

科学思维导向下的向心加速度教学

代国顺

连云港市海滨中学 江苏连云港 222042

【摘要】 本文在科学思维导向下，首先借助特殊值和计算机辅助方法定量计算平均加速度，然后通过科学推理，猜想出向心加速度的表达式，最后通过理论推导以及自制实验教具实验验证向心加速度的表达式。本文在丰富高中物理教材的同时，可有效地提高学生的科学思维。

【关键词】 科学思维；向心加速度；教学

学科核心素养是学科育人价值的集中体现，是学生通过学科学习而逐步形成的正确价值观念、必备品格和关键能力。科学思维作为物理学科核心素养的重要方面，主要包括模型构建、科学推理、科学论证、质疑创新等要素。

纵观国内外高中物理教材，都十分注重知识的逻辑性，以更好的培养学生的科学思维。但是在有些教材某些章节中为了降低教学难度，往往弱化了科学知识的逻辑性。例如，人教版物理必修二（2010年4月第3版）第五节《向心加速度》，教科书为了降低教学难度，就没有从加速度的定义式出发科学探究向心加速度的大小和方向。这样做的确避开了难点，但也同时弱化了学生科学思维能力的培养。本文从模型构建、科学推理、实验验证等方面，谈一谈如何在科学思维导向下开展向心加速度教学。

一、模型建构

月亮围绕地球做圆周运动；细线牵引的小球绕桌面上的某点做圆周运动；细绳系着装满水的无盖水杯在空中某一水平平面内做圆周运动；小球做圆锥摆运动等等。让学生在熟悉的物理情境下用物理概念描述这些运动，总结特点，并引导学生分析出这些物体所受的合外力的方向。然后再具体的以在桌面上做圆周运动的小球为例，忽略阻力等次要因素，抽象出匀速圆周运动模型；为减小阻力，可使小球脱离桌面，便成了圆锥摆模型；为克服圆锥摆中的小球难以在水平平面内做圆周运动，可让一个恒定的低速电动机提供动力牵引转动，稳定后小球就会在水平平面内做匀速圆周运动，这样便建构成了匀速圆锥摆模型。

二、科学推理

1. 类比速度，寻找突破口

根据速度的定义式概念，瞬时加速度可用无限小的时间间隔内的平均加速度表示，从平均加速度的定量分析可求得瞬时加速度的表达式：某一物体做匀速圆周运动，其线速度大小为 v ，半径为 r ，求该物体在 $\Delta t = \frac{1}{2}T$ 、 $\frac{1}{3}T$ 、 $\frac{1}{4}T$ 、 $\frac{1}{6}T$ 、 $\frac{1}{12}T$ 时的平均加速度？（ T 为周期，下同。）

通过计算，可知： $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi r}{v}$ ， $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0.64 \frac{v^2}{r}$ ；

$$\Delta t = \frac{T}{3}, a = 0.83 \frac{v^2}{r};$$

$$\Delta t = \frac{T}{4}, a = 0.90 \frac{v^2}{r};$$

$$\Delta t = \frac{T}{6}, a = 0.96 \frac{v^2}{r};$$

$$\Delta t = \frac{T}{12}, a = 0.99 \frac{v^2}{r}.$$

学生不难猜想到： $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $a = \frac{v^2}{r}$ 。

2. 巧用计算机辅助计算，科学推理猜想

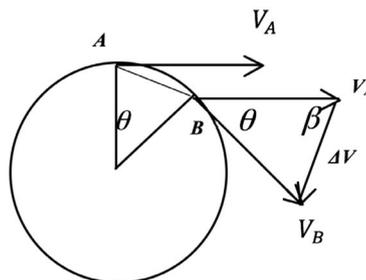


图1 速度变化量矢量图

如图1所示， $\Delta t = \frac{1}{n}T = \frac{2\pi r}{nv}$ 时， $\theta = \frac{2\pi}{n}$ ， $\Delta t = 2v \sin \frac{\theta}{2}$ ， $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v \sin \frac{\theta}{2}}{\frac{2\pi r}{nv}} = \frac{n \sin \frac{\pi}{n}}{\pi} \frac{v^2}{r}$

表 I: n 与 $\frac{n \sin \frac{3.14}{n}}{3.14}$ 数值关系

n	$\frac{n \sin \frac{3.14}{n}}{3.14}$
2	0.63694247
3	0.82715908
4	0.90041424
5	0.93555338
8000	0.99999997
9000	0.99999998
11000	0.99999999
18128	0.99999999
18129	1.00000000

计算机辅助计算结果显示(见表 I)，若取 $\pi = 3.14$ ，当 $n \geq 18129$ 时，其系数 $\frac{n \sin \frac{\pi}{n}}{\pi}$ 的值为 1 (小数点后保留 8 位)，即 $a = \frac{v^2}{r}$ 。所以猜想，当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $a = \frac{v^2}{r}$ 。

2.3 理论证明

从 $\Delta t = \frac{1}{n}T$ (n 为正整数) 的速度变化量矢量图 (如图 1) 可以看出：

① 当 n 逐渐变大， Δt 逐渐减小时， θ 逐渐变小。假如半径为 1 米的圆，随着 θ 角度逐渐减小，通过计算机辅助计算弧长和弦长的具体长度对

比显示(见表2,取 π 的值近似为3.14159265),当 $n \geq 1274$ 时,弦长和弧长的差值为零(结果保留小数点后8位)。所以可以认为, n 足够大时, $\Delta t \rightarrow 0$,弧长和弦长相等,所以有 $\Delta v = v\theta$,得出匀速圆周运动的加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\theta}{\Delta t} = v\omega = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ 。

