

微积分在普通物理学课程中的应用

雷宏焱 杨振波

广州科技职业技术大学 广东广州 510555

摘要: 普通物理学与微积分之间有着十分紧密的联系, 掌握微积分是学好普通物理学的关键。本文研究了微积分在普通物理学课程中的应用, 提出如何引导学生较好地掌握微积分的思想和计算方法, 并能够用于解决物理相关问题, 进而提高物理学科的教学效率。

关键字: 普通物理学; 微积分; 应用

1. 引言

普通物理学是自然科学和工程技术的理论基础, 是一门锻炼学生思维和实践动手能力、提高学生科学素质和科学研究能力的重要学科^[1]。普通物理学与中学物理相比, 研究的问题更具有普遍性, 更贴近实际生活和工程应用, 在中学阶段的运动学板块, 学生主要学习匀速运动或者匀变速直线运动, 如匀速直线运动、自由落体或者竖直上抛运动, 这些运动的特点是加速度的大小和方向都不随时间发生变化, 而实际生活中遇到的运动更多是变速曲线运动, 这时候加速度的大小和方向时刻发生变化。因此普通物理学和中学物理在研究问题的方法和计算上很不相同, 普通物理学要求学生掌握微积分的思想和相关计算方法。微积分贯穿大学物理的始终, 但是在有些高校, 尤其一些职业本科院校, 通常在大一上就设置了普通物理学这门课程, 这时学生还没有系统学习高等数学, 导致对微积分不够了解甚至不会进行基本的求导和积分计算, 这不仅给学生的学习带来困难, 也给老师的顺利教学造成了比较大的障碍。因此引导学生在学习普通物理的同时掌握微积分基本功, 做到高数与物理这两门课的融会贯通是每一位大学物理教师重点关注的问题^[2]。

2. 建立微积分思想

普通物理学研究的范畴和中学物理没有太大区别, 理工科学生对物理的一些基本概念、定律以及实验方法已经有了初步的认识, 并具备了一些科学思维。但在实际教学中发现大多数学生感觉普通物理学太难, 甚至表示听不懂, 其根本原因在于大学物理研究的是非均匀的、变化的量, 解决这类问题的基本思想和方法就是微积分, 许多物理概念、物理定律都是采用微积分的形式, 例如牛顿第二定律的一般表达式、动量定理的微分和积分形式, 以及变力做功等等。因此在物理教学前期

很有必要引导学生建立微积分思想, 将复杂的物理问题进行分解, 把需要研究的物理量进行分割, 对微小的元素作近似处理, 然后将所有分割的微小元素产生的效应进行累加, 便可以得到复杂问题的近似结论, 如果进行无数次分割, 得到的结果就会越精确。与此同时要教会学生流畅计算求导和积分, 以便达到对物理相关公式的推导和题目的求解, 学生在学习过程中可以通过总结求导和积分公式以及法则, 理清它们之间的对应关系, 归纳各类函数求导和积分的计算技巧。类比中学里面乘法和除法的运算, 会发现积分与求导也是互为逆运算, 因此学生熟练掌握求导公式和方法后, 就不难理解积分的概念和计算了。微积分思想和方法的本质就是有限向无限, 近似向精确进行转化, 处理方法可总结为无限切割、取微元、求和以及取极限。其精髓就是: 对物理量取微元后, 复杂物理对象变成简单物理对象, 变量可看成常量, 非均匀量变成均匀量, 曲线可看成直线, 变与不变实现了辩证转换^[3]。

