

教学中如何关注学生的思维进程

——“平行四边形面积的计算”教学片段

◆江显清

(重庆市长寿区第二实验小学 重庆 401220)

在提出“怎样计算平行四边形的面积”这一问题后,教师让学生尽情猜想,然后动手验证(课前学生自己剪的平行四边形纸片,上面没有方格、也没有标上高)。

汇报时——

生1:我认为平行四边形面积的计算方法是用底乘高。(然后介绍了自己的验证方法:沿着平行四边形中间的一条高,将平行四边形剪拼成长方形……)

生2:我也认为平行四边形面积的计算方法是用底乘高。(然后介绍了他的验证方法:沿着平行四边形上边端点引的一条高,将平行四边形剪拼成长方形……)

生3:我没能猜出平行四边形面积的计算方法,我是这样来求的——他将平行四边形纸片剪成两个直角三角形和一个长方形,然后将两个直角三角形拼成一个长方形……)

生4:我觉得平行四边形的面积是用长乘宽。因为平行四边形容易变形,可以转化成长方形。

……

学生展示完后,教师引导学生一一评价,着重解决第一、二、三种方法有什么相同点,为什么都要沿着高剪。

在评价第四种方法时,教师说:“这位同学提出了一个十分有价值的问题!请这位同学再说说是怎么想的。”

生4:我用四支铅笔搭成一个长方形,再轻轻一推就成了一个平行四边形。长方形的面积是长乘宽,所以平行四边形的面积也是长乘宽。

师:非常感谢这位同学!他大胆地猜想平行四边形的面积是相邻的这两条边的乘积。(发言的同学满脸自豪)现在,同意的请举手,不同意的请举手。(同意的只有五位,绝大多数不同意)哪位来说说为什么不同意?

生5:(指着图)钟过来以后,这条边短了。(看得出同学们没有认可)

师:现在我来解决这个问题,可以吗?(拿出一个可以活动的平行四边形框架)这四条边的长度没法改变。它的面积是相邻的这两条边的乘积吗?(说“是”的比原先多了)平行四边形容易变形,(拉动后)面积变了吗?能用相邻的两条边长度相乘吗?(学生在思考)

生4:华老师,我能借用一下您的平行四边形吗?

师:可以可以!

生4:(快步上前,将平行四边形框架反方向拉成一个长方形)这样就能用相邻的两条边相!(同学们和听课的老师都笑了)

师:赞成用相邻两条边的长度相乘的,请举手。(绝大多数学生举手了)非常好!他找了个“行”的例子。那你再看呢?(顺着他的方向,教师拉动平行四边形框架,直到几乎重合)

生6:我发现问题了!两条边长度没变,乘积也就不变,可是面积变了。(认为“行”的学生也不说话了)

教师看时机已到,于是总结说:“前三种方法,是通过剪拼,将平行四边形转化成了长方形,面积有没有变?(生齐:没有。)第四种方法是将平行四边形拉成了长方形,面积有没有变?(生齐变了。)

两者都是转化成了长方形,但我们要计算原平行四边形的面积,转化以后的面积能不能变?(生齐:不能。)

忽然,生4喊了起来:“华老师,您误导!”

全场大笑。

教师更是开怀大笑。

在笑声中教师对生4说:“你说得太好了!不过,我不是误导,而是误导!并且,你的想法是有道理的。你的想法启发了大

家,计算平行四边形的面积并不一定要用底乘高,用相邻两条边的长度相乘再乘上一个变动的量就可以了,那是将来到高中就要学到的!”

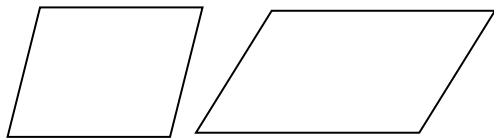
按照建构主义理论,在新的学习中,学习者通常基于以往的经验去推出合乎逻辑的假设,新知识是以已有的知识经验为生长点而“生长”起来的。学生在学习平行四边形的面积计算之前,仅仅学习过长方形和正方形的面积计算,而长方形和正方形的面积实质上都是用相邻两条边的长度的乘积来计算的。这就是学生的已有知识经验。所以在探求平行四边形面积计算方法时,学生想到用相邻两条边长度的乘积来计算,完全是一种合情推理,是自然而真实的想法。

从生4的前两次回答可知,他是沿着“平行四边形容易变形,

可以把它拉成长方形,长方形的面积是长乘宽,所以平行四边形的面积也是长乘宽”这个思路去想的。生4的思路得出了错误的结论,其他同学的剪拼思路得出了正确结论,那么二者的实质区别在哪里?生4的思路隐含的假设是:平行四边形在变形中,面积不变。生5的回答表明他认为,平行四边形在拉动变形中,边长有了变化,所以他不同意生4的看法。生5的想法隐含的假设是两个平行四边形在拉动变形中,边长变了;因为边长变了,所以面积也变了。生5认为平行四边形在拉动变形中,边长变了,这一观点显然是错误的,因而没有得到同学们的认可。生5用错误的理由来否定生4的观点,说明了反对生4观点的同学他们的理解也并不全都是正确的。这是在表面正确下所隐藏的错误,如果没有暴露出来,教师很难发现。

