

小学数学教材中三角形章节内容设计的比较研究

——以人教版三版教材为例

梁馨文

扬州大学 江苏 扬州 225000

【摘要】：三角形是数学中的基本几何图形，是构建多边形的基础，认识三角形有助于更好地理解多边形的概念和相关规律，促进学生数学思维的发展。本文我们就78版、92版和12版三版人教版数学教材中三角形内容的内容设计进行对比分析。

【关键词】：小学数学；三角形章节；内容设计；比较；研究

A comparative study of the content design of triangle chapters in primary school mathematics textbooks -- Take the third edition of the human-taught edition of the textbook as an example

Xinwen Liang

Yangzhou University Jiangsu Yangzhou 225000

Abstract: Triangles are the basic geometry in mathematics, is the basis for the construction of polygons, understanding triangles helps to better understand the concept of polygons and related laws, and promote the development of students' mathematical thinking. In this article, we compare and analyze the content design of the triangle content in the 78th, 92nd and 12th editions of the human-taught mathematics textbook.

Keywords: Elementary School Mathematics; Triangle Chapters; Content Design; Comparison; Research

三版教材中三角形的内容在编排方面具体都包括三角形的概念，三角形的特性，三角形的底和高，三角形按角的分类，三角形按边的分类以及三角形的内角和等知识点。依据各版本教材所对应的教学大纲和教学参考书，加之与同伴的协商分析，我们得出三角形这部分内容三版教材要用到的教学课时分别是5课时，6课时和6课时。

教材内容是知识的载体，是学生学习的资源。它包括：内容广度、内容深度、习题难度、教材难度等。教材的知识内容应该是学生进一步学习最基本和最重要的，能体现学科的独特价值，形成核心知识体系。

1 内容广度

1.1 三角形的认识

表1 三个版本教材中三角形的认识知识点统计表

知识点	78版教材	92版教材	12版教材
三角形的定义	√	√	√
顶点		√	√

角	√	√	√
边		√	√
高	√	√	√
底	√	√	√
用字母表示三角形			√
三角形稳定性	√	√	√
两点间的距离			√
三角形三边关系			√
合计	5	7	10

三个版本的教材里共有的知识点是：三角形的定义，三角形的角、高、底以及三角形的稳定性，这五个知识点是学习三角形内容的基础也是“三角形的认识”这一主题中的核心知识点。从上图中我们可以看到随着大纲的不断修订和完善，这一主题包含的知识点越来越多，92版相较于78版增加了三角形的顶点和边，12版又在92版的基础上加上了用字母表示三角形，两点间的距离以及三边关系。

1.2 三角形的分类

表2 三个版本教材中三角形的分类知识点统计表

知识点	78版教材	92版教材	12版教材
锐角三角形概念	√	√	√
钝角三角形概念	√	√	√
直角三角形概念	√	√	√
斜边			√
直角边			√
斜边与直角边关系			√
等腰三角形概念	√	√	√
等边三角形概念	√	√	√
腰	√	√	√
顶角	√	√	√
底角	√	√	√
底边	√	√	√
等边和等腰三角形关系			√
等腰三角形底角关系	√	√	√
等腰三角形的高与对称轴	√		
等边三角形三内角关系			√
等边三角形的高与对称轴	√		
合计	12	10	15

通过表格可以看出三版教材中关于三角形的分类都是按角分为钝角、锐角、直角三角形，按边分为等腰和等边三角形，教材不仅给出了相关的概念还揭示了三角形的腰、顶角、底角和底边。78版教材在此基础上还探讨了对称轴以及等腰等边三角形中高与对称轴的关系。12版着重介绍了直角三角形及其斜边和直角边并引导学生探究其斜边和直角边的关系。总体而言，92版教材中关于三角形的分类这一内容的介绍是最粗糙的，78和12版都在简单介绍的基础上有所拓展，只是侧重点不太一样。

1.3 三角形的内角和

表3 三个版本教材中三角形的内角和知识点统计表

知识点	78版教材	92版教材	12版教材
三角形的内角和	√	√	√
三角形内角和的应用			√
合计	1	1	2

三个版本教材中都涉及到三角形的内角和是 180° 这一知识点，并且对这一知识点的学习方式都是让学生动手操作，通过“折一折、剪一剪、算一算”自己发现规律。78版教材中直接展示一个三角形即得出结论，而92和12版教材中是让学生面对锐角、钝角、直角这三种不同类型的三角形从而得到更为普遍的规律，这样学生就会明白是所有的三角形内角和都为 180° ，并不存在特殊情况。12版教材里不仅包括了三角形内角和的知识同时还有三角形内角和的应用。小学阶段的三角形内角和这一知识主题，78版和92版的认识广度是一致的，12版的认识广度有所扩大，有利于揭示三角形和多边形的联系。

