当两分力的方向不变时，是否分力越大，合力也越大?

◆袁维兵
（四川省石棉县中学）

力是矢量，力的合成遵守平行四边形法则。合力和分力的大小关系是由平行四边形法则来确定的，与两个标量相加法则相比，是观念上的一次飞跃。必须特别重视这个飞跃。在遇到矢量运算的情况时，要注意克服标量运算的思维定势，避免根据标量运算的经验而想当然地对矢量运算结果做出判断。例如两正数之和必大于各个加数，但两矢量的合矢量的模就未必大于两分矢量的模之和，这是大家已比较熟悉的。

当二分力方向不变时，是否分力越大，合力必定也越大？答案是否定的，只需找出一个反例就可证明，这个反例是：二分力成 180^0，设第一分力向东，大小为 10N；第二分力向西，大小为 2N。很容易知道，合力方向向东，大小为 8N，如果将第二分力增大为 4N,则合力方向不变,大小为 6N。再将第二分力增到 10N，则合力为零了。在此例中，合力的大小在一定范围内随第二分力的增大而减小。

作为一般性的讨论，设二分力的大小分别为 F_1 和 F_2，它们之间的夹角为 θ。根据平行四边形法则，合力的大小为：

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2COS\theta} \qquad (1)$$

二分力方向不变，即角 θ 为恒量。我们假定 F_1 不变的情况下，讨论合力的大小随第二分力 F_2 的大小变化的关系。将上式平方，得：$F^2=F_1^2+F_2^2+2F_1F_2COS\theta$

也就是说，合力大小的平方式是 F_2 的二次函数。由于 F^2 的变化能反映 F 的大小变化，故我们讨论 F^2 随 F_2 变化的规律。

将上式右端改写，

得 $F^2=\left(F_2+F_1COS\theta\right)^2+F_1^2(1-COS^2\theta)$ （2）

F^2 --- F_2 的函数图像为开口向上的抛物线，顶点在 $F_2=-F_1COS\theta$ 处，相应的极小值等于 $F_{\min}^2=F_1^2(1-COS^2\theta)$.

从 F^2 对 F_2 的函数关系(2)式及其图像特点可知：

F_1 和 F_2 都是正数，F^2 的极小值条件为 $F_2=-F_1COS\theta$，由此可知：合力的大小（由 F^2 表示）随 F_2 变化具有极小值的条件是 $\cos\theta$ 为负值，即 θ 角为钝角。

在 θ 角为钝角，F_2 小于 $F_1|COS\theta|$ 的情况下，合力的大小 F 随 F_2 的增大而减小;而当 F_2 大于 $F_1|COS\theta|$ 以后，合力的大小随 F_2 的增大而增大。

当二分力的夹角 θ 为锐角即角 $\theta<\dfrac{\pi}{2}$ 时，F^2 总是随 F_2 的增大而单调增加。

由此可知，当二分力方向不变时，合力大小随分力变化的情况应当具体地分析。当二分力的夹角大于 90°，并在一定范围内（所考虑的变化分力小于另一分力与夹角余弦的绝对值之积的范围内），合力大小随变化分力的增大而减小，在其他情况下，合力大小随分力的增大而增大。