

信息技术模拟试验在《概率》教学中的应用

马 瑛

广东省江门市培英高级中学 广东江门 529000

摘要: 信息技术对概率统计的发展起到了决定性的作用, 在教学中, 要引导学生尽可能运用计算机来处理数据, 进行模拟活动, 可以更好地体会统计思想和概率的意义。

关键词: 信息技术; 模拟实验; 古典概型; 几何概型

本人在教学中对信息技术与高中数学的整合进行了探究, 下面仅谈谈信息技术模拟试验在概率有关问题探究中的应用。

一、信息技术在古典概型中的应用

在教材中分别给出了频率和概率的概念:

在相同的条件S下重复n次试验, 观察某一事件A是否出现, 称n次试验中事件A出现的次数 n_A 为事件A出现的频数, 称事件A出现的比例 $f_n(A) = \frac{n_A}{n}$ 为事件A出现的频率。

对于给定的随机事件A, 如果随着试验次数的增加, 事件A发生的频率 $f_n(A)$ 稳定在某个常数上, 把这个常数记作P(A), 称为事件A的概率, 简称为A的概率。

在这两个概念的问题上, 教材要求学生亲自动手做投掷硬币的试验, 统计其频数并计算其频率, 让学生初步理解频率的概念, 而概率的概念还是比较难理解的。因为概率的概念是在“随着试验次数的增加”的基础上定义的。而学生不可能大量重复这项试验, 这就要求利用现代信息技术, 通过模拟大量重复该试验。

利用计算机模拟投掷硬币的试验, 可以得到大次数投掷硬币的结果, 例如某次模拟10000次投掷硬币的结果如下(图1):

根据频率的概念容易知道事件“正面向上”的频率是0.4981。重复以上模拟试验, 可以得到1000次、2000次、3000次……10000次的试验结果, 然后记录在EXCEL表格中, 利用EXCEL的计算功能可自动求出对应

作者简介: 马瑛, 1964年10月, 男, 汉族, 河南南阳人, 大学本科, 高中数学高级教师, 主要研究方向为数学教学和思政教育。

本文系广东省教育科研“十三五”规划2020年度教育科研一般项目, 课题批准号: 2020YQJK237 阶段性研究成果

的频率。再利用EXCEL的图表功能, 作出投掷硬币的频率图(图2), 操作如下:

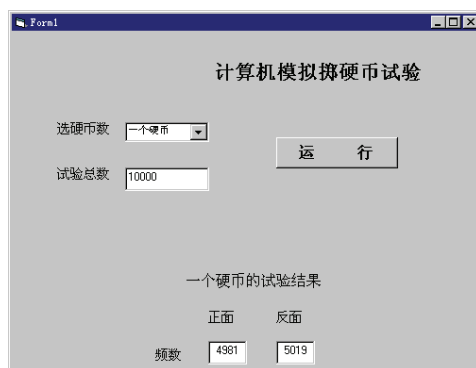


图 1

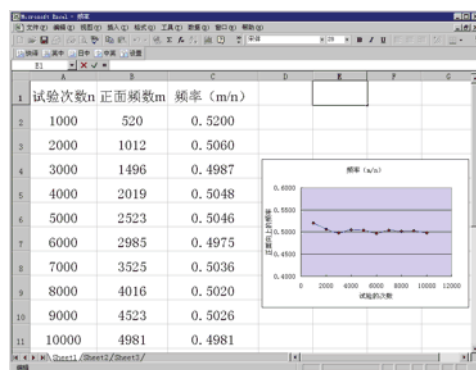


图 2

先选定“试验次数”及“频率”两列, 然后点击: 插入—图表—XY散点图, 按照提示便可完成。

由以上模拟试验可以看出, 当试验次数很多时, 出现正面向上的频率值在0.5附近摆动, “随着试验次数的增加”, 频率会稳定在某个常数, 这个常数就称为事件“正面向上”的概率。通过计算机模拟试验的探究, 在相同条件下进行大量重复试验的随机时间, 都具有频率的稳定性。而概率是事件固有的性质, 它不同于频率随试验次数的变化而变化, 它反映了事件发生可能性的大小。

二、信息技术在几何概型中的应用

教学中, 让学生通过计算机模拟来体会频率稳定于概率的客观规律, 进一步地, 可以利用模拟方法来进行几何概型的学习。例如, 人教版(A版) P133例3: 在正方形中随机撒一大把豆子, 计算落在其内切圆中的豆子数与落在正方形中的豆子数之比, 并以此估计圆周率的值。

利用VB开发出来的软件可以模拟试验求出圆周率, 只要输入试验次数, 点击运行即可求出圆周率, 如下图所示(图3):

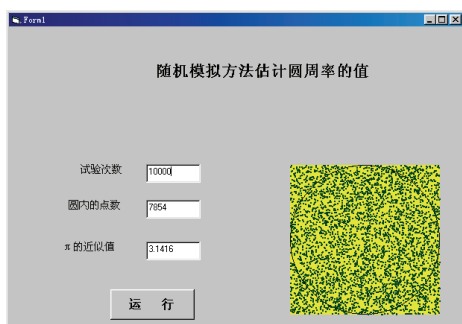


图3

然而, 利用已开发的软件来直接求出圆周率, 不利于学生理解和认识数学。因此, 需要学生设计随机模拟试验来探索圆周率的求法。随机模拟试验是研究与随机事件概率有关问题的重要方法, 用计算机模拟试验, 首先需要把实际问题转化为可以用随机数来模拟试验结果的概率模型。也就是怎样用随机数来刻画影响随机事件结果的量。我们可以从以下几个方面考虑:

1、由影响随机事件结果的量的个数确定需要产生的随机数组数。如长度、角度型只用一组, 面积型需要两组, 体积型需要三组。

2、由所有基本事件总体对应区域确定产生随机数的范围。

3、由事件A发生的条件确定随机数所应满足的关系式。

先分析求圆周率的算法: 圆的面积: 正方形的面积 \approx 落在圆中的豆子数 $N1$: 落在正方形中的豆子数 N , 假设内切圆以原点为圆心1为半径, 则, $\pi \approx \frac{N1}{N} \times 4$ 。下面是利用EXCEL求圆周率模拟试验的一种设计(如图4):

1、在A列和B列分别产生10000个-1到1的均匀随机数: 输入“=2*RAND() -1”即可。

2、在C列求出同一行对应的两个随机数的平方和: 在单元格C2中输入“=A2^2+B2^2”, 复制到C3到C10001

即可。

图4

3、在单元格D2中计算出C2到C10001中小于1的频数: 输入“=FREQUENCY(C2:C10001, 1)”即可。

4、在D2中算出圆周率的近似值: 输入“=4*D2/10000”即可。

用随机数模拟的关键是把实际问题中事件A及基本事件总体对应的区域转化为随机数的范围。这种方法可以产生大量的随机数, 又可以自动统计实验结果, 同时可以在短时间内多次重复试验, 可以对试验结果的随机性和规律性有更深刻的认识。由上例知道, 如果我们能设计一个图形使其面积与某个常数有关, 我们就可以设计一个概率模型, 然后设计一个适当的试验, 并通过这个试验的结果来确定该量的近似值。这就启发我们, 利用几何概型, 并通过随机模拟试验可以求复杂的几何图形的面积。例如: 下面是边长为1的正方形, 阴影部分是分别以四个顶点为圆心1为半径的圆的公共部分(如图5), 求阴影部分的面积。

我们可以用随机模拟法向图中正方形内投点, 估计点落在阴影部分的概率, 同时用几何概型概率公式由阴影部分面积与正方形面积之比得到概率, 这两个概率相等, 故可以用随机模拟法估算图形阴影部分的面积。

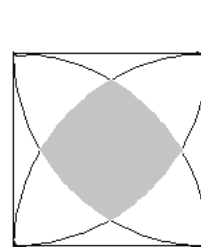


图5

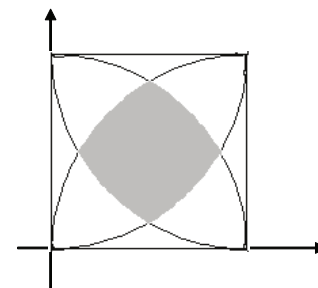


图6

如图(如图6)建立直角坐标系, 则阴影部分的点的坐标满足不等式组:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1) \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 1 & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1) \\ x^2 + (y-1)^2 \leq 1 & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1) \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1 & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1) \end{cases}$$

利用EXCEL软件可设计模拟试验来求解，过程如下：

1、在A列和B列分别产生20000个0到1的均匀随机数：输入“=RAND()”即可。

2、在C列判断同一行的两个随机数是否满足上述不等式组，是则返回1，否则返回0。

3、在单元格D2中计算该随机点落入阴影部分面积的概率：输入“=SUM(C2:C20001)/20000”即可。

结果如下图（图7）所示：

	A	B	C	D
1	x	y	N	P
2	0.354338209	0.166881903	0	0.31590
3	0.15849926	0.832559059	0	
4	0.773844594	0.13908387	0	
5	0.154012303	0.766159334	0	
6	0.662141443	0.102435279	0	
7	0.228206202	0.424440538	1	
8	0.641853654	0.856066707	0	
9	0.642452215	0.734530078	1	

图7

由几何概型概率公式得到阴影部分面积约为0.3159。

随机模拟试验需要产生大量的随机数，同时又要统计试验的结果，计算机可以大大提高数据整理和显示的效果，既直观又提高学习的效率，使学生有时间与精力来探究事物的统计规律性，如果离开了计算机的帮助，需要花费大量的时间，统计试验结果的困难是可想而知的。用信息技术进行模拟试验的另一个好处是相同的试验可以在短时间内重复多次，可以对试验结果的随机性和规律性有更深刻的认识。信息技术的应用使统计试验变得十分方便，而且可以通过大量重复试验比较结果的稳定性。在教学中，要鼓励学生尽可能运用计算机来处理数据，进行模拟活动，更好地体会统计思想和概率的意义。

参考文献：

[1]屈文芝.新课标下信息技术与初中数学课程教学的整合.中学教学研究.2005年第5期.
 [2]数学课程标准(实验)解读.江苏教育出版社.2004年3月.
 [3]新教材完全解读(必修3).中国物资出版社.2005年1月.
 [4]涟源一中.创新:高中学科教学与现代信息技术整合-涟源一中现代教育技术与教学创新研究经验介绍.