基于 HPM 视角下高中数学问题情境创设的策略

王菁菁 汤 强

西华师范大学数学与信息学院 四川 南充 637000

【摘 要】：从数学史与数学教育相结合的视角（即 HPM）进行教学研究，这一方法越来越得到教师和其他教育工作者的关注。本文针对如何利用数学史创设问题情境提出了相应的策略并举例说明，以期望更好地服务于数学教学。

【关键词】：HPM；高中数学；问题情境

1 问题提出

数学问题离不开具体的数学情境，随着高中数学新课程标准（2017 版）的颁布，教师更加意识到数学学科核心素养和数学问题情境的联系。通过林嗣燕的实验我们可以看出大多数数学教师有创设问题情境的意识，但教学中有时创设的问题情境是无意义的，归根结底就是缺乏具体的策略和方法[1]。

问题情境的创设一方面要符合数学知识的发生发展过程，不能为了情境而情境，不提倡“假情境”教学。另一方面，建构主义认为知识并非一成不变的，学生学习知识是建立在自己已有知识经验的基础上，主动建构而成的[2]，教学要充分发挥学生的主体性。由历史发生原理可知，从数学史的角度创设问题情境更能够注重知识间的关联性，使学生容易接受，并且教学过程具有趣味性。基于以上几个方面，本文从数学史的角度根据不同的数学课型提出了以下几种教学策略。

2 定理教学课中创设，激发学生兴趣

数学定理教学是指数学公理、定理、法则、公式等内容的教学，是数学的基础知识之一。定理教学具有较强的逻辑性，容易导致学生难以理解，因此新课引入时创设的问题情境十分重要，教师在创设情境时，要有教材的整体观念，善于挖掘教材中有利学生理解的数学史，让学生充分了解数学文化，从中产生获取真知的欲望，从而激发学生学习的兴趣，使学生感到学习数学不是枯燥无味的，处处充满着趣味性。

例 1：正弦定理

正弦定理是高中数学的重要内容，拥有丰富的历史背景。在新课引入部分，教师可展示一组月食的图片，在学生欣赏图片，感受美的同时追问有谁知道月亮和地球的距离，如何计算得出呢，并简要介绍法国两位天文学家测量方法。如图 1，A 为柏林，C 为好望角，A 点和 C 点分别位于同一子午线，B 为月球上一点，在当时现有条件下，可以测量 AC 的距离，$\angle A$ 和 $\angle C$，如何求得 AB 和 BC 的距离？（如图 1）他们借助了一个神奇的工具，便是本节课所要学习的正弦定理。

在证明正弦定理后，教师会创设如下问题情境：在正弦定理中，$\frac{a}{\sin A}$，$\frac{b}{\sin B}$，$\frac{c}{\sin C}$ 这三个比值都相等，设为 k，k 有什么几何意义。教师作出三角形的外接圆（如图 2），由同学们观察得到 $k=2R$，其中 R 为三角形外接圆的半径，显然这样创设情境有点牵强，学生如何想到要作三角形的外接圆。因此基于数学史可创设这样的问题情境：在数学的发展史中，印度数学家阿里亚哈塔首次提出了正弦的概念，正弦与“弦”有关吗？我们在哪里学过弦这个概念？二者之间有什么关系呢？此时同学们就会将三角形和圆结合在一起，得出 $k=2R$，还可以在外接圆中对正弦定理进行证明[3]。

这种情境的创设不仅符合知识的发生发展过程，也能容易让学生接受，意识到数学之间的知识是密切联系在一起，圆可作为解决数学问题的一个工具，体会数学定理的式与形的美。

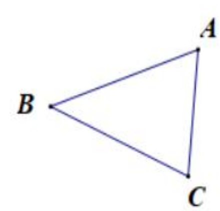

图 1

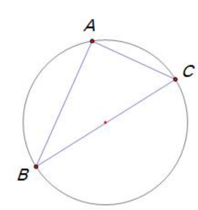

图 2

3 探究课中创设，拓展学生的思维

数学与思维密不可分，思维与探究学习密不可分，如同一家人，苏联著名数学教育家斯托利亚尔曾说过：“数学教学是数学思维活动的教学”，数学的学习是内隐的理性思维过程，即使数学知识在后面学习过程中会遗忘，但其中所涉及的数学思想方法将会伴随人的一生。教师应多开展探究性

