

数学建模在化工厂巡检路径规划中的应用

苑占江 桂改花 李祖猛 林泽楷

广东科学技术职业学院 广东珠海 519090

摘要: 本文主要研究化工厂巡检路径规划与排班问题。为提高巡检效率,优化资源分配,需制定科学合理的巡检路径。通过对化工厂巡检工作内容和特点分析,并制定相应的目标体系及约束条件,建立了最短路径的多目标规划模型,使用 lingo 和 Excel 求解,得到巡检人员最少的优化方案。

关键词: 多目标规划 巡检路径 最短路径 图论法 均衡度

Application of mathematical modeling in route planning of chemical plant inspection

Zhanjiang Yuan, Gaihua Gui, Zumeng Li, Zekai Lin

Guangdong Vocational College of Science and Technology, Zhuhai 519090, China

Abstract: This paper mainly studies the route planning and scheduling of chemical plant inspection. To improve inspection efficiency and optimize resource allocation, you need to establish a scientific inspection path. By analyzing the contents and characteristics of inspection work in chemical plants, and formulating the corresponding target system and constraint conditions, a multi-objective programming model of the shortest path was established, which was solved by using lingo and Excel to obtain an optimization scheme with the least number of inspection personnel.

Keywords: Multi-objective programming; Inspection path; Shortest path graph theory; Equalization

某化工厂现有 26 个工作点需要进行巡检来保证正常生产,每个工作点的巡检周期、巡检耗时、各点之间的连通关系及行走所需时间在附件中给出。工人可以按固定时间上班,也可以错时上班,在调度中心(XJ0022)得到巡检任务后以调度中心为起点开始巡检,且每个工作点每次巡检只需一名工人。试建立模型来安排巡检人数和巡检路线,使得所有工作点都能按要求完成巡检任务,并且巡检人数尽可能少,同时每名工人在一时间段内(如一周或一月等)的工作量尽可能均衡。

问题 1: 在每天三班倒,每班工作时间为 8 小时左右,且上下班时间固定,不考虑工人的休息时间等条件下,建立模型。安排巡检线路,给出工人的巡检路线和巡检时间表。

问题 2: 在工人每工作 2 小时左右休息一次、休息时间 5 到 10 分钟、中午

12 时和下午 6 时进餐一次及每次进餐时间为 30 分钟等条件下,仍采用每天三班倒,试建立模型确定每班需要多少人及巡检路线,并给出巡检人员的巡检线路和巡检时间表。

问题 3: 如果采用错时上班,重新讨论问题 1 和问题 2,并分析错时上班能否使巡检人数更少。

一、准备工作

1. 模型假设

假设 1: 假设巡检过程中,不会出现错检、漏检。

假设 2: 假设设备是由工人第一次上班时启动。

假设 3: 假设设备开启时间可以忽略。

假设 4: 假设行走过程中没有特殊情况耽误,能够准时到达。

2. 问题分析

化工厂生产中使用的原料、半成品和成品种类繁多,绝大部分是易燃、易爆、有毒、有腐蚀性的危险品。在生产、运输、使用中管理不当,就会发生火灾、爆炸、中毒和烧伤事故,给工作人员生命财产安全和工厂生产造成重大影响。因此,建立数学模型来解决巡检人员的巡检路线及排班问题,所以保证化工生产安全是极为重要的。

针对问题一:以每班需要巡检人员尽可能少与工人工作量尽可能平衡作为目标条件;以固时上班、巡检人员无休息时间、每条线路周期小于等于 35min、每天三班制、每班工作 8 小时左右为约束条件,建立多目标规划模型。可使用图论法对该模型进行求解。而后通过分区巡检与不分区巡检的两种模型对比,得到最优模型。

针对问题二:在第一问的模型基础上,新增巡检人员每 2 小时左右休息 5-10min、在中午 12 时和下午 6 时需要进餐 30 分钟的约束条件,经分析,巡检人员每 2 小时的休息时间可以通过减少巡检周期大于 35min 的巡

检点的次数来得到；若线路中没有大于 35min 周期的巡检点或压缩时间太少，可将线路分段并增加巡检人员。为使进餐时也能正常工作，给需要进餐的班次增加巡检人员，轮换进餐，维持正常巡检。

针对问题三：在问题一、问题二模型的基础上，采用错时上班，并分别重新建立模型，分析错时上班是否能使巡检人员更少。对于问题一，在错时上班条件下，可利用问题一中建立的优化模型直接进行求解，对于问题二，在错时上班条件下，调整各班次上下班时间即可减少人力资源浪费。

