

一题多解在数学中的具体实例

◆刘娟

(四川省成都第三十八中学 610000)

一题多解是指从不同角度,运用不同思维方式来解决同一个问题的思考方法。它不是问题和方法的简单堆砌,而是从不同角度分析同一个问题所得到的结论,让学生真正掌握解决问题是我办法。它可以摆脱题目本身的枯燥乏味,通过多种方法给学生新鲜感,使学生产生好奇心和求知欲,能主动探究数学问题,并尝试用不同的办法解决。

下面我以一个平面几何题来分析。

例:如图,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 中, $\angle ACB=\angle DCE=90^\circ$, $AC=BC=\sqrt{5}$, $DC=EC$ 。

(1) 求证 $AD=BE$

(2) 求证 $AD \perp BE$ 。

第一个问题有 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$,则有 $AD=BE$,在这里我研究第二个问题。

第一种思路:直角三角形两锐角互余。

(一) 在 $Rt\triangle AFB$ 中,两锐角互余:

$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE \therefore \angle 1 = \angle 4 \because \angle ACB = 90^\circ \therefore \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ \therefore \angle 2 + \angle 3 + \angle 1 = 90^\circ \therefore \angle AFB = 90^\circ \therefore AD \perp BE$

(二) 在 $Rt\triangle DFE$ 中,两锐角互余:

$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE \therefore \angle 6 = \angle 8 \because \angle DCE = 90^\circ \therefore \angle 7 + \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ \therefore \angle 7 + \angle 5 + \angle 8 = 90^\circ \therefore \angle DFE = 90^\circ \therefore AD \perp BE$

第二种思路:蝶形

$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE \therefore \angle 6 = \angle 8 \therefore \angle 9 = \angle 10 \therefore \angle EFD = \angle ECD = 90^\circ \therefore AD \perp BE$

第三种思路:飞镖形

$\because$ 等腰 $Rt\triangle ABC \therefore \angle ACB = 90^\circ \therefore \angle 8 + \angle 12 + \angle 4 = 90^\circ \therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE \therefore \angle 1 = \angle 4 \therefore \angle 8 + \angle 12 + \angle 1 = 90^\circ$ 又 $\angle 11 = \angle 8 + \angle 12 + \angle 1 \therefore \angle 11 = 90^\circ \therefore AD \perp BE$

第四种思路:飞镖与三角形内角组合

$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE \therefore \angle 6 = \angle 8$

由题易得 $\angle 12 + \angle 13 = 180^\circ$

且 $\angle 13 = \angle 4 + \angle 6 + \angle 14$

$\therefore \angle 12 + \angle 4 + \angle 6 + \angle 14 = 180^\circ \therefore \angle 12 + \angle 4 + \angle 8 + \angle 14 = 180^\circ$ 又 $\angle ACB = 90^\circ \therefore \angle 12 + \angle 4 + \angle 8 = 90^\circ \therefore \angle 14 = 90^\circ \therefore AD \perp BE$

第五种思路:外角及四边形内角和为 360°

$\because$ 等腰 $Rt\triangle ABC \therefore \angle ACB = 90^\circ \therefore \angle 8 + \angle 12 + \angle 4 = 90^\circ \therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE \therefore \angle 6 = \angle 8 \therefore \angle 6 + \angle 12 + \angle 4 = 90^\circ \therefore \angle 15 = \angle 6 + 90^\circ \angle 16 = \angle 4 + 90^\circ \therefore \angle 14 = 360^\circ - \angle 15 - \angle 12 - \angle 16 = 360^\circ - 6 - 90^\circ - 12 - 4 - 90^\circ = 180^\circ - (\angle 6 + \angle 12 + \angle 4) = 90^\circ \therefore AD \perp BE$

第六种思路:三角形内角和为 180°

$\because$ 等腰 $Rt\triangle ABC \therefore \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$

$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE$

$\therefore \angle 1 = \angle 4$

$\therefore \angle 17 + \angle 18 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

$\therefore \angle 17 + \angle 18 + \angle 4 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

$\therefore \angle 17 + \angle 18 = 90^\circ$

$\therefore AD \perp BE$

数学课堂中,适时的设置一些一题多解的题目,鼓励学生用更多的方法来解题,能激发学生学习的积极性和创新意识,有利于学生对知识的沟通与整合,更好的培养学生的发散思维,帮助学生真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法,让学生获得更广泛的数学获得经验。

