

数学模型在插层熔喷非织造材料性能控制研究中的应用

陆 尧

南京审计大学统计与数据科学学院 江苏扬州 225000

摘 要: 插层熔喷^[1]非织造材料制备工艺参数较多, 参数之间还存在交互影响, 加上插层气流之后更为复杂。若能分别建立工艺参数与结构变量、结构变量和产品性能之间^[2]的关系模型, 则有助于为产品性能调控机制的建立提供一定的理论基础。本文首先采用单因素方差分析与相关性分析, 印证判断插层率对各因素变化的影响; 再对已有数据进行拟合^[3], 得出自变量与因变量之间的函数关系式, 并根据工艺参数实现对结构变量的预测; 之后采用典型相关分析探究结构变量与产品性能的各指标之间的关系, 并以过滤效率为因变量采用优化算法进行寻优; 最后, 为了满足实际工艺过程要兼顾各方面的条件, 建立目标规划函数寻优。

关键词: 结构变量; 产品性能; 方差分析; 相关性分析; 多目标线性规划; 模拟退火寻优

Application of mathematical models in the study of the control of the properties of intercalated meltblown nonwoven materials

Yao Lu

School of Statistics and Data Science, Nanjing Audit University, Yangzhou, Jiangsu, 225000

Abstract: The preparation process of meltblown interlayer nonwoven materials is characterised by a large number of parameters and interactions between them, which are further complicated by the interlayer airflow. If the relationship between process parameters and structural variables, structural variables and product performance can be modelled separately, it will help to provide some theoretical basis for the establishment of product performance regulation mechanism. In this paper, firstly, one-way ANOVA and correlation analysis are used to corroborate the influence of the interpolation rate on the variation of each factor. Finally, in order to meet the conditions of the actual process, an objective planning function is established to find the optimum.

Keywords: structural variables; product performance; analysis of variance; correlation analysis; multi-objective linear programming; simulated annealing

1 引言

插层熔喷非织造材料制备工艺参数较多, 参数之间还存在交互影响, 加上插层气流之后更为复杂。因此, 通过工艺参数(接收距离和热空气速度)决定结构变量(厚度、孔隙率、压缩回弹性), 而由结构变量决定最终产品性能(过滤阻力、过滤效率、透气性)的研究也变得较为复杂。如果能分别建立工艺参数与结构变量、结构变量和产品性能之间的关系模型^[4], 则有助于为产品性能调控机制的建立提供一定的理论基础。

研究前, 由相关实验过程得出三组数据: 给出了25组对照实验数组, 以实验工艺条件组号排列, 其中第一

组数据表示未插层材料(普通熔喷材料), 第二组数据表示插层熔喷材料。第三组数据给出了插层率固定的条件下的不同工艺参数组合的材料结构变量数据和产品性能数据。每个组合实验重复了三次。

2 插层率对各因素变化的影响

2.1 插层后结构变量、产品性能的变化规律

令厚度、孔隙率、压缩回弹性率、过滤阻力、过滤效率、透气性这六项指标插层前数值分别为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, 插层后数值分别为 $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$, 在插层的影响下各指标的提高率分别为 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$, 则:

$P_i = y_i / x_{im}$, 其中, $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$.

求得各指标的提高率后, 研究插层前后厚度变化可知, 插层后厚度会比插层前增加0.6-1.5mm, 厚度增加的平均值为1.0886mm; 各组号材料之间厚度相差不超过1mm。同理可以研究插层前后过滤阻力、过滤效率、透气性、压缩回弹性率、孔隙率变化。

2.2 判断插层对各指标的影响是否显著

检验方法采用方差分析法。设:

$$S_T = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{x})^2 = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}^2 - \frac{T^2}{n}$$
$$S_T = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{x}_j)^2 = S_T = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}^2 - \sum_{j=1}^s \frac{T_j^2}{n_j}$$

$$S_A = S_T - S_E$$

S_A 是各组均值对总方差的偏差平方和^[5], S_E 是各组内的数据对均值偏差平方和的总和。若 H_0 为真, 则检验

$$统计量为: F = \frac{(n-s)S_A}{(s-1)S_E} \sim F(s-1, n-s).$$

对于给定的显著水平 α , 查表确定临界值 F_{α} , 使

$P\left\{\frac{(n-s)S_A}{(s-1)S_E} > F_{\alpha}\right\} = \alpha$ 。依据样本值计算检验统计量 F 的观察值, 并与 F_{α} 比较: 若检验统计量 F 的观察值 $>$ 临界值 F_{α} , 则拒绝原假设 H_0 。以厚度与插层的影响为例分析: 厚度 1mm 时, 组间差异而言, p 值为 0.178。可知, 不同厚度 2mm 样本对于厚度 1mm 全部均不会表现出显著性 ($p > 0.05$)。

