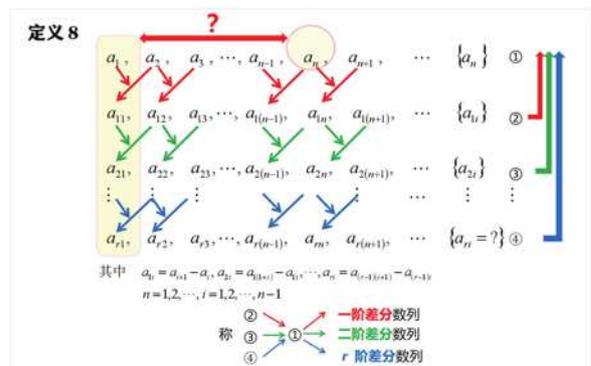


图2 定义8产生过程图

定义9 如果数列 $\{a_n\}$ 的 $r(r \geq 2)$ 阶差分数列是不为零的常数列, 则称该数列为 r 阶等差数列.

学生---根据教师的引导, 思考回答如下:

回答1--- $a_{ri} = a_{(r-1)(i+1)} - a_{(r-1)i}$ ($i = 1, 2, \dots, n-r$).

回答2---根据预习回答问题.

回答3---如 $1, 1, \dots, 1$ 是0阶等差数列.常数列是0阶等差数列.

回答4---等差数列有 r 阶等差数列, 通过分析, 等差数列从第2项开始相邻各项与前一项的差为零, 教材规定其是一阶等差数列.

意图---教师在分组任务中布置所列几个问题, 学生边看视频, 边回答.学生在其QQ小组群里回答(或腾讯会议)录屏上传线上“分组任务”.视频展示, 团队中某位学生若回答不上, 其他组员补充.激发学生线上听课、互动的积极性.形成遇到困难, 互帮互助(隐性思政元素)的学习氛围.

课中线下

第一部分 定理1、推论1

教师---线下引导学生讲授定理1、推论1.通过学习通随机点选学生观察推导.

问题1---高阶等差数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与各阶差首项有什么关系?

问题2---一起观察定义8的各阶等差数列组成的方阵图(图2).观察推导 $a_2 = a_1 + a_{11}$, $a_3 = a_1 + 2a_{11} + a_{21}$, 分析 a_4 的表达式结构是否也有类似的形式?

问题3---从而猜想通项 $a_n = ?$, 是不是 $a_n = \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a_{k1}$? 教师和学生一起给出定理1, 用数学归纳法进行证明.对于推论1, 主讲学生提问全体学生如何得到?

问题4---一阶等差数列的通项公式为多少? 请奇数团队给出.

学生---线下根据教师PPT动画演示引导一一作答.通过启发探究得到定理1、推论1.

定理1 若数列 $\{a_n\}$ 为高阶等差数列, 则其通项 a_n 可用各阶差首项表示为 $a_n = \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a_{k1}$.

推论1 一阶等差数列的通项公式为 $a_n = C_{n-1}^0 a_{01} + C_{n-1}^1 a_{11}$ (a_{21}, a_{31}, \dots 均为0).即 $a_n = a_1 + (n-1)d$.

意图---定理1讲解主要通过猜想归纳总结, 经历特殊到一般的数学思想方法进行推理, 用第一数学归纳法进行论证.学生通过教师的提问引发思考得到推论1, 由奇数团队给出.

激发学生探索知识的欲望和好奇心.感受数学的乐趣和奥妙.对于特殊到一般的命题会用数学归纳法进行证明.(隐性思政元素)

第二部分 定理2、推论2

教师---线下启发讲授定理2、推论2.

定理2 若 $\{a_n\}$ 为 r 阶等差数列, 则前 n 项和 $S_r(n) = \sum_{k=0}^r C_{n-1}^{k+1} a_{k1}$.

