

# 数学学业质量测试评分标准制定

付天贵

重庆文理学院 数学与大数据学院 重庆 402160

**摘要:**任何教育改革都必须提升学业质量,学业质量是学生完成课程阶段性学习后的成就表现,编制试卷对数学学业质量进行测评是数学教育教学的一项基础性工作,同时也是一项系统的工作,制定科学合理的评分标准是测评的需要,是教师应该具备的能力,结合项目反应节点理论,阐明了制定评分标准的方法。

**关键词:**项目反应;反应节点;学业质量;评分标准

## 1. 问题提出

教育改革几乎都开始于课程内容,然后逐步展开,逐渐转向关注学生。教育改革这一转向意义重大,它从传统知识中心的教育理念转向了学生中心,把发展学生学科核心素养作为课程改革的目標。

制定科学合理的评分标准是学业水平测试的需要。在数学学业测评中,主观题步骤分的评分标准经常会出现不一致的现象,在两所学校组织的学业质量测试就遇见这种现象,同一测试题目,分数也相同,但评分标准不一样。

案例:计算由两条抛物线  $y^2 = x$  与  $y = x^2$  所围成的图形的面积,总分10分。

一所学校给出的评分标准如下:

$$\text{解: 联立 } \begin{cases} y^2 = x \\ y = x^2 \end{cases} \text{ 得解 } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 与 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \quad (3 \text{ 分})$$

故所求曲面面积为

$$\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \left[ \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 \quad (4 \text{ 分})$$

$$= \frac{1}{3} \quad (3 \text{ 分})$$

另外一所学校给出的评分标准如下:

解:第一步,画出图形 (2分)

第二步,故所求曲面面积为

$$\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \left[ \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{第三步,计算出结果} = \frac{1}{3} \quad (2 \text{ 分})$$

## 2. 项目反应理论受到教育测评的关注

当前,学业测评理论主要有两种:一是以真分数为基础的传统经典测试理论(Classical test theory,简称CTT),一种是项目反应理论(Item Response Theory,简称IRT)。经典测量理论以分数的真值为基础,发展了信度、效度、难度以及区分度等概念系统,用以衡量一个测量工具或考试题目的质量。传统经典测试理论的公式是  $E=X-T$ ,其中T为真分数,X为观察分数,E为误差。假定个人经过测验的真实得分为T,这个得分是在没有测量误差的情况下得到的,考虑测评误差后得到观察分数X。经典测试理论存在着无法克服的问题:第一,测验参数过分依赖测验的考生样本,比如难度和区分度等;第二,测验结果的可比性差,只有当所有被试都实施相同的测验项目或平行复本时测验结果才是可比的。针对经典测试理论的不足,教育评价实践过程中逐渐提出了一些新的测试理论,其中,最具代表的是项目反应理论。

项目反应理论由于其理论模型的科学性和精确性,一直受到心理和教育测量研究者和实际工作者的关注。项目反应理论已经成为考试技术学研究领域中最有影响的一种现代测量理论。<sup>[3]</sup>以项目反应理论为核心的现代测量理论成为教育测量学研究的主要内容,越来越受到教育工作者关注。相对于经典测量理论,项目反应理论具有明显的优势,它所采用的项目参数是不会受样本影响的指标,这些参数的获得不会因为接受测验的被试样本的变化而改变,同时对被试能力的估计也不会因为试题的不同而不同,正是因为它的这些优

点,使其在心理及教育测量中有更为广泛的应用。近年以来,以项目反应理论为代表的考试理论的研究取得了长足进展,这种进展表现在3个方面,出现了多维度项目反应理论、非参数项目反应理论以及认知诊断理论,这些新的理论的出现加深了人们对项目反应理论的理解,也会对考试的实践产生了深远的影响。<sup>[3]</sup>在各级各类测试中,项目反应理论受广泛关注,教师应该了解项目反应理论,并把它用于指导学业测评实践。

### 3. 项目反应节点理论的应用

#### 3.1 数学问题解决过程

数学问题解决是从条件到结论的过程,也就是从问题的初始状态到目标状态的过程。数学问题解决的过程中要经过若干次变化,在项目反应理论中,把每一条变换规则叫做一个算子,由这些算子所组成的集合叫做算子集。<sup>[5]</sup>数学中的一个定义、一个公理、一个性质、一条运算律、一个法则都是算子。也就是说,数学问题解决的过程是建立在某个算子集变换的过程,通过变换要实现从初始目标到最终目标。为了便于理解,下面以一道计算题来说明问题解决中的算子。

例2: 设  $x > 2$ , 化简:  $(\frac{1}{x-1})^{-1} - \sqrt{4-4x+x^2}$ 。这

个问题的求解通常可以有以下的步骤:

$$\text{第1步: } = (x-1)^{-1} - \sqrt{4-4x+x^2};$$

$$\text{第2步: } = x-1 - |2-x|;$$

$$\text{第3步: } = x-1-(x-2);$$

$$\text{第4步: } = x-1-x+2;$$

$$\text{第5步: } = 1.$$

在上述问题解答过程中,第1步中使用了完全平方算子  $4-4x+x^2=(2-x)^2$ ; 第2步用到了两个算子,它们是

负指数算子  $(\frac{1}{x-1})^{-1}=x-1$ , 算术平方根算子  $\sqrt{x^2}=|x|$ ;

