

试解哥德巴赫猜想之 1+1

◆ 刘志超

(长春盛泰保温管业有限公司 吉林长春 130218)

摘要: 公元 1742 年, 德国数学家哥德巴赫发现每个 ≥ 6 的偶数都等于两个质数的和 (欧拉版本)。这就是著名的哥德巴赫猜想, 从此这个猜想引起全世界的轰动, 数学家们都对其展开围攻, 但成果不大, 200 多年过去了, 还是没有人证明他。并把它比喻为数学皇冠上的“明珠”。到了 20 世纪 20 年代, 猜想才有些进展, 直到 1966 年中国的数学家陈景润证明了“任何充分大的偶数, 都是一个质数与一个自然数之和, 而这个自然数仅仅是至多两个质数的乘机”。即大偶数可表示为“1+2”, 这就是陈氏定理。(引自百度百科)但陈氏定理距最终结果还有一步之遥!

关键词: 猜想, “1+1”, 皇冠上的“明珠”。

前言: 200 多年的一道数学难题, 哥德巴赫猜想, 笔者被深深吸引, 经过多年努力, 终于有了进展。本人试着以全新的思维来论证哥德巴赫猜想之“1+1”成立。

目录:

- 一、猜想分析
- 二、用数学代数式表达偶数质数
- 三、解题
- 四、疑点分析
- 五、证明猜想成立

一、猜想分析

任意一个 ≥ 6 的偶数都等于两个质数的和 (欧拉版本)。

①: 要了解偶数, 质数, 就要从自然数说起, 自然数: 自然数概念指用以计量事物的件数或表示事物件数的数。即用数码 0, 1, 2, 3, 4, ……所表示的数。自然数由 0 开始一个接一个, 组成一个无穷集体。自然数只是不小于 0 的整数 (也就是 0 和正整数), 所以自然数有无数个, 通常用 n 表示。自然数的个数是无限的。

为了国际交流的方便, 1993 年颁布的《中华人民共和国国家标准》(GB3100~3102-93)《量和单位》(11-2.9) 第 311 页, 规定自然数包括 0。所以在近几年进行的中小学数学教材修订中, 我们的教材研究编写人员根据上述国家标准进行了修改。即一个物体也没有, 用 0 表示。0 也是自然数。自然数包括偶数和奇数, 质数和合数。

质数, 去掉一和本身, 再没有别的整数把它整除, 这样的数叫质数。合数, 去掉一和本身还有别的整数把它整除, 这样的数叫合数。质数中 2 最小, 去掉质数 2, 其余的质数都是单数。在所有大于等于 3 的单数中, 去掉合数, 其余全部是质数。

②: 和, 就是两个或两个以上的数相加的结果。

③: 把猜想列成算式: 偶数 ≥ 6 = 质数 + 质数, 偶数可以拆成两种情况: 一, 偶数加偶数, 式中的偶数大于等于 6, 保证俩加数都是偶数且是质数, 只有一个 2 是质数, 再找不到另一个偶数且是质数的数, 让等式成立, 所以偶数 ≥ 6 = 偶质数 + 偶质数不成立。二, 偶数 ≥ 6 = 单质数 + 单质数, 单数中, 质数有无限多个, 所以, 只证明这个等式是否成立。

二、用数学代数式的形式表达猜想里的偶数, 质数

用数学代数式的形式表达猜想里的偶数, 质数

偶数: 用 $2n$ 表示 $n \geq 3$

质数: 用 $2n+1$ 表示 $n \geq 1$, 令 $n \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……依次是后面的单数乘以 d 加上这个单数除以 2 结果的整数部分, (为什么这么设定 n 的取值范围呢? 经推理, 当 $n=3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……时, $2n+1$ 是合数 (推导过程省略), 猜想里用到的都是单质数, 单质数最小的是 3)

三、解题

哥德巴赫猜想之 1+1: 任意一个 ≥ 6 的偶数 $2n$ 都等于质数 $(2a+1)$ 加上 $(2b+1)$?