3. 导数在普通物理学中的应用

普通物理学教材的第一章就涉及相关求导计算, 如位移求导是瞬时速度, 瞬时速度求导是加速度, 而中学物理定义的平均速度, 简单地采用位移除以时间, 平均速率则是路程除以时间。平均速度反映的是一段期间的平均变化快慢, 而瞬时速度则是通过导数得到某时刻位置随时间变化的快慢。瞬时速度是平均速度在时间趋于零时极限值的大小, 因此可以通过导数的定义求得。假设在直线上运动的一个质点的位置函数为 $s = s(t)$ (t 表示时刻), 当 t 为 t_0 时刻时, 位置在 $s = s(t_0)$ 处, 为了求得瞬时速度, 我们可取 t_0 近邻的时刻 t , 在由 t_0 到 t 这一段时间内, 质点的平均速度为 $\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$, 显然当 t 与 t_0 越近, 用 $\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$ 代替 t_0 的瞬时速度的效果越佳, 特别地当 $t \rightarrow t_0$

时, $\frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$ 趋于某一个定值 v_0 , 那么 v_0 必为 t_0 点的瞬时速度, 此时 $v_0 = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$, 这在高等数学里其实就是导数的定义。一般在求瞬时速度或者加速度的大小时, 我们可以直接采用求导公式, 因此要求学生熟记常见的公式和法则。另外在质点动力学这一章节, 已知质点一般运动的运动方程, 求所受力的的大小, 就需要先通过求导得到质点的瞬时速度, 求二阶导数便得到加速度, 再根据牛顿第二定律可求得最终变力的大小, 这种方法相比中学里直接使用 $F=ma$ 求解力来说, 应用更加广泛。相应地, 在学到动量定理这一节时, 会看到其微分和积分表达式, 计算不再是简单的加减乘除, 实际上按照牛顿自己所提出的牛顿运动方程, 就是用动量定理的微分形式来描述的, 其物理意义就是: 在某一瞬时物体动量对时间的变化率等于这一瞬时作用在物体上的力, 而且动量的时间变化率的方向与力的方向相同。

在中学阶段, 我们学到的欧姆定律表达式为 $I = \frac{U}{R}$, 其反映了同一电路中, 通过某段导体的电流跟这段导体两端的电压成正比, 跟这段导体的电阻成反比, 在知道其中两个量的情况下, 我们可以通过简单的乘除运算进行求解, 理解起来也非常简单。但是在普通物理学中, 解题过程中常会用到欧姆定律的微分形式, 其推导过程就涉及微分的计算。我们根据欧姆定律得到 $dI = -\frac{dU}{R}$, 而电流密度等于电流强度对横截面积的导数, 根据电势梯度和电场强度的关系, 进而可以推出 $E = -\frac{dU}{dl}$, 它描述了导体中的电场和导体中的电流分布之间逐点的细节关系, 与欧姆定律具有更深刻的意义, 应用也比较广泛。这些公式里都涉及到微分和导数的内容, 不难发现普通物理学对微积分的要求较高, 如果不理解导数的定义和掌握求导的计算方法, 很多时候会遇到障碍, 进而影响学习效率。

4. 积分在普通物理学中的应用

微积分解决问题的思想可以分为切割、取微元、求和以及求极限四步, 理解其本质尤为重要, 例如在求解变力做功、电场强度时经常用到, 下面简单举例说明, 中学物理在研究恒力作用下做直线运动时, 做功的计算公式为 $W = F \cdot S \cdot \cos\theta$ 。而大学物理研究变力在曲线运动中做功时, 所用公式为 $W = \int_A^B F \cdot dr$ 。无论是恒力做功还是变力做功, 其本质都是力在空间上的累积效应, 第一种情况力是不变的, 运动是直线的, 力与运动方向的