二、问题一的求解

要求巡检人数最少的巡检线路方案，只需让每个工人在其巡检点的最小周期内巡检尽可能多的工作点并原路返回第一个巡检点，下个周期再从第一个巡检点出发，就可得到巡检人数最少的巡检线路方案。

假设工人第一天上班时，第一天上班时间为 8:00；各巡检点设备由巡检人员开启，每班上班八小时左右。以最短路径中包含巡检点较多的几条巡检路径为主要排查对象，并用最小周期 35min 为各条路径的周期来筛选巡检路线。

下面用图论法求解该模型：

路线 1：鉴于最小线路周期中巡检尽可能多的点及优先考虑只连通一个点的目标。所以尝试从起始点（XJ0022）出发，不检修 XJ0022 依次经过 XJ0021、XJ0004、XJ0002、XJ0001、XJ0003、XJ0006、XJ0014 等巡检点，因为不巡检 XJ0022，所以最终回到 XJ0021 即可。因为该路线中损耗时间为 37min，而线路损耗时间要控制在 35min 及以下，经观察可以将 XJ0002 或 XJ0004 放在其他路线中巡检，又因为 XJ0002 为各条最短路径的交集点，所以选择 XJ0002 为线路 1 中不巡检的点，此时巡检线路周期刚好为 35min。易知当线路周期为 35min 时，每班工作周期为 14 次。由此得到路线 1 的循环路线：

路线 1：○ 22 → ○ 21 → ○ 4 → □ 2 → ○ 1 → ○ 3 → ○ 6 → ○ 14 → ○ 21

行走时间：

C1=20min, □ 2 表示只路过不巡检，从 21 → 21 循环巡检一周为 35min。

路线 1 安排：第一天上班时间为 8:00，不巡检 XJ0022，直接从 XJ0022 到 XJ0021 损耗时间为 2min，所以到达 XJ0021 的时间为 8:02，然后开始巡检 XJ0021，所耗时间为 3min，所以离开时间为 8:05，到 XJ0004 行走损耗时间为 1min，所以到达时间为 8:06，巡检损耗时间为 2min，所以离开时间为 8:08。以此类推，得到该路线中各点的所有到达时间及离开时间表。

路线 2 安排：再次从起始点（XJ0022）出发，同路线 1 相同，不检修 XJ0022 时，巡检点最多，且时间刚好 35min，所以不检修 XJ0022，并依次经过 XJ0020、

XJ0019、XJ0002、XJ0003、XJ0005、XJ0007 等巡检点，同样，因为不巡检 XJ0022，所以最后回到 XJ0020 即可，除了 XJ0003 在线路 1 中已经巡检，故不再巡检只是路过，其余点全部巡检。总共损耗时间恰好也是 35min。由此得到具体巡检线路

路线 2：○ 22 → ○ 20 → ○ 19 → ○ 2 → □ 3 → ○ 5 → ○ 7 → ○ 20

行走时间：C2=24min, □ 3 表示只路过不巡检，从 20 → 20 循环巡检一周为 35min。

路线 3 安排：再次从 XJ0022 出发，依次经过 XJ0023、XJ0024、XJ0009、XJ0025、XJ0026 并巡检各点，因为时间不够，所以不去 XJ0027，原路返回到 XJ0022，经计算，此时该周期时间为 33min。观察发现，将 XJ0022 也一起巡检时，刚好达到 35min 的最小周期。由此得到路线 3 具体路线：

线路 3：○ 22 → ○ 24 → ○ 9 → ○ 25 → ○ 26 → ○ 22

行走时间：C3=20min, 从 22 → 22 循环巡检一周为 35min

路线 4 安排：再次从 XJ0022 出发，依次路过 XJ0023、XJ0024、XJ0009、XJ0025 且不巡检，再依次经过 XJ0017、XJ0008、XJ0006、XJ0010、XJ0012、XJ0015 等点，XJ0006 不巡检，之后直接路过 XJ0026、XJ0025 回到第一个巡检点 XJ0017。后面的周期，直接从 XJ0017 出发，并经过 XJ0026、XJ0025 回到 XJ0017 即可。由此得到线路 4 循环路线：

