

# 确定二次函数解析式思想方法的教学设计

◆黄利均

(贵州省贵阳市息烽县石硐中学 贵州贵阳 551105)

## 一、课题:根据二次函数的不同条件,确定它的解析式

## 二、教学目标

(1)通过丰富多彩、形式多样的求二次函数的思想方法,使学生感受到丰富、有趣的求二次函数的解析式;(2)让学生主动探索确定二次函数的思想方法,并能较灵活地运用不同的方法求二次函数的解析式;(3)让学生主动地参与到学习中来,能把探索的结果用语言很好地表达出来,同时引导学生积极交流与合作。

## 三、教学重点和难点

- 1、求二次函数解析式的思想方法是教学中的重点。
- 2、数形结合既是教学中的重点也是教学中的难点。

## 四、教学过程:

### (一)、创设情景,导入新课

教师(提出问题):要画二次函数的图象,首先要确定二次函数的解析式,那么需要几个条件方能确定二次函数的解析式呢?根据又是什么呢?

学生:因为二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 有三个待定系数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,而要确定一个  $n$  次多项式,需要知道  $(n+1)$  个不同的条件。所以要确定二次函数的解析式,需要给出三个不同的条件。

(评析:引课开门见山,直奔主题,使得本节课的内容更加明朗化。)

### (二)、合作交流,探索新知

教师(打开幻灯片,放出图象 1):如果已知抛物线上三点坐标,我们怎样假设所求二次函数的解析式?

学生:可以假设所求二次函数的解析式为:  $y=ax^2+bx+c$ , 因为每一点的坐标代入后都可得到一个关于  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的一个方程,通过解三元一次方程组即可得所求的解析式。

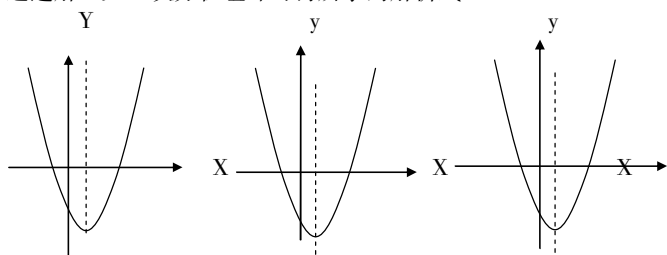


图 1

(教师板书:设  $y=ax^2+bx+c$ )同时映出求接的过程:

由题意得:

$$\begin{cases} 4a-2b+c=5 \\ 4a+2b+c=-3 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$$

所求的解析式为:  $y=x^2-2x-3$

接着教师用幻灯片映出两个图象,一个是将 B 点移动到如图 2 的位置,并同时消失了 A 点。另一个是将三点移动到如图 3 的位置。

教师:(1)如果已知顶点 B 和另一个顶点 C 的坐标(如图 2); (2)如果已知抛物线和 X 轴两交点 A、B 的坐标(如图 3)有哪些方法可以求二次函数的解析式呢?请同学们结合图象的性质讨论一下找出解法,并说出各自的探索过程。

以下根据学生在讨论中的发言,教师板书出各自的探索过程的要点。

(对图 2)学生甲:设所求解析式为:  $y=ax^2+bx+c$  则

$$\begin{cases} 16a+4b+c=5 \\ a+b+c=-4 \\ -\frac{a}{b}=1 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases} \quad \text{所求解析式为: } y=x^2-2x-3$$

学生乙:设所求解析式为:  $y=ax^2+bx+c$  则

$$\begin{cases} 16a+4b+c=5 \\ a+b+c=-4 \\ \frac{4ac-b^2}{4a}=-4 \end{cases} \quad \text{解这个方程组也可以求得 } a、b、c \text{ 的值,从而得到所求的解析式。}$$

学生丙:设  $y=ax^2+bx+c$  则

$$\begin{cases} 16a+4b+c=5 \\ -\frac{a}{b}=1 \\ \frac{4ac-b^2}{4a}=-4 \end{cases} \quad \text{解这个方程组仍可求得 } a、b、c \text{ 的值,从而也能得到所求的解析式。}$$