夹角不变, 做功可以直接用乘法运算实现。第二种情况力是变化的, 运动轨迹是曲线, 因而力与位移的夹角时刻在发生变化, 因此力在空间上的累积必须先算出每一小段的功然后再进行叠加, 由于分割的小段非常多, 趋于无数段, 这个累加只能用积分运算来实现^[4]。同样在质点动力学中, 动量定理的积分形式应用也非常广泛, 尤其在求解变力的冲量时, 需要用到定积分求得, 在中学课程里一般是直接求解平均冲力, 物体的运动大多也是直线型。另外在计算质量连续分布的刚体的转动惯量时, 我们也会使用积分的方法进行计算, 以均匀细棒为例, 其思想就是取棒上一个非常小的质元, 这个时候可以将其看成单个质点, 然后运用转动惯量的计算公式求得。而整个刚体可以看成无数个小的质点构成, 如果我们将所有的质点进行叠加求解, 难以得到结果, 这个时候就必须使用积分来解答, 因为积分的本质就是求和, 所以我们得出单个质点的转动惯量后再积分, 就可以得到细棒的转动惯量表达式为 $J = \int_a^b r^2 dm$, 其中 dm 可理解为选取的质量元, 也就是微积分里常提到的切割后的微小元素, r 是质量元与刚体转轴之间的距离。类似地, 计算超薄的圆盘状刚体和体状的刚体的转动惯量时, 也会涉及积分的计算, 其思想和棒状刚体一样, 对于薄板, 可以忽略其厚度, 避其次要研究主要也是微积分的思想之一。除此之外, 刚体力学的定轴转动的动能定理也涉及到积分的计算, 与变力做功类似, 需要通过积分求得合外力矩的功, 因此我们需要对积分有深刻的理解和认识, 不然在物理概念的理解和题目的计算中都会遇到困难, 这也是很多同学上课听不懂的原因。

在学习静电场一章的时候, 学生会发现很多公式的表达和中学物理不一样, 甚至不懂公式里符号的意思, 比如曲线积分、曲面积分以及电势梯度等, 大多不再是简单的加减乘除运算, 而是各种各样的积分计算, 这就要求学生对微积分达到熟练掌握的程度。以电场强度的计算为例, 中学阶段, 我们通过电场力除以电荷量进行求解, 这种方法具有局限性, 对大多数学生来说没有难度, 但是普通物理学中分类较多, 如点电荷电场中的场强求法和中学相同, 而更多时候需要电荷连续分布任意带电体电场中的场强, 可以采用微积分思想将带电体分割成无限小的元, 带电体可看成是许多极小的点电荷 dq 的集合, 每一个电荷元 dq 在场点产生的场强为 $dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 。若要计算全部电荷产生的总场强, 就需要求得所有电荷元产生的总场强, 这个时候就是把累加换

成积分运算, 即场强为 $E = \int dE = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 。在静电场的高斯定理中, 也要求学生掌握曲面积分相关内容, 虽然在计算方法上和定积分不太一样, 但在本质上没有区别, 都是采用微积分的思想求解。

5. 结语

总之, 普通物理学对微积分的依赖程度非常之高, 因此要学好大学物理, 就必须具有高数学科的知识储备, 尤其需要建立微积分思想, 掌握求导和积分的本质以及计算方法, 才能深刻理解物理概念和规律的本质, 这方面的能力需要长期的培养和训练, 一旦具备这些素质, 将有助于激发学生对普通物理学这门课程的兴趣, 提高他们数理结合解决实际问题的能力, 同时也可以提高老师的教学效率, 达到双赢的效果。

参考文献:

- [1] 宋菲君. 从物理教学、研究、开发到产业——贺赵凯华教授八十华诞[J]. 物理, 2010, 39(5): 350 ~ 352.
- [2] 杨海彬. 浅谈大学物理教学中数学知识的运用 [J]. 安徽文学与月刊, 2007(5): 101-102.
- [3] 曾安平. 大学物理教学要解决的三个关键问题[J]. Science & Technology Information, 2008, (22): 573 ~ 574.
- [4] 王秀敏. 大学物理中导数与积分类型公式的教学策略分析[J]. 科技资讯, 2019, 17(18).

作者简介: 雷宏焱, 男, 汉; 出生年月: (1993年2月-); 籍贯: 湖北孝感人; 研究方向: 从事物理教学与研究; 学历: 硕士;