

精心设计 精确导向

——2018年全国高考数学Ⅱ卷导向分析

◆莫定勇¹ 王跃辉¹ 罗长青²

(1 重庆渝中区教师进修学院; 2 重庆市凤鸣山中学 400015)

摘要: 2018年全国高考数学Ⅱ卷是精心设计的,对中学数学教学具有:“做题”向“做事、做人”,“精英数学”向“大众数学”,“解答题目”向“解决问题”,“轻教材”向“重教材”,“考能力”向“考素养”导向的功能。

关键词: 试题; 教材; 素养; 导向

正文 高考试题的核心功能是“服务选材,指导教学”。首要作用是选拔人才,最终作用是导向教学,高考怎么考,教师就怎样教,特别是高三,高考考什么,师生就复习什么,高考不考的,坚决不复习。而数学教育承载着立德树人根本任务,发展素质教育的功能,帮助学生掌握现代生活和进一步学习所必需的数学知识、技能、思想和方法,实现:人人都能获得良好的数学教育,不同的人在数学上得到不同的发展。高中数学教育要达成这些目标,教学不能只重结果,更应重过程;不能只重做题,更应重做事与做人;不能就题解题,更应解决问题;不能精英数学,更应大众数学;不能只关注能力,更应关注素养;不能轻教材,更应重教材。这就需要精心设计,精准导向的高考试题来“以考定教”,2018年高考数学全国卷Ⅱ(以下简称“Ⅱ卷”)试题就是精心设计的,有很好的导向作用,现分析如下:

1 试题精心设计

Ⅱ卷试题“主干知识重点考查,重点知识反复考查”。高中数学知识的八大模块重点考查,支撑高中数学知识体系的六大板块反复考查,共考120分试题。函数与导数主要考查函数的图像和性质,导数的应用,Ⅱ卷把它设计为反映数、形变化的探究型试题;立体几何试题反复考查角度:线线、线面、面面角全覆盖,还考查表面积或体积,突出考查立体几何的本质和思维深度;解析几何中:直线、圆、直线与圆的位置关系,椭圆、双曲线、抛物线、直线与圆锥曲线的位置关系逐一考察,面面俱到,凸显对解析几何广度的考查。重点知识:集合、古典概型、线性规划、复数和框图按惯例继续考查,次重知识:排列、二项式定理、几何概型、条件概率、命题、逻辑用语等没做考查,特别是课改十年来,第一次没考三视图。全卷问题情境设计自然、合理,背景公平、熟悉,无繁、难、偏、怪、深、冷的题目出现。

文理科试题采用“Y”字形排列,即文科容易题、中档题相同,构成试卷基础,其后文科增加中档题,理科增加较难题,组成文理科不同难度结构的试卷。理科把往年一直延续的第19题(立体几何)与第20题(解析几何)的位置对调,并且立体几何题的难度与往年基本持平。第18题创新设计问题情境,它以环境基础设施投资为背景,体现概率统计与社会生活的密切联系,给考生呈现比较规范的数据回归模型,设计不限定唯一答案的第Ⅱ问,具有应用性、创新性、开放性;理8题,创设我国数学家陈景润解决哥德巴赫猜想处于世界领先水平的情境,体现科学价值和人文价值试题。理19(文20)题,条件问题都创新,把抛物线和圆整合在一起,近几年高考少有。这些充分体现了Ⅱ卷试题设计匠心独具。

2 试题精确导向

2.1 由“做题”向“做事、做人”导向

2018年习近平总书记《在北京大学师生座谈会上的讲话》中明确将“以文化人”列为提高学生政治思想水平、文化道德修养的一条重要途径。数学既可以文化人,也可以理服人,培养学生的理性思维,理性表达。如理19(文20)题,创新设计条件和问题,把抛物线和圆整合在一起,近几年高考少见;解题思路多且活,无论哪种思路都需要学生有扎实的抛物线性质和圆方程相关的基础知识和知识迁移、知识习得的能力;目的是引导中学数学教育实现从结果教育到过程教育的转变,创设情境让学生体会、感悟到无论做事还是做人过程比结果更重要。再如理8题,

创设我国数学家陈景润解决哥德巴赫猜想处于世界领先水平的情境,能增强考生民族自豪感,激励考生胸怀祖国,放眼世界,落实“立德树人”,“以文化人”,培养做人。

2.2 由“精英数学”向“大众数学”导向

纵观我国历年全国各地高考试题,有的题意深奥学生难以读懂,有的计算繁冗学生难以算准,有的题目偏怪学生难以理解;有的省份高考数学试题偏难,偏深,平均分低的只有五十、六十多分,导致老师教学拓宽、加难、加深,许多学生数学学习无助、无趣、无信心,造成有的课堂老师对着几位学生讲,数学成了精英的数学。而Ⅱ卷试题有的省份平均分超过100分,因为它无繁、难、偏、怪、冷、深的题目,注重对基础知识和基本方法的考查,面向全体学生;考生只要识别每个题目的考点是什么,怎么用,计算准就能得满分。每个试题都可用通法通解,无需特殊技巧。而第18题,仅需代数代入式计算立得答案。对于历年的压轴题,理科一改十年来出现在的20题位置的解析几何题变到19题,减少了复杂、繁冗的计算,降低了技巧,但20题的立体几何题与往年的难度和计算量都没提升;21题与往年比较也淡化了计算和思维的复杂程度,降低了分类讨论和转化与化归的层次。目的是引导高中数学教学由“精英数学”向“大众数学”转化,实现:不同的人在数学上得到不同的发展。