定理2的证明有两种方法, 方法一类似于定理1通过“特殊到一般”猜想 $S_r(n)$ 的结果, 利用“第一数学归纳法”进行论证.另一种方法“化未知为已知”利用定理1证明.具体如下:

问题1---观察 $S_r(n)$ 的形式, 显然与定理1通项 $a_n = \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a_{k1}$ 的结构形式类似, “温故而知新”, 利用定理1进行证明.这就说明 $S_r(n)$ 是某个数列的通项, 因此构造新的数列.

问题2---等差数列为几阶高阶等差数列? 其前 n 项和为多少? 由偶数团队讨论给出推论2.教师邀请学生在黑板书写定理2.

学生---进行2-3分钟思考, 团队讨论由一人报告, 其他学生进行补充.过程教师启发引导.

回答问题1、2---

$$\begin{array}{ccccccc}
 S_r(0), & S_r(1), & S_r(2), & \dots, & S_r(n) \\
 \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & & \updownarrow \\
 0, & a_1, & a_1 + a_2, & \dots, & a_1 + a_2 + \dots + a_n
 \end{array}$$

推论2 当 $\{a_n\}$ 为一阶等差数列时, 各阶差的首项唯 $a_{11} \neq 0$, 而 $a_{21}, a_{31}, \dots, a_{(n-1)1}$ 均为零, 因而有

$$S_1(n) = \sum_{k=0}^1 C_{n-1}^{k+1} a_{k1} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} a_{11}.$$

意图1---通过启发探究式学习, 采用化未知为已知, 透彻分析定理2层层递进近水楼台地利用定理1而获得.该定理利用逆向思维方法与化未知为已知的数学思想方法, 追根溯源, 找到解决问题的源头, 设计意图在于教会学生分析、处理问题的方法, 深切体会“授之以渔不如授之以渔”.(隐性思政元素)

意图2---对于定理2, 鼓励学生上黑板演示粉笔字书写, 考查板书技能.感染学生热爱教师职业(显性思政元素).

第三部分 性质、例题

例2 求和: $S_n = 1 \times 3 \times 2^2 + 2 \times 4 \times 3^2 + \dots + n(n+2)(n+1)^2$.

教师---给出高阶等差数列的性质, 并针对例2利用性质逐层启发讲解, 本题分析到第②步时可以用定理2完成(留给读者完成).在此为了简化, 进一步分析出 S_n

是五次多项式, 依据此目标进行裂项相消最终获得结果.

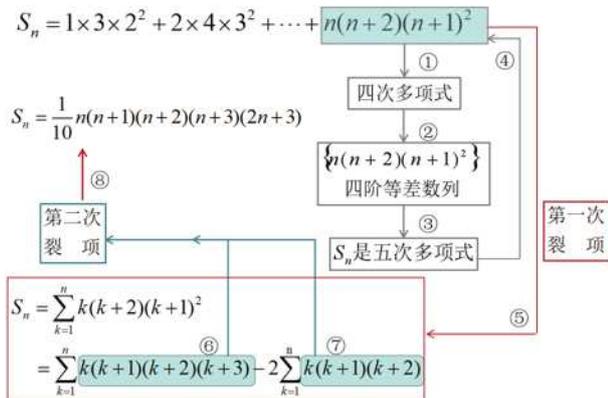


图3 例2分析过程图

学生---全体呼应. 引导学生写出分析思路过程, 布置学生写出完整文字解答过程上传平台“随堂测试”. 线下课堂分析过程, 线上平台储存.

意图---教师示范利用定理、性质等如何解决问题, 严谨的进行数学推理. 为例3、例4学生团队互动引领示范.

例3 已知整数列 $\{a_n\}$ 适合条件:

- (1) $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 3a_n + a_{n-1}, n = 2, 3, 4, \dots;$
- (2) $2a_2 = a_1 + a_3 - 2;$
- (3) $a_5 - a_4 = 9, a_1 = 1,$

求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

例3题目难度提升, 需要观察数项特点, 构造常数列.