我们用 $G_i = n_i \div n \div \beta_i (i=1,2,3,\dots)$ 来表示某套教材三角形内容的可比内容广度。其中 n_i 表示某套教材三角形这一章节的所有知识点， n 表示三套教材三角形包含的知识点的并集， β_i 表示某套教材三角形内容的教学课时系数（ $\beta_i = T_i \div T$ ， T 为 T_i 最大值）。这样就可以得到三套教材三角形内容的可比内容广度。

表4 三套教材三角形的可比内容广度

教材	n_i	n	T_i	T	β_i	G_i
78版	18	29	5	6	0.83	0.7448
92版	18	29	6	6	1	0.6207
12版	27	29	6	6	1	0.9310

统计发现，12版教材的可比内容广度最大，78版次之，92版最小。12版教材中三角形内容包含的知识点是最多的，学生学习的几何知识更加完整、适用，这是符合新课改更加重视图形与几何的教学要求的。78版和92版在其余数值都相差不大的情况下，由于课时数的差异，78版的可比内容广度高于92版。

2 内容深度

教材的内容深度主要受知识点的“内容表述”所反映的思维特征的影响。针对上述各知识点，依照量化模型进行统计和分析如下：

2.1 三角形的认识深度比较

根据知识点所含概念的表述方式来进一步比较各知识点的认识深度，把知识点中包含的概念的内容表述方式分为以下类型即直观描述、归纳类比、演绎推理和探究开放并分别赋值1, 2, 3, 4。三角形的认识这一主题中，三个版本教材的所有知识点所包含概念的表述方式都以直观描述为主，归纳类比辅之，没有表述方式为演绎推理和探究开放的知识

点。这说明这部分知识理解起来没有什么特别的难度。赋值为1的知识点78版教材中有4个，92版教材有6个，12版教材有8个。赋值为2的知识点三版教材中分别有1个，1个，2个。赋值为3，4的知识点均为0。

表5 三个版本教材中三角形的认识知识点内容深度值

教材	78版教材	92版教材	12版教材
深度值	$\frac{1 \times 4 + 2 \times 1}{4 + 1} = 1.2$	$\frac{1 \times 6 + 2 \times 1}{6 + 1} = 1.14$	$\frac{1 \times 8 + 2 \times 2}{8 + 2} = 1.2$

由上图我们发现在三角形的认识这一板块里，78年教材和12版教材的内容深度一样，均为1.2。92版的教材为1.14，略低于另外两版，但是差值在0.1以内，说明三个版本教材在三角形的认识上深度基本一致，差距甚微。

2.2 三角形的分类深度比较

不同于三角形的认识，在三角形的分类中赋值为2的知识点变多了，也出现了许多赋值为3的知识点，不难看出三角形的分类的认知要求有所提高。在这一内容中，直观描述概念的知识点很少，更多的知识点的呈现方式是采用“像这样……的图形叫***”或者是“*****，你发现了什么”，通过归纳、演绎得到，这对学生来说会有更高的思维要求。由表12可知，赋值为1的知识点只有12版教材中有7个，其他两版教材里都没有。赋值为2的知识点三版教材中分别有11个，9个，5个。赋值为3的知识点78版教材里有1个，92版教材里1个，12版教材里3个。

表6 三个版本教材中三角形的分类知识点内容深度值

教材	78版教材	92版教材	12版教材
深度值	$\frac{2 \times 11 + 3 \times 1}{11 + 1} = 2.08$	$\frac{2 \times 9 + 3 \times 1}{9 + 1} = 2.1$	$\frac{1 \times 7 + 2 \times 5 + 3 \times 3}{7 + 5 + 3} = 1.73$

78版和92版的内容深度相当，三角形的分类这一主题中的知识点这两版教材都主要以归纳类比的方式呈现。12版教材中的呈现方式就比较多样，也有很多直观描述的知识，总体来说其内容深度略低于其他两版教材。

2.3 三角形的内角和深度比较

“三角形的内角和”这一知识点三版教材都是以归纳类比的方式呈现出来的，12版新增的内角和的应用就需要学生动手操作，在对三角形的内角和有充分理解的基础上演绎推理出其他多边形的内角和，对学生思维是一种锻炼和提高，这是符合课标要求的，也从侧面解释了为什么前两版教材都

没有加入这一知识点。

表7 三个版本教材中三角形的内角和知识点内容深度值

教材	78版教材	92版教材	12版教材
深度值	2	2	$\frac{2 \times 1 + 3 \times 1}{1 + 1} = 2.5$

三版教材中的三角形的内角和这一知识点的呈现方式都是归纳类比。与78和92版教材不同，12版增加了“三角形内角和的应用”这个知识点即让学生自己动手操作并计算多边形的内角和，这就要求学生在对三角形的内角和有充分理解的基础上借助分割、转化的方法推理出四边形等多边形的内角和。所以在认识深度上，78版和92版持平，12版则高一些，对学生的思维也有着更高的要求。