已知: $2n(n \geq 3)$,

求证: $2n=(2a+1)+(2b+1)$

证明: 令 $n-1=a+b$, $a, b \neq 0$, $a \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……, (取 a 的值是选取, 所以能保证 a 的值)

则 $2n=2(n-1+1)=2(n-1)+2$, 把 $n-1=a+b$ 代入上式得:

$2n=(2a+1)+(2b+1)$

$\therefore a \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……

$\therefore (2a+1)$ 是质数

所以, 当 $2n$ 取一任意 ($n \geq 3$) 数时, $(2a+1)$ 是质数, $(2b+1)$ 会出现两种情况, 第一 $(2b+1)$ 是一质数, 第二 $(2b+1)$ 是一合数, $(2b+1)$ 是一质数时, 猜想正确。 $(2b+1)$ 是一合数时, 猜想错误。

四、证明猜想是正确的

“3”中提到当 $2n$ 取一任意 ($n \geq 3$) 数时, 令 $n-1=a+b$, $a, b \neq 0$, $a \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等, $(2a+1)$ 是质数, $(2b+1)$ 会出现两种情况: 第一、 $b \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等, $(2b+1)$ 是一质数, 第二、 $b=3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等, $(2b+1)$ 是一合数, $(2b+1)$ 是一质数时, 猜想正确。 $(2b+1)$ 是一合数时, 猜想错误。当 $(2a+1)$ 是质数, $(2b+1)$ 是一合数时, 就把此时 a 取值的数舍去, 只选择 $a \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等, 的其他的数, 还能保 $b \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等。让 $n-1=a+b$ 成立。下面用不同的方法证明 $n-1=a+b$, n 取一任意 ≥ 3 的整数时, 符合 $a \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等的所有数中, 至少有一个或多个数让 $a \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等, 还能保证 $b \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等。从而保证, 哥德巴赫猜想是正确的!

方法一: 推导法

列举一竖列 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots, an\}$ $an = \infty$, 第一项是 1, 末项是 an , 公差是 1, ($n \geq 1$)

把数列 $\{4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots, 3d+1\}$ $3d+1 > an$, 第一项是 4, 末项是 $3d+1$, 公差是 3, ($d \geq 1$)

把两数列合并取 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots, an\}$ 段, 即 $\{1, 2, 3, ④, 5, 6, ⑦, 8, 9, ⑩, \dots, an\}$

圈上的数字把 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots, an\}$ 分成每段有三个数字的无数段 (1 除外) 每一段都是 $[3k-1, 3k, 3k+1]$ ($k \geq 1$) $3k+1=3d+1$, 末项 an 也一定在 $[3k-1, 3k, 3k+1]$ 的一段上, 经过推导 $an=3d+1$, (推导过程省略) 同理, 经过推导 $an=5d+2$ 或 $7d+3$ ……依次是后面的单数乘以 d 加上这个单数除以 2 结果的整数部分。

【补充说明: an 只能等于 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等前面连续的一小部分】所以, 所以 $an-1, an-2, an-4, an-8, an-16, an-32$ ……这些数都不等于 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等, 把其中任意一个代入 $(2a+1)$ 的 a 里, $(2a+1)$ 是质数。把 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等, 分别代入 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots, an\}$, 前 100 项 $\{1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 14, 15, 18, 20, 21, 23, 26, 29, 30, 33, **, **, **, **, 44, 48, 50, 51, 53, 54, 56, 63, 65, 68, **, **, **, **, 81, 83, 86, 89, 90, 95, 96, 98, 99\}$ 共 45 个数字, (概率是百分之 45,) 都不等于 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……等, 这些数字的任意一个数字代入 $(2b+1)$ b 项, $(2b+1)$ 是一质数。还得出 7, 22, 52, 157, 577……等是 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ 。从最前面起, 连续两个或两个以上数列的交点, 交点 (设交点为 m) 前的 $m-1, m-2, m-4, m-8$ ……数和 an 点前, $an-1, an-2, an-4, an-8, an-16, an-32$ 。这些数是一样的性质 [虽有一些交点前, 这些数字里有一些会等于 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$ ……但同时比如 $m-5, m-11, m-13, m-19$ ……这些数中有些数就不等于 $3d+1$

或 $5d+2$ 或 $7d+3$...】用 $a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-4}, a_{n-8}, a_{n-16}$...与 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots, a_n\}$ 前面不等于 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$...的数相加, 能让 $n-1=a+b$, n 任取一个($n \geq 3$)的整数成立。即保证猜想成立。下面列举几个偶数验证 1: 偶数 $2n(n=\infty)$

解: $2n=2(n-1+1)=2(n-1)+2$; 令 $n-1=a+b$, $a, b \geq 1$, $a, b \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$... $n=a_n=\infty$,

$\therefore n-1, n-2, n-4, n-8, n-16$...都不等于 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$... (推导得出的性质)