路线 5：○ 22 → ○ 17 → ○ 8 → ○ 6 → ○ 10 → ○ 12 → ○ 15 → ○ 17

行走时间：C4=20min, □ 6 表示只路过不巡检，从 17 → 17 循环巡检一周为 35min

路线 6 安排：再次从 XJ0022 出发，依次路过 XJ0023、XJ0024、XJ0009、XJ0025、XJ0026、XJ0015 等点，且不巡检，再依次巡检 XJ0018、XJ0016、XJ0013、XJ0011 等点，之后回到第一个巡检点 XJ0018，后面的周期直接在 XJ0018 到 XJ0011 之间往返。由此得到路线 5 的循环路线：

路线 7：○ 22 → ○ 18 → ○ 16 → ○ 13 → ○ 11 → ○ 18

行走时间：C5=27min, 从 18 → 18 循环巡检一周为 35min。

此时，五条路线刚好把 26 个巡检点全部巡检。

可知每班最少需要 5 人，且 5 个人的巡检路线为：

第一个人：

22 21 4 2 1 2 3 14 6 3 2 4 21

第二个人：

22 20 19 2 3 5 7 5 3 2 19 20

第三个人：

22 23 24 9 25 26 25 9 24 23 22

第四个人：

22 17 8 10 12 15 26 25 17

第五个人：

22 18 16 13 11 13 16 18

三、问题二的求解

首先在固时上班无休息模型基础上进行分析,发现该模型每条路线,每个周期的时间冗余都太小,无法满足每两小时后的时间冗余大于等于 5min,所以考虑在该模型 5 条路线基础上,巡检人员数逐级递增,直到满足条件要求。对于 12 点和 6 点进餐时间 30 分钟的问题,因为各巡检点的最小巡检周期为 35min,而且是固时上班,所以认为,在这 30 分钟内,必须有人来顶替巡检人员继续工作,否则设备就有可能损坏。另外,设定 12:00 与 20:00 为第 1 班与第 2 班上班时间,且第 3 班的上班时间为凌晨 4:00。

下面使用图论法求解模型:

休息模型:

路线 1: 从起始点 (XJ0022) 出发,为使路线包含巡检点更多,且周期为 35min,所以不巡检 XJ0022,并依次经过 XJ0021、XJ0004、XJ0002、XJ0001、XJ0003、XJ0006、XJ0014 等巡检点,同样,因为不巡检 XJ0022,所以最后回到 XJ0021 即可,此时发现 XJ0021 的巡检周期为 80min,所以只需要每 2 个周期回 XJ0021 一次,故该路线在上班 2 小时的时间冗余为 8min,可以用作休息,即满足每 2 小时休息 5-10min 的要求。

路线 2: 再次从起始点(XJ0022)出发,同路线 1 相同,不巡检 XJ0022 时,巡检点最多,且时间刚好 35min,所以不巡检 XJ0022,并依次经过 XJ0020、XJ0019、XJ0002、XJ0003、XJ0005、XJ0007 等巡检点,同样,因为不巡检 XJ0022,所以最后回到 XJ0020 即可,此时发现 XJ0005 周期为 720min,每 20 个周期巡检一次即可,XJ0007 周期为 80min,每 2 个周期巡检一次即可,所以每 2 个周期巡检 XJ0007 一次即可,所以每 2 小时可休息 10min,即满足条件。

路线 3: 再次从 XJ0022 出发,依次经过 XJ0023、XJ0024、XJ0009、XJ0025 并巡检各点,巡检 XJ0022。不去 XJ0026 的原因是只有当 XJ0025 为终点时,才能有时间冗余。此时因为 XJ0025 的巡检周期为 120min,所以每三个周期巡检一次即可。且每 2 个小时可休息 6 分钟。

路线 4: 再次从 XJ0022 出发,依次路过 XJ0023、XJ0024、XJ0009、XJ0025 且不巡检,再依次经过 XJ0017、XJ0008、XJ0006、XJ0010、XJ0012、XJ0015 等点,XJ0006 不巡检,之后直接路过 XJ0026、XJ0025 回到第一个巡检点 XJ0017。后面的周期,直接从 XJ0017 出发,并经过 XJ0026、XJ0025 回到 XJ0017 即可。因为 XJ0017 巡检周期为 480min,所以只需每 13 周期巡检一次即可,