同理分析另五项指标。总结: 插层对孔隙率影响显著, 对另五项指标没有显著影响。

2.3 插层率对各变化影响的分析

上文已得到指标变化量, 现将各指标变化量与插层率变化量做相关性分析。首先做厚度变化量与插层率的分析: 厚度 1mm 时, 插层率 (%) 和厚度 mm 之间的相关系数值为 0.053, 接近于 0, 并且 p 值为 0.801 $>$ 0.05, 因而说明插层率 (%) 和厚度 mm 之间并没有相关关系。其余五项指标同理分析。

结论: 插层率与厚度、孔隙率、压缩回弹性率、过滤阻力、过滤效率、透气性这 6 项之间并没有相关关系。即插层率对于这些变化并没有直接影响。

3 根据工艺参数对结构变量的预测

由最小二乘拟合, 得到 PLSR 标准化公式: 接收距离 (cm) = 12.751 + 13.398 * 厚度 mm - 0.445 * 孔隙率 (%) + 0.288 * 压缩回弹性率 (%); 热风速度 (r/min) = -1508.901 + 106.7 * 厚度 mm + 31.249 * 孔隙率 (%) - 8.838 * 压缩回弹性率 (%)。

使用 BP 神经网络计算权重并带入预测。首先, 将工艺参数作为训练集 (A), 将结构变量作为输出集 (B), 并设置训练的层数与次数。然后, 以训练集输入变量 A 作为测试集的输入集进行预测得到预测值 C。由此计算相对误差 W 。最后将待预测工艺参数作为输入变量代入预测模型, 从而得到各个结构变量的预测数据。^[7]

通过上述模型, 将数据带入求解。如: 接收距离为 38cm、热风速度为 850r/min 时, 求解得厚度为 3.049046mm, 孔隙率为 96.660858%, 压缩回弹性率为 85.321007%; 接收距离和热风速度变化时, 可以同理计算得出厚度、孔隙率、压缩回弹性率的结果。

4 各因素之间的关系

4.1 结构变量与产品性能的关系

采用典型相关分析对结构变量与产品性能的各指标分析。

第一步: 提取典型变量对, 计算成对典型变量之间的典型相关系数, 并对其相关性进行显著性检验。第 1 对典型变量的相关系数为 0.844, 特征值为 0.713, F 值为 17.97, P 值为 0.000***; 第 2 对典型变量的相关系数为 0.562, 特征值为 0.316, F 值为 7.59, P 值为 0.000***。前 2 对典型变量通过了显著性检验。

第二步: 分别计算集合 X 和 Y 的典型变量的系数, 可得典型变量的组成公式。对于厚度而言, 典型变量 Y_1 为 2.313, Y_2 为 3.476, Y_3 为 4.04。对于孔隙率而言, 典型变量 Y_1 为 -0.025, Y_2 为 -1.483, Y_3 为 -2.613。对于压缩回弹性率而言, 典型变量 Y_1 为 0.128, Y_2 为 1.04, Y_3 为 -0.111。由此, 集合 Y 的第 1 典型变量的计算公式: $Y_1 = 2.313 \times \text{厚度 mm} - 0.025 \times \text{孔隙率}(\%) + 0.128 \times \text{压缩回弹性率}(\%)$ 。集合 Y 的第 2 典型变量的计算公式: $Y_2 = 3.476 \times \text{厚度 mm} - 1.483 \times \text{孔隙率}(\%) + 1.04 \times \text{压缩回弹性率}(\%)$ 。集合 Y 的第 3 典型变量的计算公式: $Y_3 = 4.04 \times \text{厚度 mm} - 2.613 \times \text{孔隙率}(\%) - 0.111 \times \text{压缩回弹性率}(\%)$ 。同理可得集合 X 的典型变量的计算公式。

第三步: 根据典型载荷系数进行典型结果分析^[6] 典型载荷系数得到典型变量与本组所有变量的相关性。典型载荷系数绝对值越大, 该项与型变量之间的相关关系越强。得到的典型负荷系数和交叉负荷系数如下:

对厚度而言, $Y_1 = 0.992$, $Y_2 = -0.116$, $Y_3 = 0.056$, $X_1 = 0.837$, $X_2 = -0.065$, $X_3 = 0.006$; 对孔隙率而言, $Y_1 = 0.909$, $Y_2 = -0.153$, $Y_3 = 0.388$, $X_1 = 0.767$, $X_2 = -0.086$, $X_3 = -0.043$; 对压缩回弹性率而言, $Y_1 = -0.413$, $Y_2 = 0.794$, $Y_3 = -0.447$, $X_1 = -0.349$, $X_2 = 0.446$, $X_3 = -0.049$ 。