教学，将课堂的主体性还给学生，立足于学生思维困惑点，从数学知识的发生发展过程创设问题情境，提高学生的数学思维品质，丰富了课堂教学，起到事半功倍的效果。

例 2：对数与指数函数的关系

指数与对数是人教版数学必修一的重要内容之一，里面蕴含了丰富的数学文化。16 世纪欧洲人热衷于航海，但航海面临着大数据的运算，这该如何化简计算呢？数学家纳皮尔发表了一篇名为《奇妙的对数定律说明书》，书中提到的“对数表”具有简化运算的功能。教师便可创设如下问题情境，由学生通过对问题的逐个解答，从而了解对数与指数的关系。

问题 1：通过纳皮尔的对数表（表 1），你观察到了什么？这对于化简大数有什么收获？

问题 2：你能利用你发现的规律计算以下几个算式吗？1024×4096，8192÷256，128^5

问题 3：我们发现大数的运算可以简化成指数式的运算，思考下能否计算 361×365 呢？

表 1

对数表													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16384

教师在上面三个问题的基础上，引导学生归纳总结，将发现的这种方法进行推广，不局限于以 2 为底，从而引导学生得出对数的概念。

从数学史的角度创设问题情境，引导学生对相应课题进行探究，在师生和生生的交流中，碰撞出思维的火花，使得教学内容的引入富有深度，更加自然。在探究课中由学生主导，鼓励学生出声学习，符合新课程的标准。

4 概念课中创设，促进学生人格发展

数学概念是指人类对数量关系和空间形式的概括的反应，在数学知识体系中具有举足轻重的作用，数学概念往往具有两重性，形式化极强，在实际教学过程中教师忽略数学概念的形成过程，将完美的结论呈现给学生。学生不仅难以理解和掌握相应的数学知识，而且容易怀疑自我，缺乏对数学的信心与兴趣。

反观数学的历史，我们可知数学上的任何命题、概念、定义等，哪个没有被怀疑过？了解数学的历史，在数学概念课中，从数学史的角度创设相应问题情境，有利于教师树立正确教学观，还能够促进学生品格的发展。

例 3：虚数

虚数是数学教学中重要的概念，是在数系扩充的基础上得到的，在教学过程中，教师常常通过 $x^2+1=0$ 进行引入[4]，学生往往很难理解，也不明白该方程有何实际意义。教师可创设如下问题情境：莱布尼茨是一名著名数学家，曾经遇到这样一道题目让他十分困惑，便给惠根斯写信问自己是不是做错了，该题是这样的：已知 x＞0, y＞0， $x^2+y^2=2, xy=2$ 请问 x 和 y 分别等于多少？二者的和为多少？你能帮他算算吗？

由题意可知 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$， $x^2+y^2=2, xy=2$

代入可知： $x+y=\sqrt{6}$， 又由 $x=\dfrac{2}{y}$， $x^2+y^2=2$

可得 $\dfrac{1}{y^2}+y^2=2$ 化简可得 $y^4-2y^2+4=0$，即 $\left(y^2-1\right)^2=-3$

所以，$y=\sqrt{1\pm\sqrt{-3}}$ 同理 $x=\sqrt{1\pm\sqrt{-3}}$

根据我们已有的知识经验可知，x 和 y 无解，无解的两个数之和不可能为一个实数，那问题出现在哪？这也就是我们本节课所学内容。

教师也可对莱布尼茨做适当的介绍，当学生发现伟大的数学家与自己也有相同的困惑时，不仅对如何处理困惑感兴趣，而且更能获得情感共鸣，增强自信心[5]。教师了解数学的历史，便能够更好地站在学生的角度思考问题，就连数学家欧拉都犯了十分低级的错误—— $\sqrt{-1}\times\sqrt{-4}=\sqrt{4}=2$，因此学生犯错是情有可原的，并非因为不够聪明、思维差，从而树立正确的学生观和教学观。

