

# 定时信号控制交叉口排队长度计算模型比较分析

齐立群

深圳市综合交通设计研究院有限公司 518000

**摘要:** 交叉口排队长度主要包括平均排队长度、最大排队长度、最短排队长度等几类,其计算方法总结起来主要有排队论方法、到达-离开曲线法、交通波法、马尔科夫链法等。文章对几种常见方法的测算结果进行了梳理和比较分析。

**关键词:** 交叉口; 排队长度

## 1 交叉口排队长度计算方法

### 1.1 排队论法

排队论模型起源于数学理论。GF.Newell<sup>[1]</sup>最早将数学中的排队论模型引入到交叉口的车辆运行中,分析了车辆排队与交通延误情况。该方法相对成熟,研究成果也较为丰富,但它忽略了交通的随机性以及驾驶人的交通行为给交通系统带来的影响,导致其在实际应用中不能很好的描述交叉口的排队行为。

### 1.2 到达-离开曲线法

累积曲线法是基于交通流到达-驶离曲线的累积关系来计算排队长度的方法。主要有稳态理论模型和定数理论模型以及过渡函数曲线。代表的有Miller<sup>[2]</sup>模型、Akcelik<sup>[3]</sup>模型以及它们在SIGNAL94和TRANSYT中的应用。具体列表如下:

表1 各类排队长度计算模型

模型名称	公式
Miller	$Q_n = \frac{\exp[-1.33\sqrt{SG}(1-x)/x]}{2(1-x)} + q_n R$
Akcelik	$Q_n = \frac{q_n R}{1 - \frac{q_n - 1}{S}} + D$ $D = \frac{\exp[-1.33\sqrt{SG}(1-x)/x]}{2(1-x)}$
SIGNAL94	$Q_n = \begin{cases} 2q_n R & \text{非饱和周期} \\ \frac{2q_n R + 0.25v(x-1)}{x} & \text{过饱和周期} \end{cases}$
TRANSYT	$Q = Q_u + Q_0$ $Q_u = \begin{cases} q_n R & (x < 1) \\ QR & (x \geq 1) \end{cases}$ $Q_0 = \begin{cases} \frac{QT}{4} \left[ x - 1 + \sqrt{(x-1)^2 + \frac{4x}{QT}} \right] & (x > X_0) \\ 0 & (x \leq X_0) \end{cases}$

注:  $Q_n$ 为第n周期的最大排队长度(veh);  $Q_0$ 为分析期内平均滞留车辆数(veh);  $q_n$ 为第n周期的车辆到达率(veh/s); R为红灯时间(s);  $D_n$ 为第n周期滞留的排队车辆数(veh); G为绿灯时间(s); S为饱和流率(veh/h); x为饱和度,  $x = \frac{q}{Q}$ , q为车辆平均到达率,在时间段T内不变;  $\alpha$ 为到达分布系数,在SIGNAL94中为2;  $X_0$ 为饱和度阈值,  $X_0 = 0.67 + \frac{SG}{600}$ ; T为信号周期(s); Q为通行能力(veh/h);  $Q_u$ 为红灯期间积累的车辆数(veh)。

### 1.3 交通波理论

交通波理论是将交通比拟为流体,运用流体理论来描述交通流特征,并创建了波动理论模型。交通波模型的基本公式如下:

$$v = \frac{dq}{dk} = \frac{\Delta q}{\Delta k} = \frac{q_a - q_b}{k_a - k_b} \quad (2.9)$$

式中:

v——交通波波速;

$q_a$ 、 $q_b$ ——交通波前后车流率;

$k_a$ 、 $k_b$ ——交通波前后车流密度。

Panos<sup>[4]</sup>利用研究了从路口停车线开始车辆阻塞波和疏散波的传递过程,并计算了排队长度。Henry<sup>[5]</sup>利用波动理论对饱和交叉口的实时排队长度估计方法进行了研究。Xinkai Wu<sup>[6]</sup>利用交通波模型,通过辨识波动过程中的状态转换点来计算排队长度。

### 1.4 马尔科夫链法

马尔科夫链是数学中具有马尔可夫性质的离散时间随机过程。该过程中,在给定当前知识或信息的情况下,过去(即当期以前的历史状态)对于预测将来(即当期以后的未来状态)是无关系的。