教师---布置例3给门口组学生.

问题---追问学生如何构造, 并追寻公式

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \text{ 的来源.}$$

全班学生分为门口组与窗口组. 门口组学生任意组团, 团队合作讨论探究例3, 分配角色主讲. 学生找寻突破口---构造常数列, 从而积极解决问题, 并且给出公式起源.

意图---不同民族学生组团, 团结一致, 共克难点, 促进多民族融合. (隐性思政元素)

例4 求证数列 $1^k, 2^k, \dots, n^k$ 是 k 阶等差数列, 其 k 阶差为 $k!$ (k 为自然数).

例4需用第二数学归纳法证明, 难度在于一方面将差表示为组合数之和, 另一方面在于发现一个数列是另外多个数列之和, 且多个数列为不同阶的等差数列.

教师---布置例4给窗口组, 学生搭配小组探究, 选代表主讲, 组员补充.

问题---关注处理问题的数学方法: 第二数学归纳法, 并标注题目的重点和难点.

意图---团队合作探究, 组员鼓励和激发不善言辞

的队友积极发言、表达解题思想. (隐性思政元素)

第四部分 应用

教师---应用理论解决实际问题.

问题1---拓展思考, 请同学们利用高阶等差数列来说明剪纸的可能性.

设边长为 $1m$ 的正方形纸一张, 将这张纸剪成边长分别为 $1cm, 2cm, 3cm, \dots, (2n-1)cm$ 的正方形, 恰好是 n 个而不剩余纸, 这可能吗? 请同学们利用高阶等差数列来说明可能性. 培养学生应用所学理论解决实际问题的能力.

问题2---利用高阶等差数列解决“多歧亡羊”路网图对应的数列到底是什么数列?

问题3---网络查询沈括垛积术、杨辉三角、朱世杰的贡献, 录制讲解以上与高阶等差数列的关系视频.

学生---回应教师问题

解决1---对于现场剪纸问题, 学生思考课后完成, 上传学习通“主题讨论”.

解决2---通过钻研路网图所对应数列特点, 确定其是特殊的高阶等差数列.

解决3---将录制视频上传学习通作业.

意图1---剪纸问题考查学生利用已有知识分析解决实际问题的能力.

意图2---问题2恰好是前测中的测试题2, 这里让学生解决, 达到前呼后应的效果.

意图3---通过查阅与主题相关的历史人物, 使学生深刻理解中国数学家对数学的贡献和科学精神, 继承和发扬中华优秀传统文化, 对民族文化产生自豪感, 树立文化自信, 讲好中国故事. (显性思政元素)

第五部分 总结回顾

问题1---教师引导学生回答, 本节课学习了什么? 线上(课前)布置分组任务用思维导图展示课程内容. 线下学生团队推荐2名代表进行互动讲解, 教师与全体学生评价.

问题2---请设计本节课的板书布局, 即板书设计.

问题3---授课教师课前制作教师团队与学生团队评价表, 课中评价贯穿教学始终.

解决1---学生团队用思维导图进行总结, 扫描上传学习通分组任务, 教师现场进行投屏, 并选代表讲解, 特别是语言表达薄弱者进行讲解, 全体学生观看.

解决2---对于板书设计上传学习通作业.

解决3---任意一个学生团队与教师团队一起评价, 全体学生聆听.

意图1---培养学生的总结能力, 小组集思广益创新思维导图的制作及知识点的联系.

意图2--- 板书设计是每个学生需要完成的任务能力,这是教学基本技能训练.

意图3---公平、公正、公开的多元化评价.(隐性思政元素)



图4 思维导图总结与板书设计
课后线上

第一部分 后测

教师---教师布置课后习题15题、18题.学生课后线上超星学习通思考完成.

学生---课后线上完成作业.

意图---课后反馈与巩固,形成学习闭环.

第二部分 推荐文献见[2]、[3]

学生通过知网等查阅检索“高阶等差数列”相关文献等,了解课题的最新发展动态,随时更新知识.