三版教材的可比内容深度 S_i 分别是78版：0.44；92版：0.425；12版：0.4525。12版的可比内容深度最高，78版次之，92版最低。由此可见学生在学习92版教材时应该是相对轻松的，它对学生思维的要求没有另外两版高。

3 习题难度

习题难度是指学生在解答习题时反映的思维难易程度。由于有的因素难以量化，在进行难度分析时，我们结合有关研究从“认知要求”和“习题背景”这两方面按照一定的权重来进行刻画。

以 X_{i1} 、 X_{i2} 分别表示“认知要求”“习题背景”的平均等级；其中 $X_{i1} = (m_1 \times 1 + m_2 \times 2 + m_3 \times 3 + m_4 \times 4) \div (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$ ，其中 m_1, m_2, m_3, m_4 分别代表“认知要求”中四个等级水平所对应的习题数量。同理我们可以算出“习题背景”的等级，然后我们再按3:2的比重大求出最终的习题难度。

表8 三个版本教材中习题难度的“认知要求”各等级统计表

教材	总习题数	了解 (模仿)	理解 (认识)	掌握 (应用)	综合应用
78版	12	1	4	6	1
92版	16	2	3	4	7
12版	17	2	3	9	3

由上表可知，78版和12版教材的三角形内容的习题在认知要求上多为理解和掌握即习题多涉及两个知识点且都不是知识点的简单应用，需要学生在理解的基础上有所变通，在一定程度上有训练学生思维的作用。92版教材由于“三角形的内角和”部分属于星级知识点，选学内容不强求所有学生都要掌握，所以所有有关这一知识点内容的习题都属于综合应用，对学生思维深度的要求较高。

表9 三个版本教材中习题难度的“习题背景”各等级统计表

教材	总习题数	无背景	个人生活背景	公共生活背景	科学实验背景
78版	12	9	0	3	0
92版	16	13	2	1	0
12版	17	13	4	0	0

由表9可知,三版教材三角形内容的大部分习题均为无背景要求,简而言之就是学生不会因为缺乏生活经验或是科
研实践而有解题的困扰。所有的习题背景都未与科学实验相
关联。

表10 三个版本教材里习题难度

教材	X_{i1}	X_{i2}	习题难度	可比习题难度
78版	2.583	1.5	2.15	0.537
92版	3	1.25	2.3	0.575
12版	2.76	1.24	2.153	0.538

统计发现78版和12版的习题难度基本持平,92版的难
度略有上升,主要原因在于92版的“三角形的内角和”属
于选学内容,这对普通学生的认知是提出了更高的要求。在
习题背景方面,三版教材均未涉及科学实验背景,以无背景

的习题为主,直接以数学方式呈现习题并辅以生活背景,适
当与学生生活实际进行联系,既亲切又不会显得太过繁杂。

4 教材难度

教材难度与可比内容广度、可比内容深度、可比习题难
度有关,根据上述统计数据,运用教材难度模型,可以作出
如下计算:

表11 三版教材“三角形”综合难度统计

教材	可比内容广度	可比内容深度	可比习题难度	教材难度
78版	0.7448	0.44	0.537	0.5301
92版	0.6207	0.425	0.575	0.5091
12版	0.9310	0.4525	0.538	0.5739

如上图所示,92版的教材难度最低,78版难度次之,
12版最高。92版教材较78版教材综合难度下降了3.96%,
这主要在于推进实施义务教育时期,强调适当降低学生过重
的学业负担,从而调整了部分教材内容的难度。12版教材难
度较之92版上升了12.73%,可能原因是12版涉及的知识点
更多更全面,而教学课时并未增加。总体看来,改革开放40
年人教版教材三角形内容的难度上升了8.26%,这样的难度
上升幅度可认为具有一定的合理性。

参考文献:

- [1] 桑帆.小学数学教材呈现方式的比较研究[D].华中师范大学,2015.
- [2] 杨文.沪、港、台小学数学教材中“小数的认识”比较研究[D].扬州大学,2020.
- [3] 印鹏.人教版、苏教版与沪教版小学数学教材中三角形比较研究[D].扬州大学,2018.
- [4] 王丽玲.小学数学第二学段“图形与几何”教材习题的比较研究[D].青岛大学,2020.

作者简介:梁馨文(1998—),女,汉,籍贯江苏扬州,学历:大学本科,研究生在读,研究方向:小学教育。