交叉口的信号控制周期是固定的,如果我们将马尔科夫链中的每一时间步长设定为信号周期的长度,那么

交叉口的排队就可以被分割为离散的过程，也就有了马尔科夫链的理论在排队长度的估算中应用基础。

马尔科夫链排队长度的预测关键在于建立转移矩阵，其具体建立过程可参见Yi Qi<sup>[7]</sup>等的研究。该理论的创新点在于，建立了交叉口排队长度的概率模型。

## 2 比较分析

### 2.1 平均排队长度对比

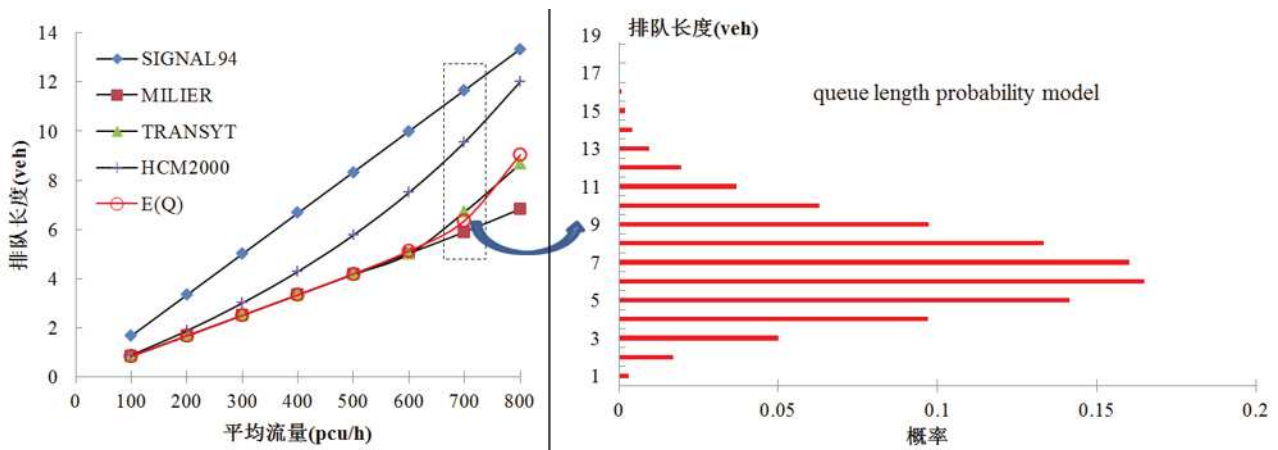


图1 概率模型同传统模型比较

上图中左半边图表示在不同流量下各类模型在平均排队长度上计算数值的对比。可以发现SIGNAL94模型计算的平均排队长度在非饱和状态下始终大于其他几类模型的计算值；在流量较低时（饱和度小于0.8），MILLER、TRANSYT及马尔科夫模型计算得到的平均排队长度值基本保持一致。当流量较高时（饱和度大于0.8），马尔科夫模型计算得出的平均排队长度值会迅速的增大。

同时从上图中的右半边图展示的是马尔科夫模型中每个数据点的背后均有一个类似的概率分布图来支撑，相较于其他排队长度计算模型得到的单一数据点，马尔科夫模型能够用更丰富的数据描述排队长度，得到的结果也更有指导意义。

### 2.2 马尔科夫模型概率分布验证

在VISSIM中建立了一个单车道，并且只有直行车辆的仿真实验。在仿真中，信号控制的周期为90s，绿信比为0.4，路段长度为152m。同时将饱和流率定为1800pcu/h，单车占用道路长度平均为7.6m（包括车身长度及排队时车辆间的安全距离）。因此，152m的路段可以容纳的车辆数为20辆。

在实验中，将饱和度分别设定为0.7、0.75、0.8、0.85、0.9、0.92、0.94、0.96、0.98，因此共进行了9组仿真实验，同时每组仿真实验共运行了100个有效周期，并输出了每个周期的最大排队长度值。根据仿真结果计算出

选择作为对比对象的排队长度计算模型有SIGNAL94, Miller, TRANSYT、HCM2000以及马尔科夫链排队长度模型。由于马尔科夫链中描述的排队长度模型是概率模型，因此，在对比过程中通过计算其期望值即 $E(Q)$ 来进行。下图展示的是在交叉口周期为60s，绿灯时间为30s的情况下，各模型在不同流量水平下计算出来的交叉口排队长度曲线（饱和流率假定为1800pcu/h）。