意图---教师做到与时俱进,科研、教研与教学齐头并进,才能做好教育工作.引领学生善于观察、勤于思考,从而进行各学科知识点间的融会贯通,富有创新意识.(隐性思政元素)

三、考核评价

本节课评价主要设计为师生互评、生生互评、师生互评、团队互评的多方位、多角度、多元化评价方式.

(1) 对学生评价=导入+学习目标+前测+参与式学习+后测+总结

(2) 对教师评价=学生对教师评价+教师对教师评价
学生对教师评价,具体为“学生个人对教师评价、学生团队对教师评价、学生团队对教师教案评价”.另外邀请本课程教学团队教师参与听课、打分和评价,并对学生的表现给予现场说明.

四、教学反思

教学反思主要围绕学情分析汇集为以下几方面:

第一,课程思政融入方面.本节课在课前、课中、课后均分别从爱国、职业认同、民族文化自豪感或讲好中国故事方面进行了有机显性思政教育融入,如在课前的思政元素:“各民族像石榴籽一样紧紧抱在一起”体现了中华命运共同体意识,各个民族团结一致,互帮互助,这体现在课程的团队组织方面.同时在课中各个环节融入隐性思政教育元素,与教学目标相呼应,如知识目标、能力目标和素质目标方面都有相应的思政元素无缝衔接.

第二,教学模式方面.本节课采用线上线下BOPPPS教学形式,更好的实现教师引导、教学目标导向、以学生为中心的教学过程,使学生真正参与到课堂,强化了学生的团结意识,平衡了学生的学习差异性.互动效果良好,获得知识深刻.

第三,教师职业认同方面.课程实施整个过程,激发了学生上课积极性和参与度,从教师教学技能各个方面,学生感受到选择教师职业的乐趣和意义,但这并不是大部分学生,如何使得多数学生热爱教师这个职业,一节课显然是微不足道的,需要从整门课程的每节课去合理构思,优化教学方式、方法.

参考文献:

[1]叶立军.初等数学研究[M].上海:华东师范大学出版社,2008:141-149.
[2]吕增峰,赵珠.第七节“多歧亡羊”与“高阶等差数列”[EB/OL].https://v.youku.com/v_show/id_XMTg3MTIwMDgxMg==.html,2016-12-18/2021-2-8.
[3]林开亮.从微积分的观点看高阶等差数列的求和[J].高等数学研究,2017,20(1):34-37.
[4]戴中林.高阶等差数列前n项和的注记[J].大学数学,2018,34(4):111-114.

学生预习“高阶等差数列”过程性成绩

| 课程环节 | 课前(线上) | | 课中(线下) | | 课后(线上) | | 总计 |
|------|---|------|--------|-------|--------|----|----|
| | B | C | P | S | P | S | |
| 过程 | 导入 | 学习目标 | 前测 | 参与式学习 | 前测 | 总结 | |
| 权重 | 10% | 25% | 10% | 50% | 10% | 5% | |
| 评价 | 1. 导入为教师观察学生预习高阶等差数列学习成果,能认识到与教师所讲内容的关联度。 2. 参与式学习为课堂表现:出勤、个人回答问题、个人陈述演讲、个人陈述字展示、个人陈述0.1评分、团队互评表现、学生互评教师评价、学生团队互评总结(思维导图)。 参与式学习过程性评价:在导入学习目标,在总结时完成。具体为:出勤、导入(个人回答问题)、评分(个人回答或在课中)、前测(个人陈述演讲、个人回答展示)、总结任务(学生团队课堂、课后评价),同时可互评互评互评。 3. 1. 过程性评价,分为两部分: (1) 课堂中的参与式学习过程性评价:在课中完成学习任务。 (2) 课堂外评价:个人教案设计、教学反思(含教学反思每节课三角)与课后评价,将记录为课程学习过程性评价:随堂练习、作业等。 | | | | | | |