

传质对饱和多孔通道泊苏耶贝纳德流熵产生波动的影响

穆尼尔·布阿比德*, 拉赫玛·布阿布达, 穆拉德·马赫比

突尼斯加贝斯 加贝斯大学化学和工艺工程系, 加贝斯国家工程学院, 应用热力学单位

摘要: 本文报道了在垂直热梯度和质量梯度下, 长径比 $A=5$ 的饱和多孔通道中不可逆性的瞬态数值研究。使用达西-布林克曼公式的控制方程已通过使用控制体积有限元法 (CVFEM) 进行数值求解。只考虑两个变量, 施密特数和浮力比。其他参数值是固定的, 与泊苏耶-贝纳德流有关 (在零质量梯度下)。结果表明, 不同状态下的流动趋向于稳态, 这取决于施密特数和浮力比。

关键词: 混合对流; 多孔介质; 熵生成; 普里高津定理

Mass Transfer Influence on Entropy Generation Fluctuation on Saturated Porous Channel Poiseuille Benard Flow

Mounir Bouabid*, Rahma Bouabda, Mourad Magherbi

Chemical and Process Engineering Department, Gabès University, National School of Engineers of Gabès, Applied Thermodynamics Unit, Gabès, Tunisia

Abstract: This paper reports a transient state numerical investigation of irreversibility in a saturated porous channel, of an aspect ratio $A=5$, under vertical thermal and mass gradients. The governing equations, using the Darcy-Brinkman formulation, have been solved numerically by using Control Volume Finite Element Method (CVFEM). Only two variables are taken into account, the Schmidt number and the floatability ratio. The other parameters values are fixed related to the Poiseuille-Benard flow (at zero mass gradients). Results reveal that the flow tends towards the steady state with different regimes, which depends on both the Schmidt number and the buoyancy ratio.

Keywords: Mixed convection; Porous medium; Entropy generation; Prigogine's theorem

1. 引言

在过去的几十年中, 由于多孔介质在工程领域的多样化应用, 例如油藏, 地下水, 核废料处理, 膜和再生热交换器, 对饱和多孔介质中混合对流中的传热和/或传质的兴趣显著增加。

中山等人[1]从理论上研究了下板和上板都受到均匀温度梯度时不稳定的开始。奥斯特拉赫和卡尔索塔尼。[2]对两个水平板之间完全发展的强迫对流进行了实验研究。他们显示出通过在蜂窝流上叠加完全发育的流动而获得的显著传热增强, 第一种类型的涡流辊产生周期性展向温度分布, 而第二种类型的涡流辊扭曲温度分布。埃文斯和保鲁奇提出了开放边界流动的基准解决方案。[3]. 哈斯纳维等人[4]已经研究了从下方周期性加热的水平通道中的混合对流传热。他们观察到, 对于固定的几何形状和给定的瑞利数, 在增加雷诺数时有一个复杂的解结构。最近与多孔介质中的对流传热过程相关的研究由尼尔德和贝詹研究。[5, 6]和瓦法伊。[7].

尽管对多孔通道中的混合对流进行了各种主题的研究, 但尚未遇到传质对泊苏耶-贝纳德多孔通道流中熵产生波动

的影响。因此, 我们的研究主要集中在溶质浮力对热力学方法对多孔混合对流稳态的影响上。

2. 问题陈述

本文报告了二维多孔通道流上熵生成的数值研究, 该流充满被认为是理想气体的流体 (污染物和空气的二元混合物), 并提交垂直热和浓度梯度, 如图所示。1. 假设所考虑的流动流体是层流、牛顿流体和不可压缩流体。底壁保持在恒定的高温 (T_h) 和低浓度 (C_l), 而顶壁保持恒定的低温 (T_l) 和高浓度 (C_h)。流体的物理性质是假定的常数, 除了密度, 它满足布西内斯近似:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_\theta (\theta - \theta_0) - \beta_c (c - c_0)] \quad (1)$$

ρ_0 是平均温度下的流体密度 (θ_0). β_θ β_c 注意热膨胀系数和溶液膨胀系数。

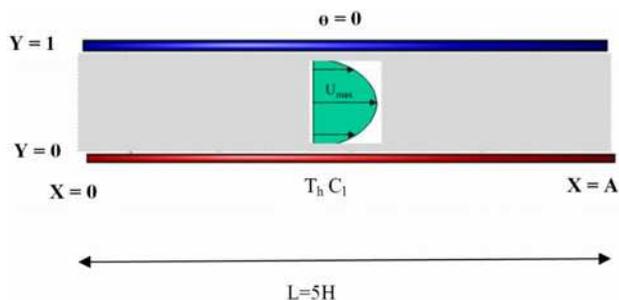


图 1.无量纲坐标系下的物理模型示意图。

3. 数学公式

3.1. 控制方程

在上述假设下,使用达西-布里克曼公式,层流不可压缩流中连续性、动量守恒和能量的无量纲控制方程集由下式给出:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left[U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right] = \frac{\partial P}{\partial X} \frac{1}{\text{ReDa}} U + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (3)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left[U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right] = \frac{\partial P}{\partial Y} \frac{1}{\text{ReDa}} V + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + \text{Ro}(\theta + NC) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \frac{1}{\text{RePr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \left(U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} \right) = \frac{1}{\text{ReSc}} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (6)$$

