

一道几何题引发的思考

◆ 龚 兰

(上海市月浦实验学校 上海 200941)

摘要:在一次作业中,有一道挺普通的几何题挡住了我班不少同学的去路,通过查阅学生答卷上的“蛛丝马迹”,询问学生答题时的“心路历程”,想一探究竟,以便更好改进自己的教学。

关键词:几何题;教学反思;教学启示

原题再现:如图, $\triangle ABC$ 中, $4AB = 5AC$, AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线,点 E 在 BC 的延长线上, $EF \perp AD$ 于点 F , 点 G 在 AF 上, $FG = FD$, 联结 EG 交 AC 于点 H , 若点 H 是 AC 的中点, 求 $AG:FD$ 。

分析:如图1

由条件“ $EF \perp AD$, $FG = FD$ ”

→ “ $DE = EG$ ” → “ $\angle EGD = \angle GDE$ ”

图1

由“ AD 平分 $\angle BAC$ ” → “ $\angle AHG = \angle B$ ”, → $\triangle AHG \sim \triangle ABD$
→ $AG:AD = AH:AB = 2:5 \rightarrow AG:FD = 4:3$

反思一:为什么很多同学加了平行线?

其实这道题想到添加平行线还是很正常的,重新审视这个问题,由于 $GF = FD$, 所以要求 $AG:FD$ 即求 $AG:GD$ 。而 AG 、 GD 恰是同一线段 AD 上的两条线段,一般求同一线段上两条线段加平行线的可能性不小,再进一步看点 H 是线段 AC 上的中点,于是添加以下两条平行线的辅助线也就不足为奇了,如图2、图3。

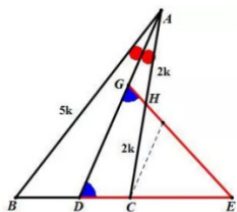


图2

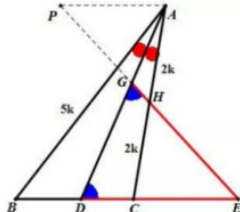


图3

加之考前有一道练习,就是添加平行线做的,使得很多学生更加笃定地走上了添加“平行线”这条道路。进一步剖析,从梅涅劳斯定理角度考虑,直线 GE 截 $\triangle ADC$, 有三个分点 G 、 H 、 E , 现在已知 $AH = HC$, 求的是 $AG:GD$, 缺的就是 $DE:CE$, 这也是许多同学添了平行线但还是卡在这个环节。那平行线的解法到底可行吗? 我的结论是可行但复杂。

延长 EG 交 AB 于点 J , 由于 $\angle AHG = \angle B$, 所以 $\triangle AHJ \sim \triangle ABC$, 于是 $AJ = (8/5)k$, $AJ:JB = 8:17$ 。

根据角平分线的性质 $BD:DC = 5:4$, 设 $BD = 5k$, $DC = 4k$, 不难得到 $CE = AP = 8k$, 结果自然就出来了。

所以不是平行线不能添,而是在添平行线的过程中如果有新发现,那就太棒了,可以走更便捷的路,你在发现 $\angle AHG = \angle B$ 得到 $\triangle AHJ \sim \triangle ABC$ 时,能不能去发现 $\angle AHG = \angle B$ 后,再加上 AD 平分 $\angle BAC$, 从而直接得到 $\triangle AHG \sim \triangle ABD$, 这样就简单了。

反思二:不会分析,套题不成只能束手无策

教相似时肯定要教基本图形,而且还要让学生掌握好。

首先,大多数试题中的图都是由这些基本图形为主干的,对于这些基本图形的边、角关系的熟悉有利于提高思维效率,何况从复杂的图形中发现特殊图形也是学生学习几何需具备的能力。

其次,研究基本图形的过程也是示范研究其他相似图形的过程,这个探索的过程本身也是有价值的。

本题中的这组相似三角形就是学生所不熟悉的,当然这与同学初学相似,火候不够有关,但其中蕴含的原因依然值得深思,

这说明很多学生的思维依旧停留在“套”的层面,没有学会分析问题的一般方法。套策略,尝试添平行线而不成;套图形,没有发现基本图形而卡住。

反思三:做题不能只局限于题目本身

对于上述题目,如果只追求做出结果,那么添平行线的方法也是完全可以做出来的,但是显然不是最便捷的方法,所以我们还要继续去分析直接利用相似的方法去做,要去比较、体会两种方法的优劣,并去思考自己为什么没有想到第二种方法,甚至为什么想到添平行线但是没能做出来,这都是从这样一道题的解答所延伸下去的,这比这道题本身更具价值,我想这也是提高数学几何题分析能力的必经之路,师生要一起努力的。

反思后的启示:

启示一:思维能力的提升不是靠刷题

数学思维能力的提升不是一朝一夕,在于平时的日积月累,在于师生的共同努力,数学老师要讲解怎么做,更要讲解为什么这么做,学生要知道怎么做,还要知道还能不能别的方法做,更要知道为什么选择的方法做不出,作为我们老师要让学生明白比刷题更重要的是动脑和反思,将教师对于问题的理解与自己的感悟融会贯通,最终形成属于自己解决问题的分析策略,在实战中提升逻辑思维能力,这是学习数学的初心,也是提升数学的途径。

启示二:注重培养学生“反思”的意识与能力

经常惆怅“我讲过的题为什么你们还不会?”,感觉学生有负于我。其实让学生听懂只是初级阶段,让学生换位来讲,让他其他学生听懂才是更高的阶段。

通过数学学习,学生到底能收获什么?我想应该是数学技能和数学思维。而数学技能的提升和数学思维的形成,是不可能硬塞进人脑的,只有靠学生亲历才能获得的。

培养学生数学思维的教学不在于形式,而在于这种教学行为是否能真正触发每一位学生的思考,领悟思考一般方法,进一步培养学生思考的习惯,引导学生,而不是牵着学生走;鼓励学生,而不强迫学生走;启发学生,而不代替学生走。

在培养学生数学思维过程中尤要重视培养学生“反思”的意识与能力,如果说一题多解是发散,那么多解归一就是聚合,就是促进学生回溯思维的路径。这样处理数学问题的立意也许就不仅在于这道题怎么做,而是遇到这类数学问题应该怎么思考了,也就是着眼于数学思维的培养。

启示三:教学设计要注重整体把握和一般方法的研究

由此我也联想到了,现在大力提倡的单元教学设计,着眼于整体把握和研究一般方法,从而培养数学思维。

数学教学设计要体现整体把握。数学的整体性既体现在代数、几何、三角、概率等各分支之间的相互联系上,也体现在同一分支知识的前后逻辑连贯性上。数学教学设计要基于整体,新课教学要有相应的整体观念贯穿始终;章节教学结束需有知识的整理与概括;教学过程中需强调相关知识的联系性,帮助学生逐步形成数学知识结构。为了更好地实现数学教学的整体性,则需站在中观视角,先进行单元教学设计,再将其落实于每节课的教学。

结论:

数学思维能力不是一朝一夕就能提升一样,数学教学的任务也是任重而道远的,在路上的我们只有不断摸索,并在摸索中不断反思,在反思中继续前行,我想这样坚持下去总能收获到一些我们所想要的东西。

参考文献:

- [1]李国平.运用向量法多角度思考一道立体几何题[J].高中数学教与学,2018(19):48.
- [2]郑良.细研教材 整体架构 领悟本质 提升素养——由两道立体几何题测试结果引发的思考[J].中学教研(数学),2018(07):37-40.