

# 注重联系发展素养——关于余弦定理的教学反思

◆廖天飞

(重庆师范大学 重庆市沙坪虎溪校区 401331)

摘要:余弦定理是高中数学重要定理之一,它是新高中课程标准几何与代数这条主线上的必修内容,教师在教学过程中应让学生了解定理的发生以及形成过程,探索多种不同的推导证明方法,培养学生的发散思维能力,让学生理解各种方法之间的区别和联系,关键是要能够利用余弦定理去解决实际问题,使学生能够在运用定理解决问题中获得成功体验,从而加深对知识的理解和记忆。

关键词:余弦定理;教学过程;反思

随着新一轮高中课程改革的推进,2014年教育部印发《关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》,当前教师越来越重视学生的核心素养的发展。2017版《普通高中数学课程标准(修订稿)》强调,将数学核心素养课程目标提到育人的高度,这说明数学素养已成为当代每个公民必备的素养。余弦定理是继正弦定理之后的又一个准确量化三角形边角关系的重要定理,同时它也能够为我们后续解三角形,解决复杂工程测量问题提供重要工具,笔者通过听了同行老师的教学,发现教师要不断打破传统的授课方式,按照新课标理念授课,激发课堂活力,同时要合理地利用多媒体辅助教学,是设计一堂好课的要求,以下是笔者就此次听课的感受与大家分享,以便今后能更好地指导和改进一线教师的教学设计。

## 一、反思学情

虽然处于本阶段的学生是已具备了一定的知识储备,是在已经学习了三角函数、向量运算及正弦定理的基础上学习本节课的,但相对来说本课的内容思维量过大,而该阶段学生在空间想象能力和逻辑分析能力方面不够强,主动探究意识欠缺,使学生在探索余弦定理推导方法的过程中有很大的难度,这也是我在听课前对老师怎样解决这个难点所关注的焦点,但通过听课笔者发现,授课教师并没有很好的把握住这一阶段学生的思维水平,直接将正弦定理作为推导余弦定理的入手点,这对听课学生来说是很难把握的,所以学情的掌握和分析才是备课成功的关键,必须要在基于学生已有的认知水平,设置符合他们思维水平能够达到的最近发展区的问题。

## 二、反思教学过程

基于笔者对本次授课教师的实际观察和分析,回现本节课的教学过程如下:

师:同学们,上节课我们刚学过正弦定理,请同学们跟老师一起回忆一下正弦定理的知识

生:在任意三角形中,都存在有如下恒等式关系(教师板书)

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

师:看来大家对上节课学的知识掌握的不错,那正弦定理主要解决什么数学问题呢?

生:两类解三角形问题

一类是已知两边和任意一边所对的角,求另一边和另两个角  
另一类是已知两角和任意一角所对的边,求另一角和另外两条边

师:很好,看来大家对这部分知识掌握的很扎实,那么我们现在来看这样一个问题:若已知一个三角形的任意两边及其夹角,那又该如何求解另一边和另外两个角呢?

若已知边  $a, b$  及角  $C$ , 求边  $c$ ? (请同学们思考一下)

生:可以用之前学过的知识点向量求解

师:不错,有同学已经在积极动脑思考,那老师提示一下,是否可以用上节课学过的的正弦定理求解?

生:不知道,没有想过,可以尝试求解看,应该是可以的

师:若是能求解出来,那也算是正弦定理的另一种应用

师、生:那我们一起来求解一下(教师、学生共同探讨)

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\text{又} \because \sin C = \sin(A + B)$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin(A + B)}$$

$$\therefore b \sin A = a \sin B \quad (1) \text{式}$$

$$c \sin A = a \sin(A + B)$$

$$\therefore c \sin A = a \sin A \cos B + a \cos A \sin B \quad (2) \text{式}$$

将(1)式代入(2)式

$$\text{得} c \sin A = a \sin A \cos B + b \sin A \cos A$$

$$\therefore \angle A > 0$$

$$\therefore \sin A \neq 0$$

$$\therefore c = a \cos B + b \cos A \quad (3) \text{式}$$

将(1)²式+(3)²式

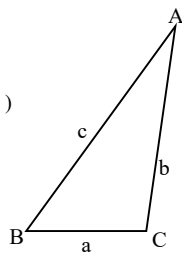
$$\text{得} c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos(A + B)$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

同理可得

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



师:这是利用的上节课所学知识正弦定理所推导出来的,同学们觉得能理解吗?