初始条件和边界条件以无量纲形式表示为:

$$\text{At } \tau = 0, U = V = P = C = 0 \text{ and } \theta = 0.$$

$$\text{At the inlet of the channel } (x = 0, 0 \leq Y \leq 1): U = 6Y(1 -$$

$$\text{At } Y = 0 \text{ and } 0 \leq X \leq 5: U = V = 0, \theta = 1$$

$$\text{At } Y = 1 \text{ and } 0 \leq X \leq 5: U = V = 0, \theta = 0$$

与通道中的混合对流相关的数值研究中的主要难点是物理域是无限的,而数值域是有限的。因此,对流边界条件(CBC)施加在与通道中混合对流相关的数值研究中的主要难点是物理域是无限的,而数值域是有限的。因此,对流边界条件(CBC)施加在流出处。它以无量纲形式给出:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0$$

其中 ϕ 可以是无量纲参数之一: U 、 V 、 θ 或 C 。

3.2. 熵生成公式

根据局部热力学平衡并使用 Woods (1975) 方程,多孔介质中的无量纲局部熵生成(SI)由下式给出:

$$s_i = (\nabla \theta)^2 + \frac{Br}{\text{Da}} (U^2 + V^2) + Br \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] + \varphi_1 \left[\left(\frac{\partial C}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial Y} \right)^2 \right] + \varphi_2 \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \left(\frac{\partial C}{\partial X} \right) + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \left(\frac{\partial C}{\partial Y} \right) \right]$$

方程(9)右侧的第三项分别表示传热不可逆性、达西-布林克曼粘性流体不可逆性、清晰粘性流体不可逆性。第四

和第五个项与传质不可逆性有关。无量纲总熵生成(S)是通过将通道整个体积上的无量纲局部不可逆性进行积分得到的:

$$S = \int_{\Omega} S_i d\Omega \quad (10)$$

3.3. 数值方案和精度测试

本研究基于帕坦卡尔的控制体积有限元方法(CVFEM)的修改版本。[8]以及萨巴斯和巴利加。[9],适用于标准交错网格,其中压力和速度分量存储在不同的节点。应用SIMPLER算法结合交替方向隐式方案求解压力-速度耦合,执行时间演化8。从已知的速度和温度场,在任何给定时间 τ ,通过求解方程。(2) - (6),因此,使用方程(9)在多孔通道的任何节点评估局部熵生成 S_i 。有关CVFEM方法的更多详细信息,请参阅阿巴西等人[10, 11],请参阅帕拉卡什。[12]和胡基。[13]。

在本研究中,使用了强加的全局和局部收敛标准,并验证以下条件

$$\left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \leq 10^{-5}, \max \left| \frac{\chi^{i+\Delta t} - \chi^i}{\chi^{i+\Delta t}} \right| \leq 10^{-5} \quad (11)$$

x 是因变量), ($\forall U, \theta, C, x =$.连续性方程应在计算的每个时间步验证第一个收敛准则,因变量 x 应在空间通道的每个点和每个时间步验证第二个准则。对所有达西数使用时间步长 $\tau = 10^{-4} \Delta t$ =足以达到强加的收敛标准。

底壁的空间平均努塞尔数用于网格独立性分析。对于以下情况进行了网格细化测试: $\text{Re}=10$ 、 $\text{Pr}=0.7$ 、 $\varepsilon=0.85$,使用三个大小均匀的网格: $F1 = 70 \times 20$, $F2 = 101 \times 26$ 和 $F3 = 132 \times 31$ 节点点。施加的相对误差应满足以下标准:

$$\text{Error} = \left| \frac{\langle Nu \rangle_{(i+31)} - \langle Nu \rangle_i}{\langle Nu \rangle_{(i+31)}} \right| \leq 2\% \quad (12)$$

($i+31$) 表示通过 X 轴的节点数。

结果表明,当从网格 F1 传递到网格 F2 时,相对误差接近 4, 24%。而当我们从 F2 传递到 F3 时,误差(Er)约为 1, 74%。因此,网格 F2 足以执行与当前问题相关的计算。