在教师引导学生纠正错误的过程中,有几个关键点值得关注和思考:一是当教师拿出可以活动的平行四边形框架后,要学生思考这四条边的长度没法改变。它的面积是相邻的这两条边的乘积吗?时,说“是”的同学反倒比原先多了。为什么会增加?新增加的这些人是怎样想的?新增加的这些人他们原先认为不能用相邻两条边的乘积来计算平行四边形的面积,现在认为能,是什么促使他们改变了观点?是因为此时他们认识到平行四边形框架在拉动变形中边的长度不变。这说明他们还有这样一个没有明确表达出来的观点平行四边形的边长不变,面积也就不变。那么,新增加的这些人原来认为平行四边形在拉动变形中边的长度变还是不变?合乎逻辑的推论只能和生5一样,认为会变的。可见,生5的想法不是奇特的孤立现象。

二是当教师拉动平行四边形框架使它发生变形后问学生:“面积变了吗?能用相邻的两条边长度相乘吗?”时,绝大多数学生并没有像起初那样坚定地表示不能用相邻的两条边长度相乘来计算平行四边形的面积,而是陷入了思考。这种思考也反映了一种犹豫或疑惑,此时学生明确知道,边的长度没有变化,他们的疑惑一定是不能确定在拉动变形中平行四边形的面积变了没有:说没变吧,似乎直看到有变化;说有变化吧,又与自己已有的想法(边长不变,面积也不变)相矛盾。可见对于小学生来说,在初步知道平行四边形面积等于底乘高的条件下,即使知道下面两个平行四边形的边长对应相等,学生仍不容易断定左边平行四边形的面积大于右边平行四边形的面积。



三是当生4将平行四边形框架反方向拉成一个长方形,并说

“这样就能用相邻的两条边相乘”后,绝大多数学生都举手赞成用相邻两条边的长度相乘来求平行四边形的面积。这是一个令人惊奇的现象,又是一个真实的现象:绝大多数学生竟然从正确倒向了错误!生4提供的例子,是学生确认的长方形面积的计算方法,此时又和他们已有的“边长不变,面积也不变”的错误想法联系了起来,所以他们走出了刚才的疑惑和犹豫,做出了他们认为正确但实际错误的决定。虽然前边学生已经发现平行四边形面积的计算方法是用底乘高,但此时没有学生发现在平行四边形的拉动变形中,边长没变,从而底没变,但高变了,从而面积也变了。这说明学生先前的正确认识还不够清晰巩固,处于一个比较低的层次,容易受到错误信息的干扰,还不足以发现“用底乘高求平行四边形的面积”与“用相邻两条边的长度相乘求平行四边形的面积”之间的矛盾。可见正确建构并不容易,一帆风顺的建构也可能是肤浅的建构。正所谓“正确,可能只是一种模仿;错误,却绝对是一种经历”。

为什么生4会产生这样的想法?这既与他独特的思路有关,还与他自主选取的与其他学生不同的验证手段有关。生4是拉动能变形的平行四边形,其他学生则是剪拼平行四边形纸片。平行四边形纸片在剪拼中形状在变,面积不变;平行四边形在拉动变形中虽然边长不变,但面积却变了,而且这种变化学生不易察觉。面积变还不是困难的实质所在,实质是对小学生来说,不能确定变化前后平行四边形的面积之间有什么关系。

总结以上可知,生4的思路与其他同学的思路的实质区别是:后者是等积变形,前者是不等积变形,而且是不能确定变形

前后面积之间倍数关系的不等积变形,因此是错误的。(由此也可推知,在为了求面积(或体积、周长)而进行的转化变形中,我们最希望的是等积变形,其次是能确定变形前后面积(或体积、周长)之间倍数关系的不等积变形。)

郑毓信先生说过:现代教学思想的一个重要观点,就是认为学生的错误不可能单纯依靠正面的示范和反复的练习得到纠正,而必须是一个“自我否定”的过程。又由于所说的“自我否定”是以“自我反省”,特别是内在的“观念冲突”作为必要的前提的,因此为了有效地帮助学生纠正错误,教师就应十分注意如何提供(或者说创造)适当的外部环境来促进学生的“自我反省”和“观念冲突”。

促进学生的“自我反省”和“观念冲突”实际就是促进学生思维的充分参与,促进学生的有效建构。教师要创造适当的外部环境来促进学生的“自我反省”和“观念冲突”,就必须关注学生真实的思维过程,准确把握学生原有的内在观念。也只有这样,教师创设的外部环境才能具有针对性,观念的冲突才是真枪实弹的,新知识意义的建构和原有认知结构的改组才能是有效的。在本案例中,正是由于教师准确把握了学生原有的观念——边长不变,面积也就不变,所以当教师继续拉动平行四边形框架,直到几乎重合时边长还没变,但面积已经小得无法否认它的变化了,新的无可驳的事实与学生的原有观念产生了激烈的冲突,学生思想上的“自我否定”实现了,他们的错误得到了彻底纠正,新知识意义的建构和原有认知结构的改组得到了有效实现。