生:老师,感觉有点复杂,推导过程较难,不是很容易理解,还有就是你的语速太快了,有的地方思路完全没跟上,如果是自己来推导一般不会想到这种方法

师:原来是这样呀!我还以为以你们的基础应该对这种方法是不难理解的,应该是能够联想到的,那你们能用语言总结一下这个式子吗?

生:三角形中任何一边的平方等于其他两边的平方的和减去这两边与其夹角的余弦的积的两倍

师:很棒,看来我们班同学们的总结能力还是很不错的,我补充一下,一定是夹角与余弦的积的两倍,要注意描述清楚,语言表述要精练、准确,这也是我们这节课要学的新知识点

余弦定理,它也是解三角形的一个重要定理,那我们再用你们提到的向量法推导看看两种方法结果是否一致?

若已知边  $a, b$  及角  $C$ , 求边  $c$ ?

(请同学们思考一下用向量法求解,自主探究)

解:要让我们求解边  $c$

由右图钝角三角形中可看出边  $c$  的长度就是  $\overrightarrow{AB}$  的长度

可转化为求  $|\overrightarrow{AB}|$  的长度

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$$

等式两边同时平方

$$\therefore \overrightarrow{AB}^2 = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})^2 = \overrightarrow{CB}^2 + \overrightarrow{CA}^2 - 2\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA}$$

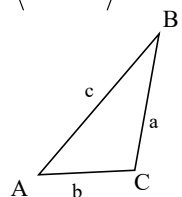
$$\therefore |\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{CB}|^2 + |\overrightarrow{CA}|^2 - 2|\overrightarrow{CB}| \cdot |\overrightarrow{CA}| \cdot \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

同理可得

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$



师:请同学们思考一下,在钝角三角形中成立,那再锐角三角形中是否也成立呢?

生:(迟疑了几分钟,大部分学生)成立的

师:希望你们下课之后能够再在锐角三角形中去验证一下,

数学是要用事实说话的,不能凭直觉。好,同学们,今天的课后作业是课后习题第1、2题,补充课外作业是回去再思考还有没有其他推导余弦定理的方法?下节课我们来补充一下

生:好的

通过对以上教学过程的回顾,笔者认为以下两个方面是在进行本节课教学设计时需要考虑的。

#### (一) 创设问题情境注重联系生活实际

一个好的情境引入就形同给学生搭建认知知识的脚手架,它能够很好地吸引学生注意力,促使学生的好奇心和学习兴趣,引起他们主动探索知识的欲望。数学学习是与学生的日常生活密切相关的,数学课堂教学必须创设符合学生的心理发展顺序和思维认知规律的情境,创设与学生的生活环境密切相关的情境问题,是一个教师充分挖掘教材本质的关键和主体,也是一个教师备一堂好课的。从上面的教学过程来看,我认为教学过程中问题情境的引入并不是很成功,授课只依据教材设计,采用传统的数学情境作为知识切入点,而没有从学生比较熟悉的生活情境中去思考着手点。教师备课时需注意的是当前教学不仅仅是只在于要让学生掌握必备知识与技能,更要能发展他们热爱数学的情感、态度、价值观,形成学生关键的品格和必备能力,从而发展自身的核心素养。这样的课堂设计若是对基础较差的学生,无疑是会挫伤他们的学习积极性,也没有让学生明白为什么要学余弦定理,学习这个知识的目的是什么?只会更让学生会感觉到有些无所适从和茫然,单纯是为了解题吗?我想并非如此吧,数学应该是要能够为人类解决实际问题的。

#### (二) 多种方法并举效果显著

不同的数学课堂教学内容需要不同的教学方法,不同层次的学生需要不同的教学方法,但是在余弦定理的推导、证明过程中,笔者认为多种方法并举授课效果好,因为这是高一的数学内容,不同的学习基础和认知能力的学生需要的方法不同,有的学生擅长几何法,有的擅长向量法,甚至有的擅长坐标法和正弦定理推导法,所以应该在教学设计过程中,把问题设置成一系列问题串,充分发挥学生所长去解决数学问题,增强学生学好数学的自信心和激发学生热爱数学的热情,引导学生去探究推导余弦定理的各种不同的方法,并且认识到各种不同的方法的区别与联系,最终选择最简单易懂的方法,既能拓宽学生的发散思维,又能训练学生的辐合思维。

#### 三、核心素养为教学提出新要求

随着高中新课程改革的推进,《普通高中数学课程标准》强调,学生发展核心素养已成为适应未来社会发展和个人终身发展的必备品格和关键能力,这是学生面对未来世界发展和自身发展面临的挑战,那如何将核心素养的理念用来引领教学,这是当前课堂教学改革的主要任务。目前满堂灌的教学方式,已不再适应新时代高中新课标的理念,它既违背了知识的内在发生规律,又违背了学生的认知发展规律,不可能真正培养学生的数学核心素养,因此必须要改变目前的教学方式和学习方式,落实核心素养必须要以学习方式和教学方式的变革为保证。