为了验证数值模拟,将有关通过水平多孔通道 U_{max} 的层流中最大水平速度分量的结果与肖赫尔和弗雷泽发表的结果进行了比较。[14]和阿卜杜勒哈桑等人[15]与多孔通道中的层流有关。目前的结果与先前工作的结果之间有很好的 consistency (表 1)。

通过将本数值研究给出的空间平均努塞尔数值与肖赫和弗雷泽获得的值进行比较,进行了另一种精度测试。如表 14 所示。两部作品之间也表现出良好的一致性。

Da	10 ⁻³	10 ⁻²	10 ⁻¹	1
Present study	1.06	1.23	1.44	1.53
Shohel et al.	1.06	1.11	1.33	1.48
Abdulhassan et al.	1.09	1.30	1.55	1.59

表 1.最大水平速度分量与达西数的变化。

Da	10 ⁻²	10 ⁻¹	1	10
Present study	100.324	10.785	1.4759	0.5293
Shohel et al.	99.936	11.098	1.5849	0.5328

表 2.平均努塞尔数与达西数的变化。

4. 结果和讨论

介质孔隙率固定为 0.85。瑞利数、雷诺数和普朗特数分别固定为 104、10 和 0.7。达西和布林克曼的数字分别固定为 5.10⁻² 和 10⁻⁴。

本研究主要集中在浮力比和施密特数对达西-布林克曼公式下饱和和多孔通道上混合对流熵产生波动的影响。因此,浮力比和施密特数分别从 10⁻² 到 2 和从 10⁻¹ 到 10 变化。不可逆比选择小,等于 10⁻⁴,以消除传质不可逆性对总熵产生的内在影响。然后,传质不可逆性对总熵生成的贡献是通过纳维斯托克斯和能量方程外在的。此外,透明和达西粘性流体不可逆性并不重要,因为达西数和布林克曼数的值微不足道。最后,总不可逆性仅减少为热贡献。

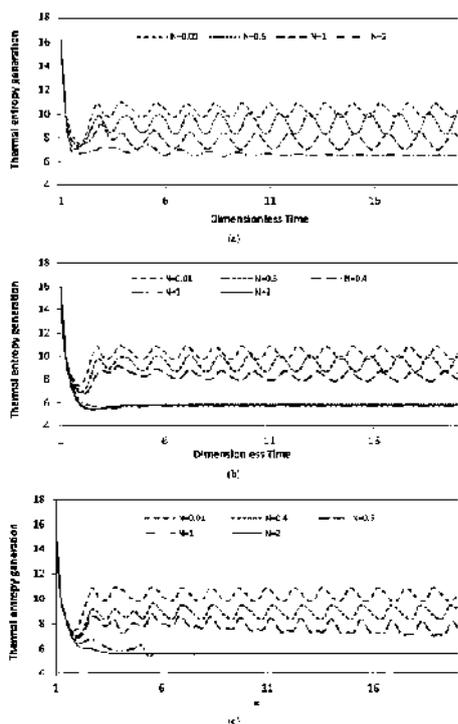


图 2.瞬态混合对流中热熵生成变化: a) Sc=0.1; b) Sc=1.5, c) Sc=6。

图 2 说明了不同施密特数和浮力比在双扩散混合对流中的瞬态熵生成。在一般情况下,图 2 表明,由于热梯度的重要初始值,总不可逆性在混合对流开始时具有重要值,然后降低以达到混合对流的稳定状态,其行为取决于施密特数和浮力比值。从图中可以看出,系统通过三种行为接近稳定状态。第一个对应于周期性,第二个是伪周期性的,第三个实际上是渐近的。请注意,这些观察结果与塔亚里等人[16]发现的结果相似,与研究达西数对多孔通道中混合对流传热中熵产生波动的影响有关。

让我们从相对较小的浮力比 (N = 0.01) 的情况开始,它对应于由小质量梯度引起的溶解浮力的弱效应。在这种情况下,与多孔通道中的简单传热情况相去不远,熵产生以周期性行为振荡。对于所有选定的施密特数,这种情况都持续存在,证明了多孔通道中存在热对流单元。[16]

从不可逆过程 (TIP) 的热力学角度来看,这种由能量耗散维持的配置称为耗散结构。[17]熵生成的周期性波动的情况对应于系统围绕稳态的旋转,在这种情况下,稳态远离平衡状态。因此,Prigogine[17]的最小熵生成定理未经证实,系统在 TIP 的非线性分支中演化,热力学力和通量之间的关系失去了线性。这种周期性行为一直持续到浮力比达到取决于施密特数的临界值 (Nc)。超过这个临界浮力比并根据施密特数值,熵生成表现出对稳态的伪周期性或渐近性方法。从 TIP 的角度来看,不可逆性的伪周期性机制表明,系统向稳态发展了一种螺旋方法,熵的产生取一个恒定值。