② $\theta + 2\beta = \pi$, n 无限大时, Δt 无限小, $\theta \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow \frac{\pi}{2}$,所以可认为 Δv 的方向与 v 的方向垂直。 v 的方向垂直于半径,所以 Δv 的方向是沿半径方向且指向圆心,也就说明了任何做匀速圆周运动的物体的加速度方向总是沿半径方向且指向圆心。

这样就从理论证明了匀速圆周运动的加速度大小

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\theta}{\Delta t} = v\omega = \frac{v^2}{r} = r\omega^2, \text{方向总是沿半径方向指向圆心。}$$

表 II 半径为 1m 的圆的弧长和弦长

n	$\theta = \frac{2\pi}{n}$ (rad) $\pi = 3.14159265$	弧长 $L_{AB} = r\frac{2\pi}{n}$ (m)	弦长 $S_{AB} = 2r\sin\frac{\pi}{n}$ (m)	$L_{AB} - S_{AB}$ (m)
2	3.141592650	3.141592650	2.000000000	1.14159265
3	2.094395100	2.094395100	1.732050806	0.36234429
4	1.570796325	1.570796325	1.414213561	0.15658276
100	0.062831853	0.062831853	0.062821518	0.00001033
500	0.012566371	0.012566371	0.012566288	0.00000008
800	0.007853982	0.007853982	0.007853961	0.00000002
900	0.006981317	0.006981317	0.006981303	0.00000001
1000	0.006283185	0.006283185	0.006283175	0.00000001
1273	0.004935731	0.004935731	0.004935726	0.00000001
1274	0.004931857	0.004931857	0.004931852	0.00000000

三、实验验证

实验原理分析:比较牛顿第二定律求得的匀速圆周运动的物体的加速度 a ,与根据 $a = v\omega = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ 得出的 a_n 是否相等。

实验器材:自制教具筷子电机(改装后的定速低速电机,在转轴上固定一筷子,如图2,小球在本电动机的牵引下在水平平面内可做匀速圆周运动)、细线、小球、升降台、刻度尺、硬纸板等。

实验前学生讨论:

(1)观察小球在水平水面内做匀速圆周运动,画出该小球的受力分析示意图(如图3),表示出小球所受的合力,再根据牛顿第二定律 $F=ma$ 表示出小球的加速度 a 的表达式(质量为 m ,绳子与竖直方向的夹角 θ)。



图 2: 筷子电机

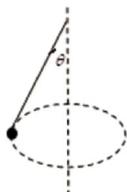


图 3: 圆锥摆模型图

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中物理课程标准(2017年版)[S]. 北京:人民教育出版社,2018.
[2] 潘通. 基于核心素质的“向心加速度”探究式教学设计[J]. 物理教师,2017(6):30-33.

根据 $F=ma$,可求得小球的加速度 $a = \frac{F}{m} = g\frac{r}{h}$,方向指向圆心。

(2)根据电动机铭牌信息,选择有效信息,表示出要验证的加速度的表达式 a_n



图 4: 电机铭牌

根据电机铭牌信息(如图4),读出转速,得 $a_n = r\omega^2 = 4\pi^2 n^2 r$

(3)要验证 $a_n = a$,需要测量那些物理量?

根据 $a = \frac{F}{m} = g\frac{r}{h}$,和 $a_n = r\omega^2 = 4\pi^2 n^2 r$,需测量 r 和 h 。(其实根据 $g\frac{r}{h} = 4\pi^2 n^2 r$ 可以看出,测量一个 h 也可达到验证目的,本文不做探讨。)

(4)如何设计表格记录数据。

分组实验:

将筷子电机放在水平桌面上(若课桌桌面比较光滑可以在桌面上平铺一张擦巾纸),取一根细线一端系在筷子上端,另一端拴住小球,接通电源后,小球开始做圆周运动。

待小球运动稳定后,把固定着硬纸板的升降台放在小球所在的运动平面下面,将硬纸板靠近转轴筷子(注意不要接触),确保硬纸板在水平平面上。

转动升降台的旋钮使硬纸板升高,在将要靠近小球时,速度放缓,等小球接触到硬纸板时,关闭电源。

用刻度尺测量硬纸板的上表面与转轴筷子的接触点A到细线与转轴筷子的节点O的高度 h ,并记录下数据。

轻轻拉紧细线,测量小球到硬纸板最近的点到A点的距离 r ,并记录下数据。

表 III 实验数据汇总表

转速 n (r/min)	110	110	80	80	60	60
半径 r (m)	0.010					
高度 h (m)	0.074					
$a = g\frac{r}{h}$	1.3243					
$a_n = r\omega^2$	1.3255					
绝对差	0.0012					

通过对表 III 实验数据分析对比,在误差允许的范围内两组结果基本相符,大量实验数据可以得出同样的结论,即 $a_n = a$ 。

这样就分别从理论和实验两方面科学论证了匀速圆周运动的加速度大小是 $a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$,方向是沿半径方向且指向圆心。

四、结语

科学思维是物理学科核心素养的关键因素,在教学中要以学科知识为载体,以学生为主体,通过经历模型构建、科学推理、科学论证等科学思维过程,让学生在具体的学习活动中将知识转化成学生自身的智慧和力量,促进学生核心素养的发展。