$\therefore$ 把 $n-2, n-4, n-8, n-16$...分别代入 $n-1=a+b$ 的 a 项得:

$$n-1=(n-2)+b;$$

$$n-1=(n-4)+b;$$

$$n-1=(n-8)+b;$$

$$n-1=(n-16)+b; \text{ 分别计算出 } b \text{ 的值}$$

$$n-1=(n-2)+1;$$

$$n-1=(n-4)+3;$$

$$n-1=(n-8)+7;$$

$n-1=(n-16)+15$; 其中 $n-1=(n-8)+7$ 式中加数 $7=3d+1$, $7=5d+2$ 舍去, 取其他 3 式代入 $2(n-1)+2$:

$$\text{得: } 2n=[2(n-2)+1]+(2 \times 1+1)=[2(n-2)+1]+3$$

$$=[2(n-4)+1]+(2 \times 3+1)=[2(n-2)+1]+7$$

$$=[2(n-16)+1]+(2 \times 15+1)=[2(n-2)+1]+31$$

上 3 式中每一个加数都是质数, 结果都等于 $2n$

所以: 一偶数 (无穷大), 等于两个质数 $[2(n-2)+1]+3$ 或 $[2(n-2)+1]+7$ 或 $[2(n-2)+1]+31$...

2: 偶数 44

解: 利用公式 $2n=(2a+1)+(2b+1)$, 令 $n-1=a+b$, $a, b \geq 1$, $a, b \neq 3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$...

$44=2 \times 22$, 22 是 $3d+1$ 和 $5d+2$ 的交点, 则设 $n=22$, 又 $\therefore n-1, n-2, n-4, n-8, n-16$...都不等于 $3d+1$ 或 $5d+2$ 或 $7d+3$...

$\therefore$ 把 $n-2, n-4, n-8, n-16$...分别代入 $n-1=a+b$ 的 a 项得:

$$21=(n-2)+b;$$

$$=(n-4)+b;$$

$$=(n-8)+b;$$

$$=(n-16)+b; \text{ 计算:}$$

$$21=(22-2)+1;$$

$$21=(22-4)+3;$$

$$21=(22-8)+7;$$

$$21=(22-16)+15; \text{ 其中 } 21=(22-8)+7, 7 \text{ 不符合题意舍}$$

去, 把其余 3 式代入 $2n=(2a+1)+(2b+1)$

$$\text{得: } 44=(2 \times 20+1)+(2 \times 1+1);$$

$$44=(2 \times 18+1)+(2 \times 3+1);$$

$$44=(2 \times 6+1)+(2 \times 15+1); \text{ 式中的两个加数都是质数,}$$

所以, 一偶数 44, 等于两个质数 $41+3$ 或 $37+7$ 或 $13+31$

用同样的方法, 偶数 $1156=1153+3$ 和 $1151+5$ 。偶数 $2640=2413+227$; $2411+229$; $2407+233$; $2371+269$...而且任意一个偶数都可以用上述的方法计算出两个质数分别是多少其结果等于这个偶数。

还有: 图例分割法; 对称法; 数列集合法, 都能证明哥德巴赫猜想是成立的, 由于篇幅不够, 就不一一例证。

结论:

哥德巴赫猜想之 $1+1$: 任意一个 ≥ 6 的偶数都等于两个质数的和是正确的。

参考文献:

- [1]《数学基础分支之一》伍胜健著, 2009 年 6 月图书, 2009 年浙江大学出版社出版书籍; 高等教育出版社出版书籍, 何琛/史济怀/徐森林著图书, 2012 年清华大学出版社出版图书;
- [2]《数学分析》第 2 卷第 4 版俄罗斯数学教材选译)作者: B.A. 卓里奇, 出版时间: 2006-12;
- [3]《数学分析中的典型问题与方法》作者: 裴礼文, 出版社: 高等教育出版社, 出版年: 2006-4 ISBN- 9787040184549; 《作为教育任务的数学》作者(荷)弗赖登塔尔, 译者: 陈昌平唐瑞芬, ISBN-9787532029839 出版社, 上海教育出版社, 出版时间 1995-1;
- [4]《Mathematics Today》(英文原版)作者: W. Y. CHAN. 出版社: LONGMAN. 出版时间: 1995;
- [5]《什么是数学》作者是[美] R·柯朗 H·罗宾, 作品的副标题是《对思想和方法的基本研究》。中国版由左平/张佑慈翻译。ISBN-9787309086232 出版社复旦大学出版社出版时间 2012 年 1 月。

作者简介: 刘志超 (户籍名: 刘双城), 1974 年 9 月 10 出生, 性别: 男; 民族: 汉族; 籍贯, 吉林省农安县龙王乡联合村杨屯; 单位: 长春盛泰保温管业有限公司, 学历: 初中, 工人, 研究方向: 数学。