学生丁:运用顶点坐标的性质,可设所求解析式为:  $y=a(x-1)^2-4$ , 将已知点 C(4, 5) 代入得:  $(4-1)^2 a-4=5$  解得  $a=1$ , 从所求解析式为:  $y=(x-1)^2-4$  (或  $y=x^2-2x-3$ )

对(图 3)学生甲:设所求解析式为:  $y=ax^2+bx+c$  则

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases} \quad \text{所求解析式为: } y=x^2-2x-3$$

学生乙:因抛物线  $y=ax^2+bx+c$  与 X 轴交点的横坐标就是方程  $ax^2+bx+c=0$  的解,结合图象根据一元二次方程根与系数的关系可得:

$$\begin{cases} -\frac{a}{b}=(-1+4) \\ -\frac{c}{a}=-1 \times 4 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases} \quad \text{解此方程组求得 } a、b、c \text{ 的值得解析式。}$$

学生丙:同乙思想,因抛物线  $y=ax^2+bx+c$  与 X 轴有两交点,可设所求解析式为:  $y=a(x-x_1)(x-x_2)$  (其中  $x_1$ 、 $x_2$  是抛物线与 X 轴两交点的坐标)则  $y=a(x+1)(x-4)$  将另一点坐标 C(4, 5) 代入求出  $a$  的值,从而得到所求的解析式。

教师评析:在以上各种解法中,都采用的是待定系数法。但对图 2、图 3,学生“丁”法和“丙”法最简单,他充分利用数形结合的手段,抓住用图象的性质,减少了待定系数的个数,从而大大简化了计算,这是今后解题时常用的一种方法。

### (三)、随堂练习(教师打出题目)

1、抛物线  $y=ax^2+bx+c$  的顶点坐标是  $(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$ , 其图象与 X 轴两交点的距离是 1, 求此抛物线的方程。

2、(教师:我们把上题的条件改变一下,换成如下的题目)已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  的对称轴是  $x=\frac{5}{2}$ , 图象与 X 轴交于 A、B 两点,顶点 P 在 X 轴下方,且  $|AB|=1$ ,  $\triangle PAB$  的面积为  $\frac{1}{8}$ , 求这个二次函数的解析式。

### (四)、师生共同小结:

教师:我们知道要确定二次函数解析式,必须要三个不同的条件,但当其中某些条件的表现形式不是直接的,(如图 2)我们怎样办?

学生:要根据顶点坐标的性质设解析式为  $y=a(x-m)^2+k$  (即顶点式),其中  $(m,k)$  是顶点坐标。

教师:当其中某些条件隐含在题目中时,如随堂练习中的“图象与 X 轴两交点的距离是 1”又该怎么办?

学生:要结合图象的性质,将“图象与 X 轴两交点的距离是 1”转化为抛物线所对应的二次方程的两根之差的绝对值为 1。

教师:求二次函数的解析式,根据题目的不同条件,有下列三种设法。(1)已知抛物线顶点在原点,设所求解析式为  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ )(2)已知抛物线顶点在 y 轴上,设所求解析式为  $y=ax^2+c$  ( $a \neq 0$ )(3)已知抛物线顶点在 x 轴上,设所求解析式为  $y=a(x-m)^2$  ( $a \neq 0$ )(4)已知抛物线与 X 轴两交点的坐标和另外的条件,设所求解析式为“分解式”。即  $y=a(x-x_1)(x-x_2)$  ( $a \neq 0$ )(其中  $x_1$ 、 $x_2$  是抛物线与 X 轴两交点的坐标)(5)已知抛物线顶点坐标  $(m,k)$  和另外的条件,设所求解析式为“顶点式”。即  $y=a(x-m)^2+k$  ( $a \neq 0$ )(6)已知抛物线一般的三点,设所求解析式为“一般式”。即  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ )

学生:现在我们知道怎样求二次函数的解析式了。

教师:在掌握了不同条件下设不同形式的解析式下,还要能将间接关系转化为直接关系,将隐蔽条件转化为显露的条件。这都是我们解决问题的重要思想方法,而数形结合是我们分析问题和解决问题的重要手段,掌握了这些处理问题的方法,将有助于同学们今后的学习。