解读高中新课标,核心素养要求教师要分层次化教学,满足不同学生的差异化需求;核心素养要求教师要整体化教学,实现知识间的横向联系;核心素养要求教师要进行主题化教学,让学生掌握知识与知识间的横向联系还不够,必须要能贯通知识间的纵向联系;核心素养要求教师要问题驱动教学,实现知识间的横纵联系;核心素养要求教师要情景化设计教学,实现由学习走向生活,真实的生活情境在以核心素养为本的教学过程中有着重要的价值,当前教师越发地重视从核心素养的角度进行教学设计。

回归本节课的教学设计来说,授课教师并未考虑到本节课的知识点对学生数学核心素养的作用,而本节课的余弦定理这一知识点若是认真加以分析,用心设计,其中所包含的数学核心素养是很多的,通过将数学问题进行分析,可以设计数学实验,这其中设计包含有从特殊到一半的归纳推理,这个过程可以很好地培养学生的逻辑推理和直观想象的核心素养,又能让学生体会数学实验中分类讨论的数学思想,利用数学结合的数学思想,培养学生数学抽象素养,整个过程也很符合当前高中阶段学生的发展情况,学生抽象思维得到培养,素养得到很大的提升,信息技术很好地支撑数学教学活动,这正是当前授课教师进行教学设计时所应该思考和努力追求的目标,也希望其他一线教师也能够有所启发,使自己的教学设计越来越贴近时代发展的要求和理念。

#### 四、情感是激发学生主动学习的关键

情感、态度、价值观是新课标理念的三维目标之一,作为年轻教师(特别是新手教师)的我们拥有着很大的精神财富——拥有激情,我们要以自己最好状态展现给学生,要把自己所有精力和热情都投入到学生中去,只有用自己的学识和满腔的激情才能去最大限度地调动学生学习的热情,只有自己热爱数学,潜心钻研数学,才能对数学富有饱满的热情,这些才能够潜移默化地不断影响学生,一个连自己都不热爱数学的老师又何以教授出热爱数学的学生呢?教师要对学生的课堂提问要积极反馈,对学生的课堂回答要鼓励评价,不能恶语嘲讽谩骂,这些都能够帮助教师激发学生主动学习的积极性,增强学生学好数学的信心,而且教师在教学过程中,要注重对学生思维训练的培养,包括发散思维和收敛思维,给学生主动探究、自我思考的空间,营造一个和谐、民主、平等的课堂学习氛围,帮助学生能够轻松愉快的学习。

#### 五、结论

在最新颁布的高中新课标的理念指引下,必须要视核心素养的培养为数学课堂教学目标,为当前的中小学数学课堂教学要注入新的数学文化,以激发学生的学习动力,设计符合课堂教学内容的生活情境,提倡问题驱动式的学习,使学生能够养成在现实生活中主动地发现数学问题,提出数学问题,分析问题、解决数学问题的四能习惯,这也是对学生数学建模的思维训练,还是学生创新精神和实践能力培养途径,让学生最终能够学会用数学的眼光观察世界,用数学的思维思考世界,用数学的语言表达世界,通过“三会”表现出来,实现素养育人的目的。

#### 参考文献:

- [1]侯晓娟. 基于数学核心素养的《余弦定理》教学设计[J]. 数学之友, 2017(12):33-35.
- [2]王思俭. 《余弦定理》的教学设计与反思[J]. 数学之友, 2011(8):14-16.
- [3]常磊, 鲍建生. 情景视角下的数学核心素养[J]. 数学教育, 2017,26(2):24-28.
- [4]郑毓信. 数学教育视角下的“核心素养”[J]. 数学教育学报, 2016,25(3):1-5.
- [5]唐费颖对“余弦定理”教学设计的思考[J]. 中学数学, 2011(6):8-10.
- [6]李正东关于“余弦定理”教学中的一些思考[J]. 科技视界, 2013,30,207.
- [7]陈建新课标下如何有效进行教学设计——“余弦定理”的教学设计与感悟[J]. 数学学习与研究, 2010,17, 61-63.
- [8]陈小勇. 新视域下“余弦定理”的教学设计与反思[J]. 数学学习与研究, 2018,16,20.

作者简介:廖天飞(1995.7—),女,云南省昭通人,重庆市沙坪坝区重庆师范大学大学城校区,学科教学(数学)硕士生。