第四步: 方差解释比例可以说明典型变量分别对

集合X和集合Y的一个解释能力。易得典型变量的解释比例(包括组内解释比例和交叉解释比例)为:集合X: X1: 46.693%, X2: 15.827%, X3: 37.48%, Y1: 47.04%, Y2: 7.036%, Y3: 0.143%。集合Y: X1: 65.982%, X2: 222.238%, X3: 11.78%, Y1: 33.288%, Y2: 5.007%, Y3: 0.454%。

4.2 产品的过滤效率寻优

工艺参数指的是:接收距离和热空气速度,需要预测的是过滤效率。首先建立一个多元回归,再来寻优出最佳值。在此采用多元线性拟合评估。

易得P值为 $1.38e^{-69}$,接近于零,说明该多元线性方程是显著的,也就是y(过滤率)与其它七个指标有着显著的线性关系。R-squared是0.992,也说明这个线性关系比较显著。基于此这个多元线性方程为:过滤效率 $=-1.4364 \times \text{接收距离} - 0.0472 \times \text{热风速度} + 5.4419 \times \text{厚度} + 5.012 \times \text{孔隙率} - 3.5601 \times \text{压缩回弹性率} - 0.2497 \times \text{过滤阻力} - 0.0851 \times \text{透气性}$ 。

得到模型后,寻优找出最佳参数使得过滤效率最大。设置约束条件并计算,可知,当接收距离为20cm,热风速度为1200r/min,厚度为2.398mm,孔隙率为95.432%,压缩回弹率85.257%,过滤阻力为27.387%时,过滤效率最大为:83.278%。

4.3 满足条件的工艺参数寻优

根据问题及数据的特点,分别对接收距离与热风速度,使用控制变量法,求其在特定条件下工艺参数对厚度压缩,回弹性,滤过滤阻力,过滤阻力过率之间的关系。建立多目标线性规划,求得最优解。

当接收距离取特定值时,可以发现热风速度,对厚度压缩回弹性,虑过滤效率均有影响。令接受距离为s,热风速度为v,厚度为h,压缩回弹性率为y,过滤阻力为z,当接受距离s取特定距离时,令热风速度v与厚度h之间的关系为f1,则有: $h=f_1(v)$, $y=f_2(v)$, $z=f_3(v)$, $g=f_4(v)$ 。同理,当热风速度取得定值时,令接受距离与厚度之间的关系为F1,则有: $h=F_1(s)$, $y=F_2(s)$, $z=F_3(s)$, $g=F_4(s)$ 。

即目标函数为:Max $G_1=g$, Min $G_2=z$ 。综合上述各式求解s, v, 即可得到满足条件的工艺参数,优化生产。

5 模型的改进

在研究多指标之间的关系时,可以首先机器学习方法采用XG Boost为每个指标分配重要性分数构建因子分析-聚类模型,随后进行探索性因子分析对多变量进行降维和可视化,更直观地揭示各指标的差异性。对数据进行单位根检验,如发现其为不平稳变量,还对数据进行差分处理,然后做多元线性回归,并作出脉冲响应函数,采用灰色系统对短期内降结果进行预测是可行的,采用鱼群算法优化的方法对加权灰色预测模型的参数进行优化,进一步体现指标之间的关系在建模中的作用,并增加模型的约束条件,对于不满足约束条件的指标,采用多项式进行拟合预测。^[8-9]

参考文献:

- [1]插层熔喷气流场模拟及其吸音材料性能的研究.马学乐-《天津工业大学硕士论文》-2017
- [2]ZH公司软件研发项目管理体系优化改进方案研究.史俊-《上海交通大学硕士论文》-2018
- [3]地源热泵系统运行能效测评与能效影响因素的研究.马勇-《武汉科技大学硕士论文》-2013
- [4]导航卫星系统寿命保证相关问题研究.曾辉-《武汉大学博士论文》-2013
- [5]基于改进的距离判别分析法的电火工品感度性能预测方法.崔伟成,孙玉玉,刘林密,孟凡磊-《四川兵工学报》-2014
- [6]spss典型相关分析_典型相关(CCA),如何快速分析多个变量的相关关系?-《互联网资源》-2020
- [7]赫连晓伟,曾泳春.熔喷工艺参数对纤维直径的影响[J].东华大学学报(自然科学版).2012(04)
- [8]刘博文,曾泳春,王云侠,易建设.利用数值模拟和多目标遗传算法优化熔喷狭槽流场[J].东华大学学报(自然科学版).2011(06)
- [9]赵永霞.纺粘和熔喷技术的发展与应用[J].纺织导报.2008(10)