XJ0010 巡检周期为 120min,每 3 个周期巡检一次即可。经计算得到,该路线每 2 小时可休息 6min。

路线 5: 再次从 XJ0022 出发,依次路过 XJ0023、XJ0024、XJ0009、XJ0025、XJ0026、XJ0015 等点,且不巡检,再依次巡检 XJ0018、XJ0016、XJ0013、XJ0011 等点,之后回到第一个巡检点 XJ0018,后面的周期直接在 XJ0018 到 XJ0011 之间往返。其中 XJ0013 巡检周期为 80min,每 2 个周期巡检一次即可,且该路线时间冗余较多,所以该路线每两小时都可休息十分钟。

路线 6: 再次从 XJ0022 出发,依次路过 XJ0023、XJ0024、XJ0009、XJ0025、XJ0026 等点,只巡检 XJ0026,后面周期只在 XJ0026 巡检,其余时间可休息,每周期可休息时间为 33min。最终得到如下图所示包含所有巡检点的 6 条巡检路线,可满足每 2 小时休息 5-10 分钟的要求。

四、问题三的求解

1. 建立问题一错时上班模型:

首先,考虑问题一固时上班的模型能否应用于错时上班,经观察发现,该模型采用错时上班,所需巡检人员数并没有减少。经过思考发现,问题一中不能使用的优化模型可在错时上班条件下使用。所以,建立在问题一固时上班模型的基础上增加以回程行走所浪费的时间 t_h 最少为目标条件的双目标规划模型。

利用求解问题一固时上班模型时的方法,让每名工人从 XJ0022 处出发,沿着同样的路线,一路经过所有巡检点并进行巡检。使得每班巡检人员的上班时间依次相差为 35min。当第一个工人第一次回到起始点时的巡检总人数就是错时上班模型下的最少人数。

可知每班最少需要 4 人,每天共需 12 人,且 4 个人的巡检路线为:

第一个人:

22 20 19 2 1 2 3 5 7

第二个人:

7 5 3 6 14 6 10 11 13 16

第三个人:

16 18 15 12 15 26 25 17 8 17

四个人:

17 25 9 24 23 4 21 22

对得到的问题一错时上班模型分析可知,同一班次中的每个人工作量是完全相同的,只是各班次巡检人员之间上班时间不同,所以进行三班轮倒排班,即使每名工人一周或一个月内工作量均衡。对比问题一固时上班模型,问题一错时上班模型减少了所需巡检人员数,且充分利用了人力资源,而且降低了生产成本。

2. 利用错时上班优化问题二模型:

首先对问题二固时上班休息进餐模型分析,发现第一班人力资源浪费现象严重。因此尝试对问题二固时上班休息进餐模型进行优化,通过错时上班减少进餐时的

人力资源浪费。

针对第一班的人力资源浪费现象,只需让进餐人员进餐耗用的 30min 内的工作由下一班工作人员接替,就可省去第一班中多余的 5 人。且巡检路线不变。减少人力资源浪费,降低化工厂成本。

如,第三班在 12:30 下班,而 12:00-12:30 他们需要去进餐,所以让第一班。

在 12:00 时上班并接替第三班的工作,此时 12:00-12:30 第一班工作人员不进餐。

到了 18:00 时,第一班工作人员去进餐,第二班工作人员在 18:00 上班并接替第一班的工作,且第一班吃完饭后下班。由于第一班工作时间为 6 小时,出于第一、第二班人员工作量均衡,所以将第二班下班、第三班上班时间调整为凌晨 3 点。

对得到的错时上班可休息进餐模型分析可知,同一班次中的每个人工作量是完全相同的,只是各班次巡检人员之间上班时间不同,所以进行三班轮倒排班,即可使每名工人在一周或一个月内工作量均衡。对比问题二固时上班模型,问题二错时上班模型减少了所需巡检人员数,且充分利用了人力资源,而且降低了生产成本。

参考文献:

- [1]姜启源,谢金星等.数学建模(第四版)[M].北京:高等教育出版社,2011.
 - [2]肖华勇.实用数学建模与软件应用[M].西安:西北工业大学出版社,2010.
 - [3]杨桂元,李天胜等.数学建模应用实例[M].安徽:合肥工业大学出版社,2007.
 - [4]杨洪.图论常用算法选编[M].北京:中国铁道出版社,1988.
 - [5]致远“错时上下班”方便群众有推广价值[N].广西日报,2017.07.28.
- 基金项目:广东省高等职业教育教学改革研究与实践项目人工智能技术应用专业“产教融合、精准育人”人才培养体系的构建与实践(项目编号:GDJG2021155);广东省智慧职教工程技术研究中心(项目编号:2021A118);2022年《应用数学(1)》校级课程思政示范课;2021年《应用数学(1)》校级金课。