2.3 由“解答题目”向“解决问题”导向

解答题目就是对所提问题做出解答,这一解答可能是机械记忆的,也可能是模仿的,很大程度是就题论题,不一定能举一反三。而解决问题就不仅是对所提问题做出解答,而且还要知道为什么这样解答,所以解决问题不但要解题还要解题的思想和方法,这样就不是简单地记忆和模仿,而是数学思想方法的灵活运用,理解一题,掌握一类,以一当十。为什么?因为数学思想是对数学本质的认识,是数学学科知识体系的灵魂。

Ⅱ卷试题特别重视数形结合的考查,共有14个题涉及到,如解答第9题,需先画出长(正)方体、异面直线,再把直线平移至相交,从图中找到所求角,解三角形可得,可见解答过程是由图形间的关系推理得到数量间的关系。Ⅱ卷试题第22、23题,理21题、文5题都对分类讨论进行了考查。22题要对倾斜角 α 是否为直角进行讨论。Ⅱ卷试题有7个题对函数与方程思想进行了考查,函数思想是静中求动,方程思想是动中求静,如理19(文20)题,求 l 的方程,需建立斜率 k 的方程;求圆的方程,需建立圆心坐标和半径的方程,动中求静;而17题第Ⅱ问,用二次函数求 S_n 的最小值,静中求动;动静结合考查,可见试题设计之精心。Ⅱ卷中,不能直接作答的都用转化与化归思想,把较难问题转化为比较容易的或已经解决了的问题,如理21题,第Ⅰ问证明 $f(x) \geq 1$,需转化为求 $f(x) = e^x - x^2$ 的最小值,第Ⅱ问 $f(x)$ 的零点个数需转化为构造其它函数 $h(x)$,并求 $h(x)$ 的极值和判断 $h(x)$ 图像的变化趋势来求解。

Ⅱ卷试题解答入口宽、起点低、角度多、解法活。如理19(文20)题第Ⅱ问求圆的方程至少有四种思路;22题可用直线参数方程中参数的几何意义作答,也可用韦达定理求解,还可利用中点弦(点差法)解答。

综上,Ⅱ卷中绝大部分试题对数学思想方法进行考查,多数试题解答角度多,方法活,鼓励学生主动思考,以此引导学生从不同角度认识问题,把学生从标准答案中解放出来。引导高中数学教学从“解答题目”向“解决问题”转变。

2.4 由“轻教材”向“重教材”导向

纵观全国各地历年高考数学试题,特别是各省市自己出的考题,有一部分试题脱离教材,更有甚者个别题目就是大学内容的或者竞赛内容的,偏深、偏难、偏怪。所以造成高中数学教学新课就是讲定义、定理、公式、法则的内容,讲老师“精挑”的例题,做老师“细选”的练习;复习课就是做题,讲题,再做题,再讲题,几乎不使用教材。II卷除三个题(文理第3题、文12(理11)题和理21题)外,其余各题在人教A版教材中都能找到其母题。母题是教材中的例题、习题、练习题、复习参考题、思考或探究题,试题是由母题经过整合改编而成。改编有三种途径:一种是只变换题目数据,如文2题是由“设 $A=\{3,5,6,8\}$, $B=\{4,5,7,8\}$,求 $A\cap B, A\cup B$ ”(必修1, P11练习1)改编为“已知集合 $A=\{1,3,5,7\}$, $B=\{2,3,4,5\}$,则 $A\cap B=$ ”;另一种是由两个题目合在一起变更数据,有的加强或减少条件,有的降低或提高思维的深度和广度,而作答所用知识和思想方法不变,这种题目最多,约占60%,如10题是由“化简 $\sqrt{2}\cos x - \sqrt{6}\sin x$ (必修4 P132 6(1)(4))”和求 $y=\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)$, $x\in[-2\pi, 2\pi]$ 的单调增区间(必修4 P39例5)改编为“若 $f(x)=\cos x - \sin x$ 在 $[-a, a]$ 是减函数,求 a 的最大值”;第三种是在前者的基础上,由教材中的多个题目经过整合加工而成,在知识的交汇处命题,加强问题的综合性,如理12题是由“已知直线经过点 $A(6,4)$,斜率为 $-\frac{4}{3}$,求直线的点斜式和一般式方程(必修2 P104例5);求下列两直线的交点坐标, $\begin{cases} l_1: 3x+4y-2=0 \\ l_2: 2x+y+2=0 \end{cases}$ (必修2 P109例1);求椭圆 $16x^2+25y^2=400$ 的长轴长,离心率,焦点和顶点的坐标(选修2-1 P46例4)”三个题整合而成。这种改编的试题比例理科有85%,文科达93%,主要是凸现高考试题引导高中数学教学中教师“用教材教”,学生“用教材学”,师生共同“用教材复习”,突出教材在教学中的基础地位、中心地位,引导教学回归本质。