5 练习课中创设，促进理解

数学的学习离不开练习，练习课也是数学教学中非常重要的一个环节。但学生在解答问题时，会出现这样一个误区：总以为该题目是凭空编制的，学习数学便是为了解题而解题，对数学解题练习充满不解和排斥。在从历史的画卷中，处处充满了练习题，我们可以从中深刻感受古人的智慧，尤其是其中的数学名题，内容非常丰富有趣，极具启发性，基于这些名题创设问题情境，能够促进学生对数学本质的理解。

例4：等差数列

古老的数学知识较多存于泥板和纸草书，是重要的教学资源。教师讲了等差数列有关概念和性质后，可以创设如下情境：

有十个人要分十斗麦子，从第二个人开始，后面一个人比前一个人少$\frac{1}{8}$斗，请问每人分别可以分多少小麦？如何转化成数字语言？已知什么？需要求什么？

用数学语言表达便是：已知$n=10$，$d=-\frac{1}{8}$，$S_n=10$，分别求$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_{10}$，因为$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$，代入数据便可知$a_1=\frac{25}{16}$，$a_2=a_1+d=\frac{23}{16}$，由$a_n=a_1+(n-1)d$类推便可求$a_3,a_4,\cdots,a_{10}$。

还可创设如下情境：隶莫弗在去世前得了嗜睡症，说自己每天比前一天多睡十五分钟，等睡够24小时，便走完了人生最后的旅程，假设隶莫弗当年9月24日患病，当时一天睡8小时，请问他去世于哪一天？

引导学生用数学语言表达：每天比前一天多睡十五分钟为公差d，换成统一单位$d=\frac{1}{4}$，一天睡八小时则首项$a_1=8$，睡够24小时可以表示为$a_n=24$，利用等差数列通项公式$a_n=a_1+(n-1)d$，可知$n=65$，所以从9月24日往后计算65天为11月27日。

在练习课中，从历史的角度创设问题情境，丰富了课堂教学，为课堂教学提供了丰富的案例，而且在一定程度上改变了数学练习课总是枯燥乏味的刻板影响，为学习注入了活力。对学生而言丰富了学生的知识经验，加深了对数学的理解，在一定程度上能够改变学生的数学观。

6 注意

教师在教学过程中不可为了创设而创设情境，情境的创设要符合数学知识的发生发展过程，切不可喧宾夺主，为了追求课堂的热闹而忽略数学学习的本质，其本质为注重思维的深度思考，毕竟数学课与语文或英语课不一样，更加注重的是头脑知识的内化过程。

另外，教师从数学史的角度创设情境时，要对数学史的知识进行选择甚至重组，不可将数学史全照搬过来，一定要考虑学生的最近发展区，使学生容易理解和接受，而不是选择一些过于容易或者过于难的知识。问题情境的创设应该注重问题性，要充分调动学生的提问的主动性和积极性，这样的情境才有意义。

总之，问题情境作为教育教学的重要模块，直接关系教学成效，若仅仅从书本上进行问题呈现，学生得到的是失去活力的数学，不利于学生数学能力的发展。在课堂中，从数学史出发进行提问，呈现的便是天然的、有活力的数学，不仅可以激发学生兴趣，还能促进知识理解，锻炼学生的数学思维。本文虽然仅从问题情境创设进行研究，但随着对数学史研究的深入，数学史融入教学是必然的趋势。因此教师在不同课型进行教学时，要注重选取合适的素材，要有针对性和合理性，不可忽略学生的接受能力。

参考文献：

[1] 林嗣艳.高中数学教学的问题情境创设[D].华中师范大学,2019.

[2] 曾孟笛.高中数学问题情境的创设[D].湖北:华中师范大学,2017.

[3] 张小明.正弦定理的证明:从历史到教学[J].数学通报,2015,54(07):15-17+22.

[4] 林京榕.渗透数学文化,落实核心素养[J].中学数学教学参考,2017(8):31-34.

[5] 岳亭亭.HPM视角下的高中数学问题提出课堂教学研究[D].西安:聊城大学,2017.

作者简介：王菁菁（1997—），女，汉族，四川南充，硕士研究生，单位：西华师范大学数学与信息学院，研究方向：数学教育研究。

汤强（1975—），男，汉族，四川南充，硕士生导师，教授，博士研究生，单位：西华师范大学数学与信息学院，研究方向：数学教育研究。