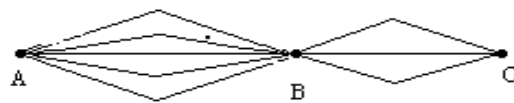
第3步使用了绝对值算子  $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ ; 在第4步和第5

步分别用到了实数符号法则算子与实数加法算子,正是通过这些算子变换,实现了问题的解决。

#### 3.2 项目反应节点

数学测试中的计算题、证明题和解答题,其问题解决过程反应了学生的思维过程和解题能力。一个测验题目在从初始状态到达目标状态的变换过程中,尽管可能存在多组等价变换,但在变换过程中,有些子目标是必经之点。也就是说,这些子目标必须要达到,问题解决才有可能继续进行下去,这样的一些子目标就叫做节点。<sup>[3]</sup>问题解决的过程就是从条件推出结论,结论是最终要达到的目标,而这个目标的实现必须经过子之目标,也就是节点。

从问题解决的初始条件到子目标可以有不同的办法,也就是通过不同的算子才能到达子目标,从这一个子目标到下一个子目标同样要经过不同的算子路径。把一个问题的初始状态记为  $A$ , 目标状态记为  $C$  地,如果中间只有一个子目标  $B$ , 也就是只有一个节点,则问题解决节点可表示为如下的模型:



问题解决节点模型

假设从  $A$  到  $B$  有 5 种路径,从  $B$  到  $C$  有 3 路径,根据计算原理知道,从目标原始状态到问题解决有 15 中不同的方法。在上述例 2 问题的解决过程中,第 1 步的变换当然可以写成另一形式,  $4-4x+x^2=(x-2)^2$ , 这说明第 1 步只是一条路径,不管采用什么变换形式,都必须到第二步,因此第 2 步是一个节点,同样,第 3 步和第 4 步是另外两个中间节点。传统的给分办法是通过步骤给分,如果了解项目反应节点,在编制数学学业测试中主观题的评分标准时,可以通过节点去控制,从而解决给分的盲目性。

#### 3.3 评分标准的制定

选择题、填空题和解答题是数学学业测评常用的题型,前面两种题型属于客观题,它们的结果通常是确定的,评分标准不会引起分歧。解答题解题的过程就是利用给定的算子集,经过有限次数学变换,实现从初始状态达到目标状态,如果经过有限次变换不能从初始状态达到目标状态称,这个问题在算子集上无解。利用项目反应节点去制定解题题的评分标准,可以避免评分的随意现象。案例中的评分可以如下控制:

第一步, 联立  $\begin{cases} y^2 = x \\ y = x^2 \end{cases}$ , 或者画出图形, 这是问题解

决的开始, 也就是相当于问题解决模型图中的 A 点。从思维角度看, 既可以通过解方程达成第一个目标, 也可以通过画图象方式达成目标, 只不过前者需要想象出图象, 需要学生具有丰富的想象能力, 后者利用图形直观, 需要学生的观察能力, 当然, 在问题解决的过程中二者可以结合起来。

第二步, 通过解方程或图象观察, 得到解  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  与

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ , 也就是点 (0,0) 和点 (1,1), 这是一个节点,

也就是第一个子目标。如果这个节点解答不正确, 后续问题解决的过程就不可能正确。从起始点到这个极点可以通过方程变换, 或是图形变换。

第三步, 写出定积分表达式  $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$ , 这是第二个节点, 用到了定积分算子。从第一个节点到第二个节点有不同的表达式, 也就是说有不同的路径, 例如, 该步骤也可以表示为表达式  $\int_0^1 \sqrt{x} dx - \int_0^1 x^2 dx$ 。

第四步, 求出  $\left| \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right|_0^1$ , 这是第三个节点,

运用到原函数算子, 同样, 这里可以有不同的表现形式。

第五步, 求出最后结果, 这是最后的节点, 也是问题解决的最终目标, 运用到求和算子。

在编制数学测试题评分标准时, 可以通过节点去控制步骤分, 减少给分的随意性。数学学业质量测评是一个系统工程, 它要以课程目标、课程内容、学业质量标准为依据, 制定科学合理的评价方案, 编制测试题目, 科学地进行测评。编制测试卷进行学业测试是定量认识学生学习的过程, 这既是数学教育教学的一项基础性工作, 也是教师应该具备的基本能力。随着计算机的普遍使用, 项目反应理论被广泛应用于测试中, 以项目反应理论为基础的自适应在线测评是教育测评发展的趋势。

#### 参考文献

- [1] 涂冬波, 漆书青, 蔡艳, 戴海琦, 丁树良. IRT 模型参数估计的新方法——MCMC 算法 [J]. 心理科学, 2008(01):177-180.
- [2] 辛涛. 项目反应理论研究的新进展 [J]. 中国考试, 2005(07):18-21.
- [3] 杜文久. 高等项目反应理论 [M]. 西南师范大学出版社, 2007.

2021 年度重庆市教委人文社会科学研究项目, 项目编号: 21SKGH218, 项目名称: 数学文化对小学生数学素养影响的测评研究.

2022 年重庆市教育科学规划项目, 项目编号: K22YG213187, 职前教师职业能力测评与发展研究.

#### 作者简介:

付天贵 (1969--), 男, 土家族, 重庆酉阳人, 重庆文理学院数学与大数据学院副教授, 主要从事数学教育与课程改革研究。