2.5 由“能力”向“素养”导向

2.5.1 由“考能力”向“考核心素养”导向

学科核心素养是育人价值的集中体现,是学生通过学科学习而逐步形成的正确价值观念、必备品格和关键能力。由于数学知识具有高度的抽象性,所以每个试题都有对数学抽象的考查。数学运算贯穿II卷始终,第1-8题、17题、18题和22题、23题的解答都是根据题意,找到合适的运算思路,用基本运算法则,正确进行运算就能解决问题,所以认为考查数学运算水平一。

由于数学运算是演绎推理,所以逻辑推理也贯穿试卷始终,另外在解析几何、立体几何、概率和函数与导数的试题中,也处处体现对演绎推理和归纳推理的考查。第3题、理6(文7)题、第10-14题,第16、17题,第19-23题都考查了直观想象。数学建模的考查主要在文第5、19题、理8、18、理20题的考查,重点在18和21题,水平要求较高,18题要求学生用回归模型的结论来阐释模型的可靠性,并用数学语言阐释,所以认为达到数据分析水平三;21题考查学生在综合情境下,创造性地建立

新函数模型,理科构造 $h(x)=\frac{e^x}{x^2}$, $h(x)=\frac{ax^2}{e^x}$, $h(x)=\frac{e^x}{ax^2}$, $h(x)=1-ax^2e^{-x}$, $h(x)=\frac{e^x}{ax^2}-1$, $h(x)=x-2\ln x-\ln a$ 等模型都能正确求解,可见达到数学建模水平三;理11(文12)题,要求学生,能够在 $f(x)$ 为奇函数的基础上,理解抽象结构

$f(1-x)=f(1+x)$,由 $f(1-x)=f(1+x)\Rightarrow f(2-x)=f(x)\Rightarrow f(3+x)=f(-1-x)=-f(1+x)=-f(1-x)=f(x-1)\Rightarrow f(x+4)=f(x)$,推理论证得出数学新规律: $f(x)$ 的一个周期为4,解决此问题,所以认为逻辑推理达到水平三,如果在 $f(x)$ 为奇函数的基础上,理解抽象结构 $f(1-x)=f(1+x)$,画图,再根据图像得出规律: $f(x)$ 的一个周期为4,直观想象水平二。

2.5.2 由“考计算”向“考思维”导向

II卷理科把往年一直延续的第19题(立体几何)与第20题(解析几何)的位置对调,并且立体几何题的难度与往年基本持平;解析几何题的计算量减小、计算技巧减少、思维难度降低,解答思路多且活,至少四种思路。第18题,在往年的基础上将数据准备阶段的步骤减少(此次给出 $\hat{b}, \hat{a}$ 的值),把考查的重点后移到对数据的分析、理解、找规律上;它变换条件的组合方式、变换设问角度、设计不限定唯一答案,目标指向开放的第II问,学生根据折线图的变化,回答言之有理就可得满分,目的在于更清晰、更准确地考查学生的思考深度、思维习惯和科学态度,留给考生充分思考与发挥空间;多年以来,它是解答题第一次答案不唯一,体现出注重发散思维,有利于创新思维的培养,体现出“少考一点算,多考一点想”的命题理念。

总之,II卷注重考查核心素养、减少考计算,注重考思维,其目的有二:一是检测学生用“数学的眼光观察世界,用数学的思维思考世界,用数学的语言表达世界”的素养水平,二是高考试题由能力立意向素养导向过渡。

3 结论

II卷真正体现高考试题“服务选才,指导教学”的功能。引导中学数学教学重教材、重实质,把核心素养的培养落到实处;引导中学数学教学重基础、重过程,面向全体学生,实现人人都能获得良好的数学教育;引导中学数学教学重解决问题、重做事、做人的培养,落实立德树人根本任务,以文化人,以理服人,培养做人。为早日实现“中国梦”培养、选拔出不同层次的优秀人才。

参考文献:

- [1]普通高中数学课程标准[M].北京:人民教育出版社,2017
- [2]任子朝.从能力立意到素养导向[J].中学数学教学参考(上旬),2018(5):1
- [3]2018年普通高等学校招生全国统一考试文科数学II卷
- [4]普通高中课程标准实验教科书《数学》必修和选修系列[M].北京:人民教育出版社,2007
- [5]魏有莲,黎明.平而不淡有回甘——对2017年全国高考理科数学I卷的分析与思考[J].福建教育学院学报,2017(8):123-125

本文系重庆市教育科学“十三五”规划2017年度课题“基于核心素养的高中数学教学设计研究”(课题编号:2017-04-200)的研究成果之一。