不可逆性波动的短时间(伪周期振荡)可能是双扩散多孔通道中热对流单元诞生的结果,随着时间的推移,在传质效应的日益增加下,热对流单元迅速消失。这种伪周期行为的特征是稳态下的不可逆数值,这意味着系统处于 TIP 的非线性域和线性域之间的边界。在临界浮力比和给定施密特数下,总熵生成的渐近曲线意味着系统直接向稳态前进,在这种情况下,这是一个新的平衡状态。最小熵生成的普里高津定理得到了验证,因此在这种情况下,系统在 TIP 的线性分支中演化。

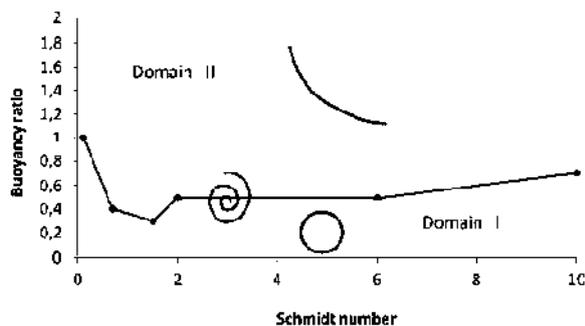


图 3.TIP 的线性和非线性域之间的边界，具有不同的稳态方法 ($Re=10$, $Ra=104$, $Pr=0.7$)。

TIP 的非线性域和线性域之间的边界（取决于浮力比和施密特数）如图 3 所示。域（I）对应于 TIP 的非线性分支，其特征在于熵生成的周期性波动，因此系统围绕相空间中的稳态旋转。而域（II）与 TIP 的线性域相关，TIP 说明了伪周期和渐近行为，并且在相空间中分别对应于边界附近的螺旋方法和接近稳态的直接方法。

5. 结论

采用数值模型分析了达西-布林克曼多孔通道中混合对流传质瞬态下的熵产生波动。

得出以下结论：观察到总熵的产生在混合对流开始时具有重要值，然后减小以达到稳态，其行为取决于施密特数和浮力比。在固定施密特数下，熵产生波动是周期性的，直到浮力比达到临界值。这种情况对应于系统围绕稳态的旋转，并且系统在 TIP 的非线性分支中演化。研究发现，在临界浮力比之外，熵的产生行为可以是伪周期性的或渐近的，这取决于施密特数。对于伪周期方法，系统发展出一种趋向稳态的螺旋方法，对于渐近方法，系统直接向稳态发展，并在 TIP 的线性分支中演化。

参考文献

- [1] Nakayama A, Hasebe K, and Sugiyama Y, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 77 (2008).
- [2] Ostrach S and Kamotani Y, Journal of Heat Transfer, 2 (1975) 220.
- [3] Evans G and Paolucci S, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 11 (1990) 1001.
- [4] Hasnaoui M, Bilgen E, Vasseur R, and Robillard L, Numerical Heat Transfer Applications, 3 (1991) 297.
- [5] Nield D A and Bejan A, Convection in Porous Media, 2nd ed, Springer, New York, (1999).
- [6] Nield DA and Bejan A, Convection in Porous Media, 3rd ed, Springer-Verlag, New York, (2006).
- [7] Vafai K, Handbook of Porous Media, Second edition, New YORK, (2005).
- [8] Patankar SV, In Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere/Mac Graw-Hill, New York, NY, USA (1980).
- [9] Saabas H J, and Baliga B R, Part I: FNHT Pt B-Fund, 26(1994).
- [10] Abbassi H, Turki S and Ben Nasrallah S, HTPA, 39 (2001) 307.
- [11] Abbassi H, Turki S, And Ben Nasrallah S, IJTS, 40 (2001) 649.
- [12] Prakash C, Numerical Heat Transfer, 3 (1986) 253.
- [13] Hooky NA, Ph D thesis. Mc Gill University, Montreal, QC, Canada.
- [14] Shohel M R and Fraser A, International Journal of Thermal Sciences, 1 (2005) 21-32.
- [15] Abdulhassan A, Karamallah A, Mohammad WS, Khalil W H, Eng. & Tech. Journal, 9 (2011).
- [16] Tayari A, Hidouri N, Magherbi M, BenBrahim A, Journal of Heat Transfer, 2 (2015).
- [17] Prigogine I, Editions Odile Jacob, Paris 1996.