来不同饱和度下，发生溢出的概率如图2中蓝色实线所示。而图中红色实线为根据马尔科夫模型计算所得到的不同饱和度情况下的排队长度大于20辆车的概率（即溢出概率）。

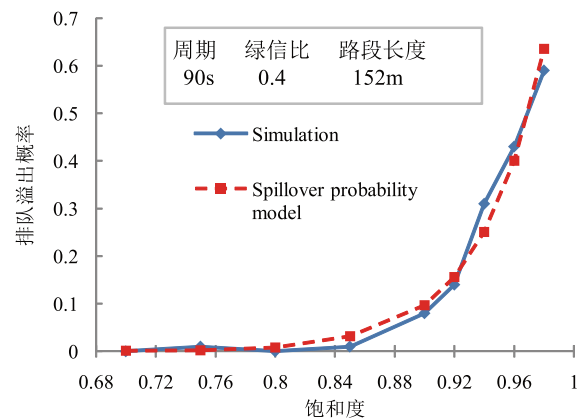


图2 溢出概率的仿真值与计算值对比图

从图中可以看出，溢出概率的仿真值与马尔科夫模型计算出来的溢出概率值保持了较好的一致性。为进一步确定是否具有的一致性，对仿真结果和模型计算值进行了统计学上的分析——卡方检验。

详细的仿真结果列于表2。表中分别列出了仿真中实际发生溢出的周期数和没有发生溢出的周期数；以及由模型计算得出的理论溢出周期数及没有发生溢出的周期数。

表2  $\chi^2$  分布检验结果

编号		发生溢出 周期数	没有发生溢 出周期数	$\chi^2$	临界值 (显著水平 $\alpha = 5\%$ )	评价 结果
1	仿真结果	8	92	0.393	3.841	接受 $H_0$
	模型结果	9.7	90.3			
2	仿真结果	14	86	0.213		
	模型结果	15.6	84.4			
3	仿真结果	31	69	1.573		
	模型结果	25.2	74.8			
4	仿真结果	43	57	0.367		
	模型结果	40	60			
5	仿真结果	59	41	0.837		
	模型结果	63.5	36.5			

注： $H_0$ 表示所提出的溢流概率模型计算结果与仿真结果没有差异。上表中只有饱和度较高的5组仿真实验的结果。这是因为饱和度较低的4组仿真实验，发生溢出的周期数接近于0，无法进行卡方分布检验，因此没有列入表中。

从上表中可以发现，在显著水平为5%的条件下，计算得到的卡方值均小于临界值3.841，因此得到结论，可以接受 $H_0$ ，即仿真值与模型计算值没有差异。说明了马尔科夫模型的概率分布在一定程度上是可靠。

### 3 研究结论

文章对比了目前关于定时信号控制交叉口中各类较为成熟的排队长度计算模型。通过对比发现马尔科夫链

模型相较其他模型对排队长度的表达具有更加丰富的表现形式，因此又进一步通过仿真验证了其在交叉口溢出概率的计算上具有一定的有效性。

#### 参考文献：

- [1] GF.Newell. Application of Queuing Theory. Chapman and Hall Limited[M], 1982.
- [2] 全永燊. 城市交通控制[M].北京：人民交通出版社，1989.
- [3] R.Akcelik. Time-Dependent Expressions For Delay, Stop Rate and Queue Length at Traffic Signals[R]. AIR367-1, 1980.
- [4] Panos G. Michalopoulos, Gregory Stephanopoulos, George Stephanopoulos. "An application of shock wave theory to traffic signal control," Transpn Res, Vol. 15B, pp. 35~51.
- [5] Henry X. Liu, Xinkai Wu, Wenteng Ma, Heng Hu. "Real-time queue length estimation for congested signalized intersections," Transportation Research Part C 17 (2009) 412~427.
- [6] Xinkai Wu, Henry X. Liu, Douglas Gettman. "Identification of oversaturated intersections using high-resolution traffic signal data," Transportation Research Part C 18 (2010) 626~638.
- [7] Yi Qi, Lei Yu, and Meihdi Azimi et al. Determination of Storage Lengths of Left-Turn Lanes at Signalized Intersections[J]. Journal of the Transportation Research Board, No 2023, pp.102-111, 2007.