错位相减求和方法在高中数学教学中的拓展

◆庄庭饶

（云南省保山市龙陵县龙陵县第五中学　云南保山　678311）

摘要：高考的过程中数列是一个必考题，而且也是日常教学中的重点内容，数列求和的方法有很多但是错位相减法求和是解决数列求和的一个快捷途径，也是简便方法，由于其算理的基础是由“差比数列”的求和公式推导，所以在应用的过程中具有广泛性，但是在教学的过程中虽然这种方法适用范围广，但是却需要大量的计算，如果出现了错误就会造成学生失分，因此考试的过程中学生得分率不高，为了解决这个问题，我在这里谈一谈教学中应如何进行拓展来避免学生的失分。

关键词：教学拓展；数列求和；错位相减法；差比数列

一、错位相减法的背景

数列求和的方法有很多，在众多方法中我们常用有公式法、累加法、错位相减法等。错位相减法作为数列求和过程中常用的方法，也是最为普遍的方法，在高考的过程经常出现试题。在这类数列求和的过程中左右两边都要乘以这个数列的公比，然后将新式与原式相减，转化成为相同倍数的等比数列然后进行求和，我们通常将这种方法成为“错位相减法”。也就是错开一位后两式相减。

二、错位相减法的应用

错位相减法应用的范围很广，不仅可以用于等比数列前 n 项和的计算和公式的推导外，还能解决求和的问题，因此教师通常将这类数列称为“差比数列”即，等差数列$\{a_n\}$与等比数列$\{b_n\}$对应项乘积的数列$\{a_nb_n\}$。

三、错位相减法教学的反思

在教学的过程中我们一定要对教学的效果与学生进行沟通，这样才能知道今后改革的方向，通过与学生的攀谈发现他们出现错误的原因主要就是掌握不好时机和在计算的过程中由于计算量大，出现的错误，这就造成了学生在学习的过程中信心不足的问题，为此，我们针对学生出现的问题，通过一个类型来讲解一下，避免运算过程中出现的错误。

四、错位相减法的拓展

错位相减法在教学的过程中我们必须要让学生有一个清晰的思路，这样学生也容易理解，在教学的的过程中我们发现错位相减法出现的错误几率非常大，因此我们必须要对其进行拓展，提高学生解题的正确率。

形如 $A_n=B_nC_n$，其中 B_n 为等差数列，C_n 为等比数列；分别列出 S_n，再把所有式子同时乘以等比数列的公比，即 kS_n；然后错一位，两式相减即可

例如，求和 $S_n=x+3x+5x^2+7x^3+\cdots+(2n-1)\times x^{(n-1)}$（$x\neq 0$）

当 x=1 时，$S_n=1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$；

当 x 不等于 1 时，$S_n=1+3x+5x^2+7x^3+\cdots+(2n-1)\times x^{(n-1)}$；

$\therefore xS_n=x+3x^2+5x^3+7x^4+\cdots+(2n-1)\times x^n$；

两式相减得$(1-x)S_n=1+2x[1+x+x^2+x^3+\cdots+x(n-2)]-(2n-1)\times x^n$；

化简得 $S_n=(2n-1)\times x^{(n+1)}-(2n+1)\times x^n+(1+x)/(1-x)^2$

$S_n=1/2+1/4+1/8++1/2^n$

两边同时乘以 1/2

$1/2S_n=1/4+1/8++1/2^n+1/2^{(n+1)}$

两式相减

$1/2S_n=1/2-1/2^{(n+1)}$

$S_n=1-1/2^n$

错位相减法是求和的一种解题方法在题目的类型中：一般是 a 前面的系数和 a 的指数是相等的情况下才可以用\:

$S=a+2a^2+3a^3+\cdots\cdots+(n-2)a^n-2+(n-1)a^{n-1}+na^n$（1）

在（1）的左右两边同时乘上 a 得到等式（2）如下：

$aS=a^2+2a^3+3a^4+\cdots\cdots+(_n-2)a^{n-1}+(_n-1)a^n+_na^{n+1}$（2）

用（1）-（2），得到等式（3）如下：

（1-a）$S=a+(2-1)a^2+(3-2)a^3+\cdots\cdots+(n-n+1)a^n-na^{n+1}$（3）

（1-a）$S=a+a^2+a^3+\cdots\cdots+a^{n-1}+a^n-na^{n+1}$

$S=a+a^2+a^3+\cdots\cdots+a^{n-1}+a^n$用这个的求和公式。

（1-a）$S=a+a^2+a^3+\cdots\cdots+a^{n-1}+a^n-na^{n+1}$

最后在等式两边同时除以（1-a），就可以得到 S 的通用公式了

例子:求和 S_n=3x+5x 平方+7x 三次方+……+(2n-1)乘以 x 的 n-1 次方（x 不等于 0）

当 x=1 时，$S_n=1+3+5+\cdots+(2n-1)=n$ 平方

当 x 不等于 1 时，$S_n=S_n$=3x+5x 平方+7x 三次方+……+(2n-1)乘以 x 的 n-1 次方

所以 xS_n=x+3x 平方+5x 三次方+7x 四次方…+(2n-1)乘以 x 的 $_n$次方

所以两式相减的（1-x）S_n=1+2x(1+x+x 平方 + x 三次方 + +x 的 n-2 次方) -（2n-1）乘以 x 的 n 次方

化简得：Sn=(2n-1)乘以 x 得 n+1 次方 -（2n+1）乘以 x 的 n 次方 +（1 + x）/(1-x)平方

$C_n=(2n+1)\times 2^n$

$S_n=3\times 2+5\times 4+7\times 8+\cdots+(2n+1)\times 2^n$

$2S_n=3\times 4+5\times 8+7\times 16+\cdots+(2n-1)\times 2^n+(2n+1)\times 2^{(n+1)}$

两式相减得

$-S_n=6+2\times 4+2\times 8+2\times 16+\cdots+2\times 2^n-(2n+1)\times 2^{(n+1)}$

$=6+2\times(4+8+16+\cdots+2^n)-(2n+1)\times 2^{(n+1)}$

$=6+2(n+2)-8-(2n+1)\times 2^{(n+1)}$(等比数列求和)

$=(1-2n)\times 2^{(n+1)}-2$

所以 $S_n=(2n-1)\times 2^{(n+1)}+2$

错位相减法

这个在求等比数列求和公式时就用了

$S_n=1/2+1/4+1/8++1/2^n$

两边同时乘以 1/2

$1/2S_n=1/4+1/8++1/2^n+1/2^{(n+1)}$

两式相减

$1/2S_n=1/2-1/2^{(n+1)}$

$S_n=1-1/2^n$

结束语：数列作为高考过程中最常出的一类题，教师在教学的过程中必须要让学生缕清解题思路，方法不必拘束一种，如果学生能够真真正正掌握数列解题的本质，那对数列求和能起到质的飞跃，做到化“腐朽”为“神奇”。对大多数学生来讲只要认清数列本身的特点，选择适合的方法即可，对于计算量大的题，作为教师必须要在日常教学过程中提高学生解题的准确率。

参考文献：

[1]薛小平,张明伟,徐晓慧教学:从学生的思考出发——《错位相减法的应用》教学诊断与改进[J]新课程导学(中小学教育教学版),2017,(16):107-108

[2]齐洪臻，王晓茹，张敬轩精心设计,打造“三活”课堂——“等比数列的前 n 项和”课堂实录及课后反思[J]辽宁师范大学学报(人文社会科学版),2016,(75):219-220